TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCHRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCHRIFT,

ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Hoofdredacteur: J. D. M. BARDET.

Redactie:

J. D. M. BARDET,	Civiele faculteit,	Peperstraat 4.
A. BOEKEN,	Bouwkundige faculteit,	Havenstraat 3.
I. C. KAARS SYPESTEIJN,	Werktuigkundige faculteit,	Van Leeuwenhoeksingel 4.
W. P. VAN ZON,	Scheepsbouwkundige faculteit,	Nieuwe Plantage 74.
W. Th. H. STIBBE,	Electrotechnische faculteit,	L. v. Meerderv. 314, d. Haag.
S. DE WAARD,	Scheikundige faculteit,	Van Leeuwenhoeksingel 12.
C. S. VAN HAEFTEN,	Mijnbouwkundige faculteit,	Mijnbouwkundig Instituut.

Vlaamsche Sub-Redactie:

M. STEENBRUGGE,	Werktuigkunde,	St. Machariusstraat 1, Gent.
J. R. DE MAN,	Burgerlijke Bouwkunde,	Van Schoonbekestraat 12, Antwerpen.
M. VAN DER HAEGHEN,	Civiel,	Coupure 159, Gent.

Luchtvaart: A. G. VON BAUMHAUER, Van Leeuwenhoeksingel 5.

en met welwillende medewerking van verscheidene Hoogleeraren aan de T. H.

Abonnementsprijs per jaar f 4,—.
Uitgave Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

3e Jaargang. No. 15. 15 Sept. 1913.

Alle berichten en mededeelingen zijn buiten verantwoordelijkheid van de Redactie.

Inhoud.

Den Hooggeleerden Heer

Prof. F. K. Th. VAN ITERSON,
Hoogleeraar a/d Technische Hoogeschool.

ALHIER.

Hooggeleerde Heer,

Ondergeteekenden bereikte bericht van Uw besluit om het onderwijs aan de Technische Hoogeschool te verlaten voor een werkkring in de technische praktijk.

Hoewel wij moeten aannemen, dat zeer overwegende redenen tot dezen stap den grondslag hebben gevormd hopen wij, dat U ons een laatste poging in andere richting niet ten kwade zult willen duiden.

Al houden wij ons nl. overtuigd, dat Uw leerkring reeds een niet zoo licht te verbreken band met de T. H. gevormd heeft zoo meenen wij toch dat wellicht één ding de door U genomen beslissing kan wijzigen.

Het is de *groote belangstelling en dankbaarheid* die *algemeen* onder de werktuigkundige studenten heerscht voor den volledigen uitbouw en den technischen grondslag, die door Uw onderwijs bij de hier te verkrijgen kennis der Toegepaste Mechanica zijn teweeg gebracht.

Onze Technische Hoogeschool beleeft een krachtige ontwikkeling naar omhoog. En speciaal de Werktuigkundige afdeeling is in de laatste jaren op een stand gekomen die aan de studeerenden kansen op succes opent ook buiten de Nederlandsche grenzen.

Wat is de waarde van dit alles indien niet de theoretische onderlaag — in onzen tijd jaarlijks in omvang en belang toenemend — op de hoogte van den tijd gehouden wordt.

In naam van alle studenten onzer afdeeling richten wij daarom tot U deze diep nadrukkelijke aanvraag: Om voor de toekomst van het Nederlandsche Technische onderwijs, het in weinige jaren zoo mooi opgebouwde werk — een vernieuwd mechanica onderwijs, dat werkelijk voor *ingenieurs*, voor wetenschappelijke practijkmenschen bestemd en nuttig is — *te voltooien en in stand te houden.*

Wij beseffen, dat wij een offer van U vragen. Maar wij spreken de diepe overtuiging van al onze medestudenten uit, dat daardoor kostbaar werk bewaard wordt voor een terugvallen in onzekerheid.

Voor het bestuur van Leeghwater,

Met de meeste hoogachting,

E. Hijmans.
G. A. Tuyl Schuitemaker.

Het bestuur ontving het volgende schrijven:

Delft, 10 September 1913.

Aan
het Bestuur van het Gezelschap
„Leeghwater".

Mijne Heeren,

Uw hartelijk schrijven van 3 September, opgesteld, zoo onmiddellijk nadat mijn besluit, om het onderwijs aan de Technische Hoogeschool te verlaten, U bekend kon zijn, heeft mij bijzonder getroffen en gevoelens van voldoening maar ook van weemoed bij mij opgewekt.

Het verheugde mij, dat U begrepen hebt, dat door mijn leerkring een band met de T. H. gevormd is welke het mij zwaar valt te verbreken. Ik neem geen woord terug van de woorden, drie jaar geleden bij de aanvaarding van het hoogleeraarsambt, tot U gesproken nadat ik gedurende twee jaren reeds uit ervaring wist hoe onze verhouding zijn zou, nog steeds beschouw ik de studenten met aanleg voor het ingenieursberoep, bij wie mijn onderwijs geen onvruchtbaren bodem vond, als mijne beste vrienden.

Inderdaad ben ik nog gehecht aan het ambt waaraan ik vijf jaren, ik mag het zeggen want U weet het allen, mijn beste krachten met opgewektheid heb gewijd.

Dat ik toch den tijd gekomen acht om de met de beste voornemens opgenomen taak weer zoo spoedig neer te leggen, en dat, ofschoon ik van U steeds onverholen waardeering mocht ondervinden, vereischt mijnerzijds toelichting en verontschuldiging.

Datgene wat U in mijn onderwijs waardeert, dat mijn opgewektheid grooter, mijne voordrachten interessanter waren wanneer ik voorbeelden uit de techniek ter sprake kon brengen, dan wanneer ik mij tot mathematische afleidingen moest beperken, was geen bijzondere verdienste van mij. U zult hetzelfde bij ieder ingenieur aantreffen. Maar wellicht zal het meer voorkomen, dat diezelfde eigenschap maakt, dat de ingenieur op den duur geen bevrediging in het hoogleeraarsambt zal vinden.

Na een 11 à 14-jarige veelzijdige praktijk in het ingenieursberoep, als het ware daarin gevormd en opgegroeid, valt het mij steeds moeilijker mij in de Delftsche omgeving die zoo het tegendeel van het industrieele leven biedt, op mijn plaats te gevoelen. Wat U wellicht voor exentriciteit hieldt, dat ik mij zoo noode schikte in de vroegtijdige beëindiging van de colleges, dat ik op corpsdiës des morgens college gaf en U met zoovele extra uren verveelde, waren uitingen van denzelfden zin. Ik weet hoe geheel andere wijze van arbeiden dan in Delft gewoonte is, U in de industrie te wachten staat en hoe groot de voldoening is om door flink te werken wat tot stand te brengen.

Ik ben nog op een leeftijd waarop terugkeer in de industrie voor mij mogelijk is. Behoeft het nu nog toelichting dat ik de uitnoodiging aanvaardde om op te treden als Directeur van de Staatsmijnen, de meestbeloovende industrie die ik in Nederland ken?

Er is nog een reden die mij het vertrek van de Technische Hoogeschool gemakkelijk maakt en het kan zijn nut hebben, die hier openlijk mede te deelen.

Reeds in mijn intree-rede, wier herlezing ik in dit verband aanbeveel, had ik er op gewezen, dat voor de ontwikkeling der sterkteleer, altijd en thans meer dan ooit beproevings-laboratoria noodig zijn. Sedert heb ik door enkele nota's de regeering op de wenschelijkheid daarvan gewezen, en een klein bedrag aangevraagd om zelf ook op dit gebied enkele proeven te kunnen nemen en voor de ontwikkeling, niet enkel op publicaties van buitenlandsche collega's te moeten bouwen.

De aangevraagde gelden telden in vergelijking van wat de regeering voor gebouwen en hulpmiddelen voor andere vakken aan de T. H. beschikbaar stelt om zoo te zeggen niet.

Door gedeeltelijke inwilliging der gelden, gelijkstaande met verbod der onderzoekingen, gaf de Regeering te kennen, dat zij het onnoodig vond. Bij aanvraag tot deelname aan een buitenlandsche excursie werd eens geantwoord dat zulks voor een hoogleeraar in de toegepaste wiskunde en mechanica niet noodig was.

Nu weet ik wel, dat deze en dergelijke bezwaren te overwinnen zijn, ze hebben dan ook bij de genomen beslissing weinig gegolden en worden alleen ter sprake gebracht omdat de gelegenheid er voor gunstig is. Ze wegen in de verste verte niet op tegen de door U betoonde dankbaarheid voor mijn onderwijs.

Ik kan U vertellen, maar wellicht hebt U het reeds van Uwe oud-leeraars vernomen, dat de gevoelens van genegenheid van den oud-docent voor zijne vroegere leerlingen minstens zoo groot zijn als omgekeerd.

Na deze psychologische mededeeling behoeft het geen betoog, dat ik mijn oud-leerlingen met hartelijke gevoelens zal blijven gedenken, en dat als zij later als ingenieur van een der leveranciers aan de Staatsmijnen of als ondergeschikte met mij te doen krijgen, hun kwaliteit van oud-leerling de beste introductie is.

Uw toegenegen

F. VAN ITERSON.

Stoommotorbooten.

I.

Gedurende de laatste jaren heeft de toepassing van den motor met inwendige verbranding op kleine booten zulk een belangstelling in technische bladen ondervonden, dat er een neiging bestaat aan te nemen dat deze vorm van beweegkracht de stoommachine hier geheel verdrongen heeft. Dit is echter niet het geval; en de bedoeling van dit artikel is geenszins een discussie over de verdiensten van deze beide vormen van beweegkracht, (waarvan ieder zijne voordeelen onder zekere omstandigheden heeft) uit te lokken, doch door eene beschrijving van eenige stoommotorbooten, een indruk te geven van de toepassing van stoom als beweegkracht voor kleine booten.

Wil een stoommachine met een motor kunnen concurreeren dan moet in de eerste plaats de ruimte die de stoommachine met ketel inneemt slechts weinig grooter zijn dan die welke de motor eischt, en verder het gewicht der stoominstallatie dat van den motor niet veel overschrijden. Bij de verschillende typen der booten drukken deze voorwaarden niet even zwaar: zoo zal bij een kruiser de plaatsruimte, bij een renboot het gewicht overwegende invloed uitoefenen.

De benoodigde ruimte voor een stoommachine met stoomgenerator is in de meeste gevallen bij kleine vermogens vooral van 15—50 P.K. niet of weinig grooter dan die voor een motor. De reden hiervoor is dat bij een motor de keerkoppeling de lengte niet onbelangrijk vermeerdert en ook voor het aanzetten ruimte noodig is, terwijl de stoommachine zoo kort mogelijk gebouwd, dikwijls met Joy schaarbeweging en cylinders boven elkaar tandem uitgevoerd wordt, en de ketel zoo klein mogelijk gemaakt is. Fig. 1 geeft de inrichting van het machine complex van een 40 voet motorkruiser, waarin oorspronkelijk een 15 P.K. ver-

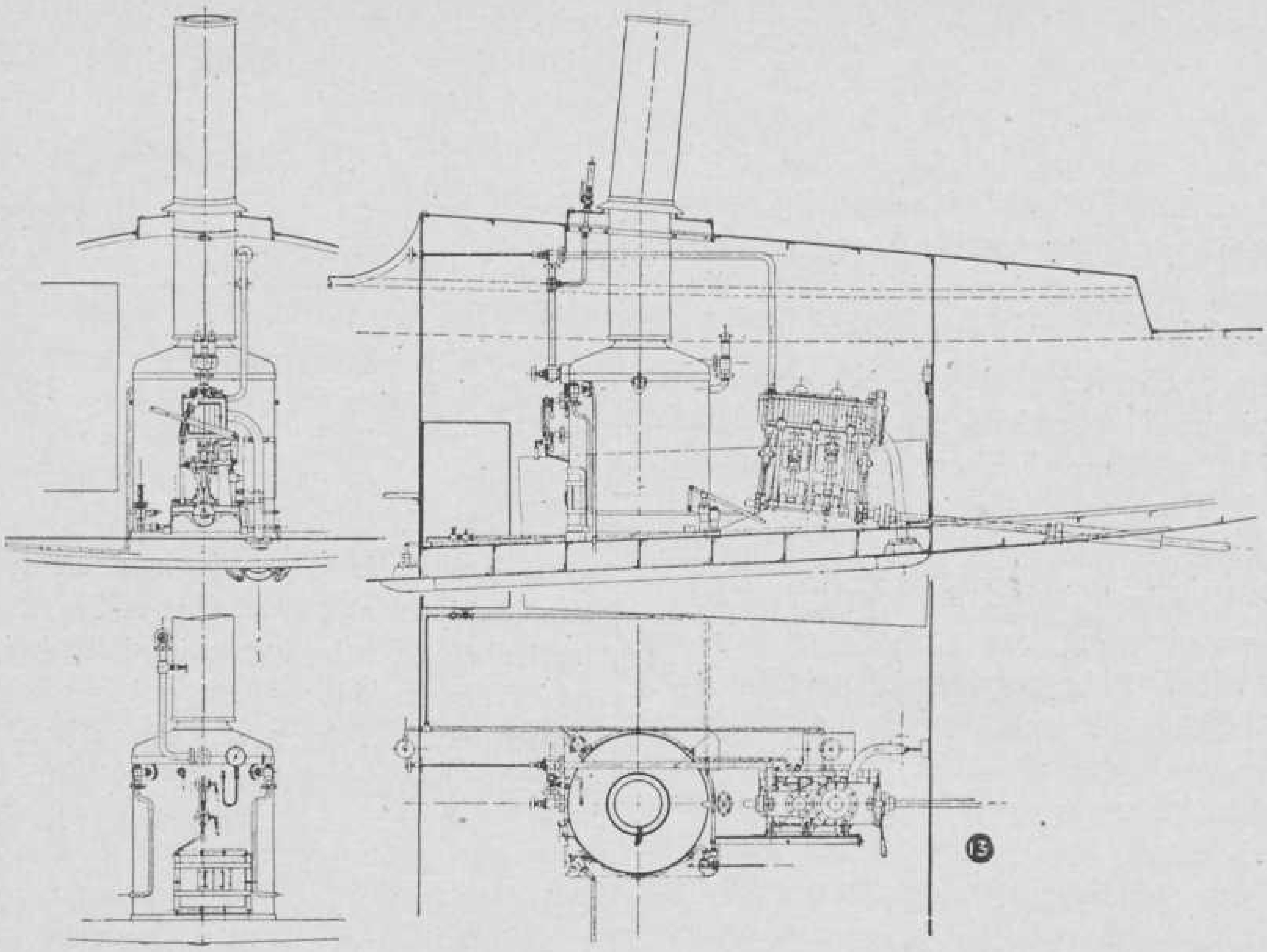
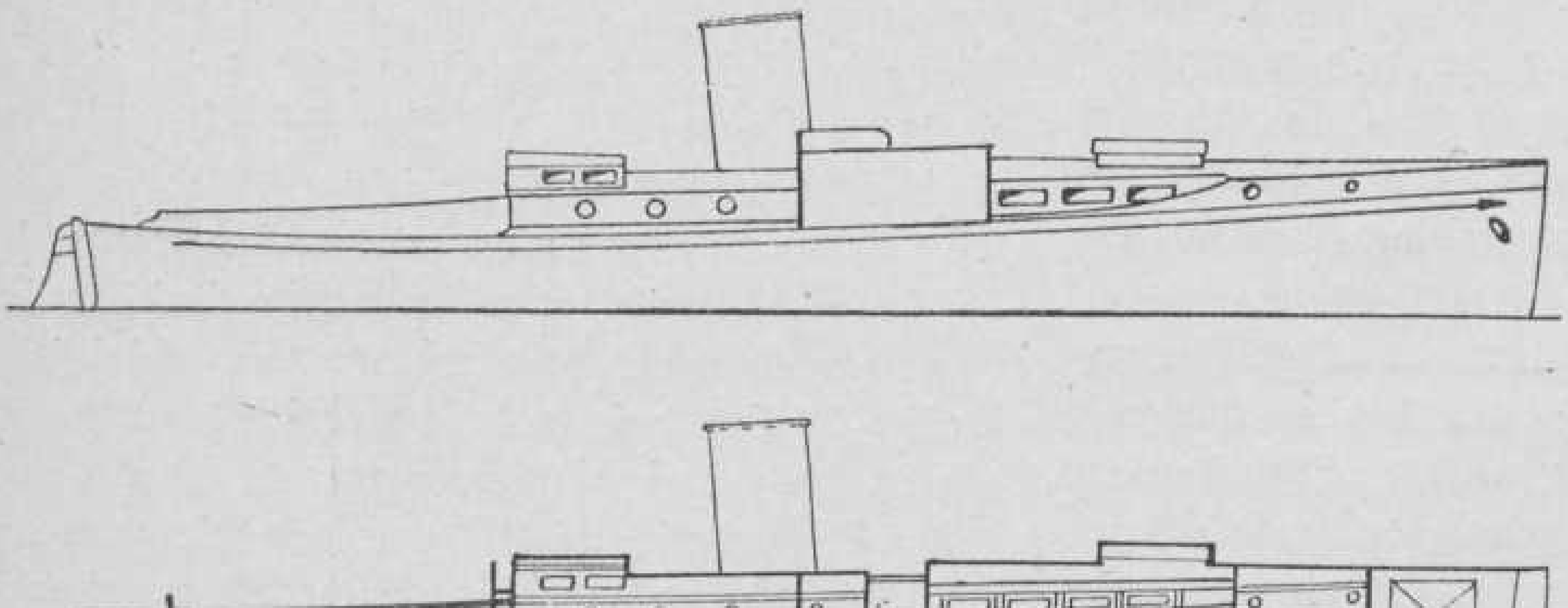


Fig. 1. Machinecomplex van een 40 voet motorkruiser met 20 P.K. Compound Machine.



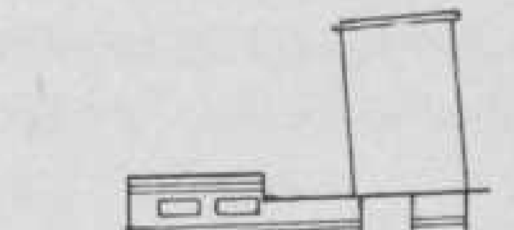


Fig. 3. Zelfde Machinekamer als in fig. 4, doch nu met 47 P.K. Q. E. M.

Fig. 2. 43 voet snelle kruiser met 40 P.K. Sterlingmotor, gebouwd door Murray Watts.

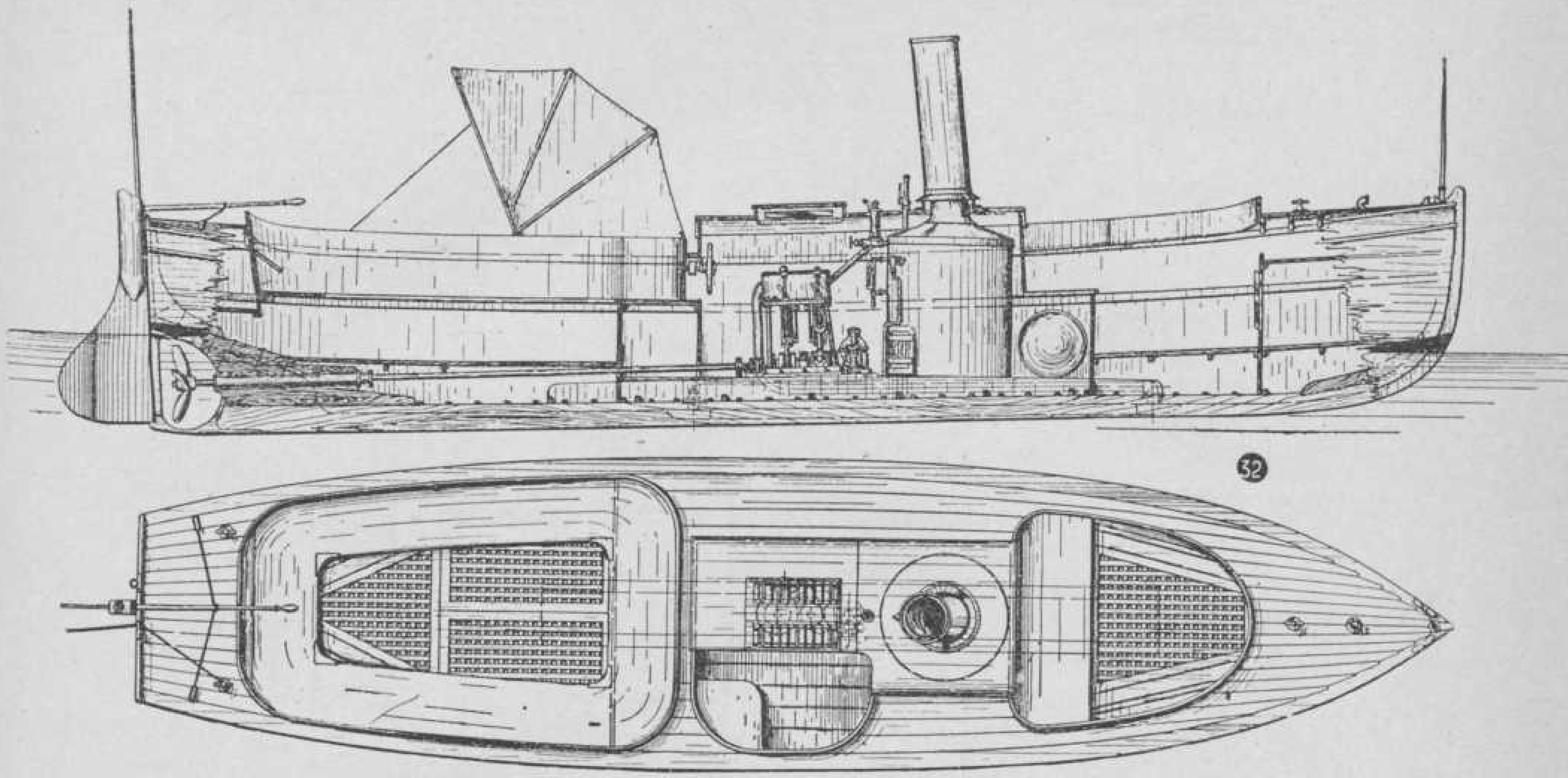


Fig. 4. 23 voet tender met 14 P.K. Compound Machine.

brandings motor met keerkoppeling geïnstalleerd was. Deze ruimte bleek voldoende om een 20 P.K. Compound Stoommachine met Stephenson schaarbeweging en Lune Valley ketel te plaatsen. De benoodigde ruimte voor stoommachine en ketel bedroeg 4′ 1″, voor de petroleummotor met keerkoppeling en ruimte voor den man om de motor in beweging te brengen 4′ 5″. Ook uit fig. 2 en 3 blijkt dat de benoodigde ruimte voor een stoominstallatie niet grooter is. De 43 voet lange snelle motorkruiser is gebouwd door Murray Watts en uitgevoerd met een 40 P.K. Sterling motor. De motorkamer is 8′ lang en biedt voldoende ruimte, zooals uit fig. 3 te zien is, om een 47 P.K. Quadruple Expansie tandem machine van Kingdon met stoom generator van den Lune Valley Eng. Co. te plaatsen.

De gewichten der stoominstallaties zullen uit den aard der zaak hooger zijn dan die der motoren; het verschil is echter niet zoo groot als men aanvankelijk meenen zou. Een complete stoominstallatie voor 23 P.K. weegt b.v. bij 800 omwentelingen is 470 K.G. bij 530 omwentelingen 600 K.G. Voor renbooten zijn deze gewichten belangrijk; zoo weegt het machine complex van de Cero II, wier Compound White Automobile Stoommachine 130 P.K. ontwikkelde, slechts 950 K.G.

Er is eene zoo groote variatie in de typen der stoommotorbooten met een groote verscheidenheid in machines van af enkele cylinder tot Q. E. M., met verschillende schaarbewegingen, met en zonder condensatie, ieder met volgens den fabrikant bijzondere eigenschappen, en diverse soorten waterpijp en vlampijpketeltjes met verschillende systemen branders, dat het onmogelijk is hiervan eenigszins een overzicht te geven, waarom ik mij bepalen zal tot die soorten welke het meest geschikt zijn door stoom gedreven te worden. De hierbij toch onvermijdelijke schoorsteen kan bij vele booten zeer goed aangebracht worden zonder de boot te ontsieren, en zelfs de boot niet onbelangrijk in schoonheid doen winnen, doch geeft bij sommige typen, vooral bij de open booten een bijzonder leelijk effect. Bij deze laatste soort booten die toch reeds in Holland bijna alle, niet aan de geringste schoonheidseischen voldoen, waarvan in bijna alle gevallen het veel te kleine vrijboord in verband met de te hooge kajuit opbouw de hoofdoorzaak is, kan men de stoommachine eigenlijk niet toepassen.

Tot de motorbooten die zeer geschikt met stoommachines kunnen uitgevoerd worden, te behooren in de eerste plaats de tenders voor jachten en andere stoomers. Zij zijn vrijwel de eenige open booten wie de schoorsteen niet misstaat.

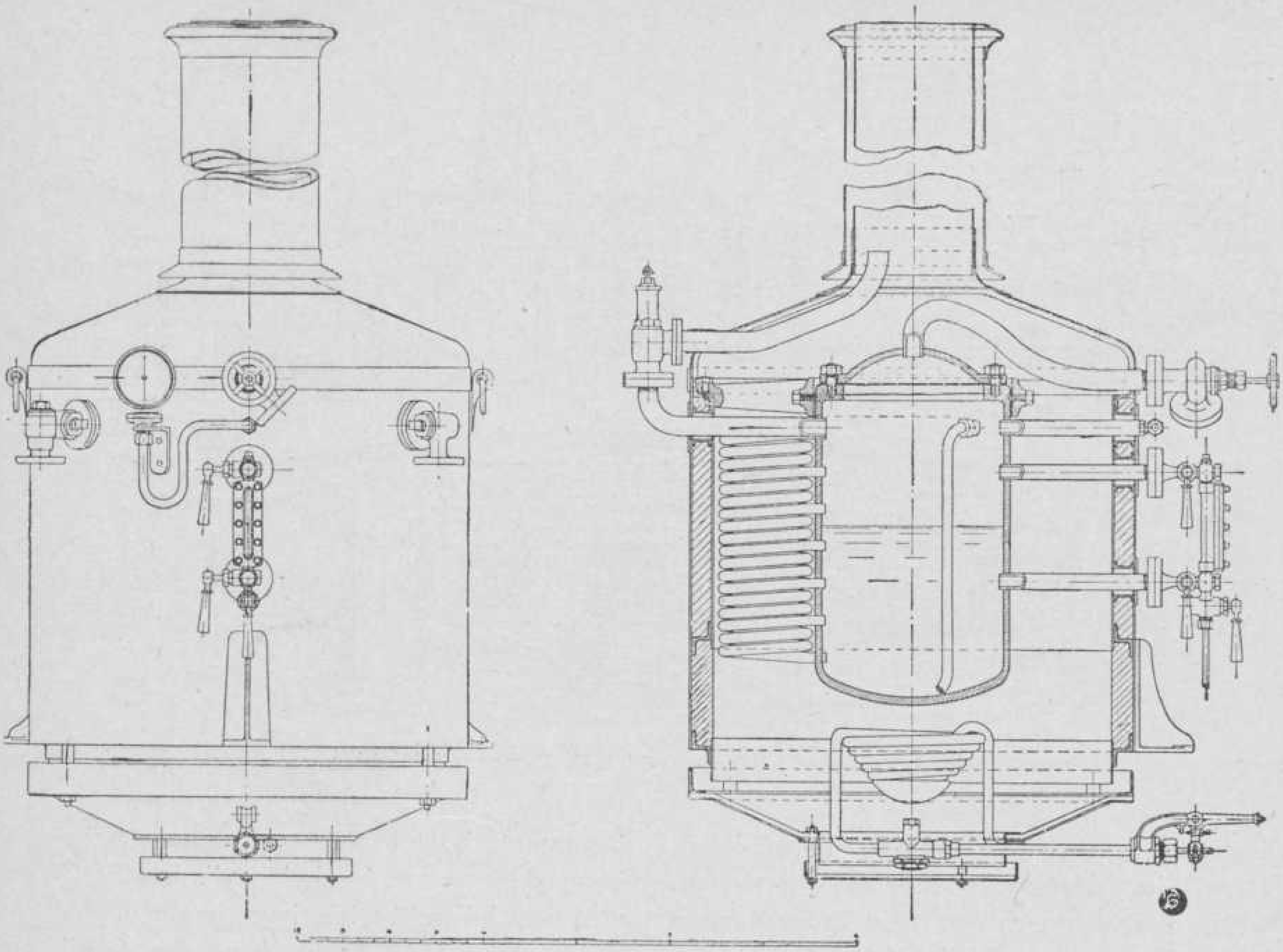
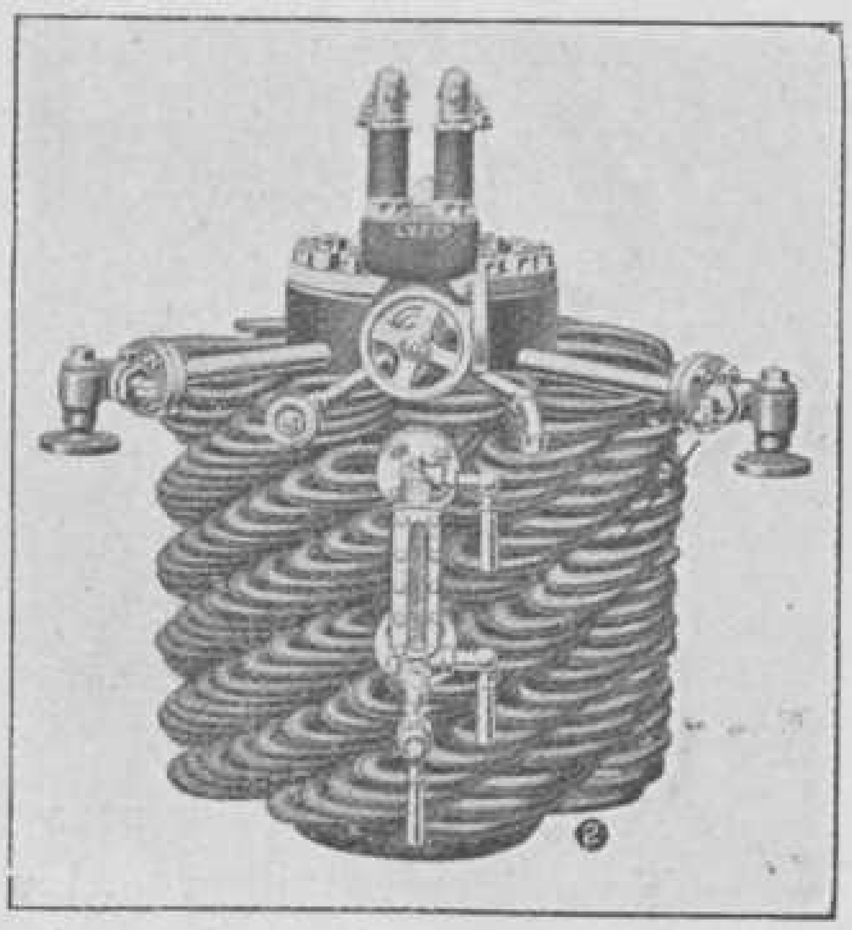


Fig 5. Waterpijpketel van de Lune Vally Engg. Co.



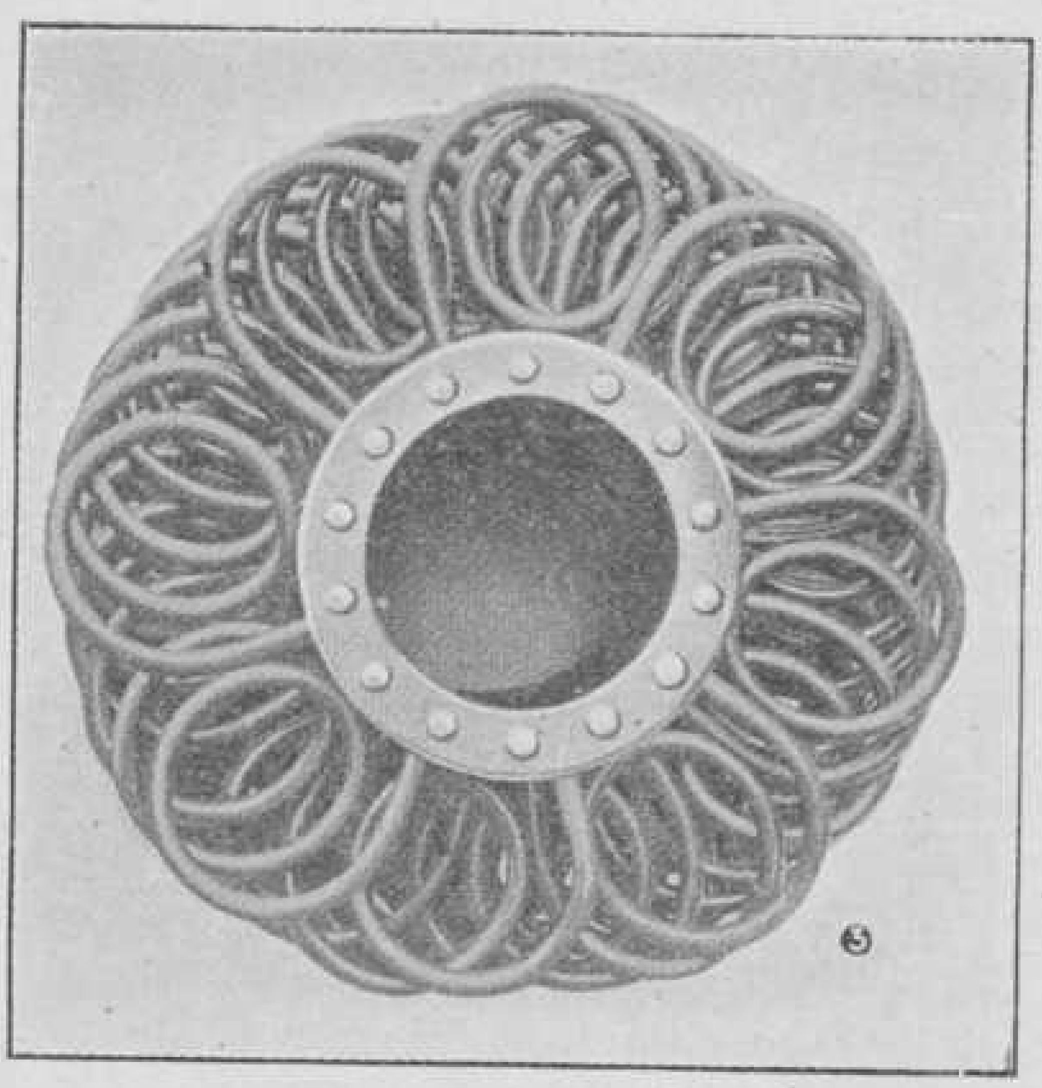


Fig. 6. Waterpijpketel van de Lune Vally Engg. Co. zonder casing.

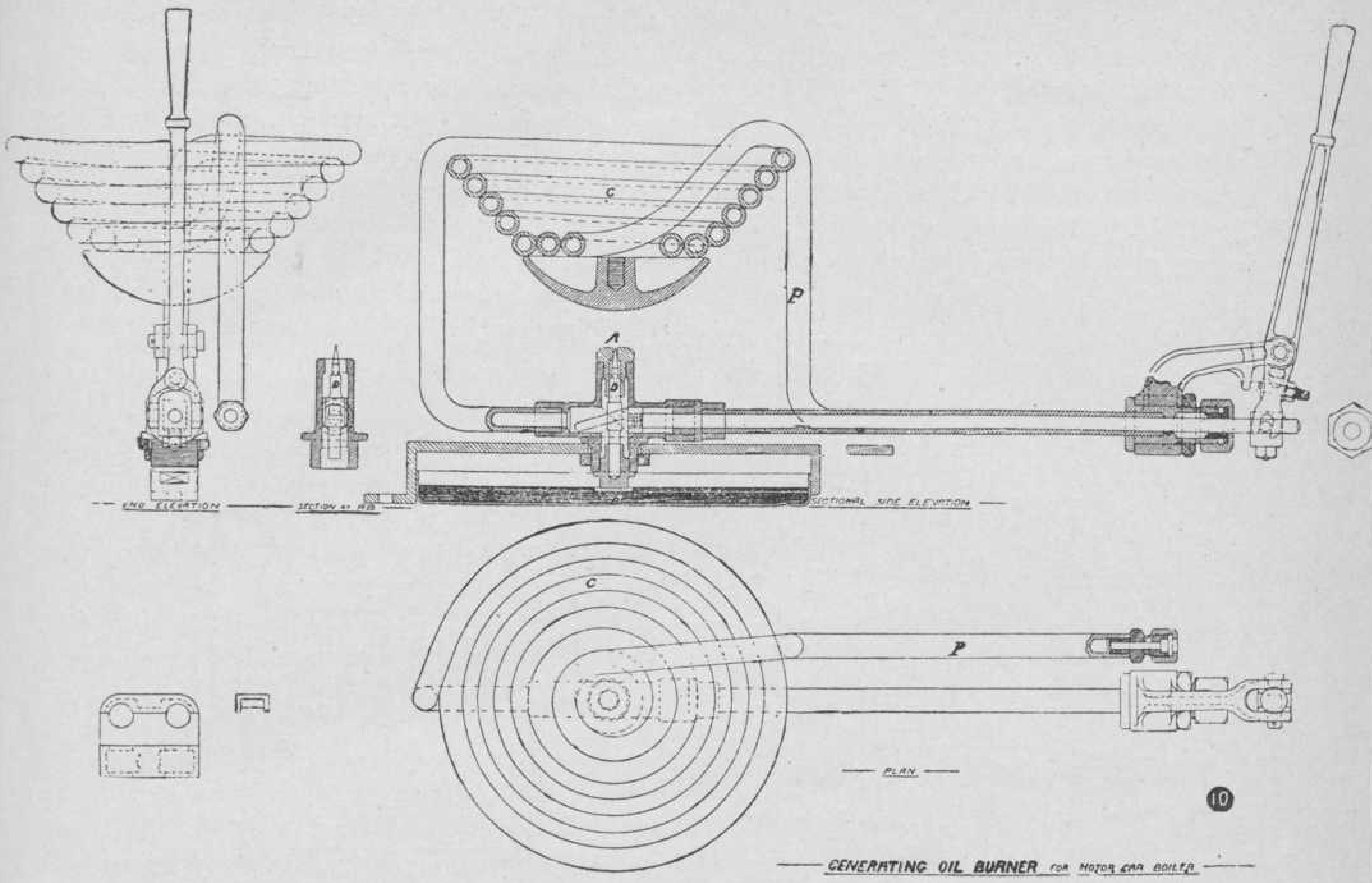


Fig. 7. Oliebrander van ketel uit fig. 5.

Fig. 4 geeft de inrichting van 23 voet jachttender: voor en achter een cockpit voor passagiers, het machine complex in het midden. De machine is een 14 P.K. compound van Savery met condensatie en Joy schaarbeweging, en maakt 530 omwentelingen per minuut. De stoomgenerator is een waterpijpketel van de Lune Valley Engg. Co., en bestaat zooals uit fig. 5 te zien is uit een water en stoomhouder, waar buiten zacht stalen spiralen zoodanig aangebracht zijn, dat zij zoo goed mogelijk aan de verbrandingsgassen zijn blootgesteld. Iedere spiraal heeft drie windingen waarvan de vlakken een hoek van 45° met de as maken, zooals te zien is uit fig. 6, een foto van een ketel zonder casing, die uit dubbel plaatijzer bestaat waartusschen slakkenwol. De ketel wordt gestookt met olie die, onder druk van 20—30 lbs per □″ uit de tank naar den brander gevoerd wordt. Fig. 7 geeft een teekening van den brander; de olie wordt door de pijp *P* naar den brander gevoerd, verdampt in de spiraal *C* en verlaat de brander in gasvorm door de yet *A*, waar ze door de bolle deflector en voldoende lucht met eene wijde ronde vlam, verbrandt zooals fig. 8 te zien geeft. De vlam is te reguleeren door de naald *D* in de yet, die door den hefboom verplaatst wordt. Voor het aansteken is 100 Gr. spiritus in den bak met asbest onder de yet voldoende; wanneer dit verbrandt, is de spiraal voldoende verwarmd, om de olietoevoer langzaam te openen en na 3 minuten op volle toevoer te stellen. Is de ketel van een schoorsteen voorzien, dan kan men een kleine hoeveelheid brandstof door de yet in den asbestbak doen stroomen en deze aansteken, waardoor het medenemen van spiritus vervalt. De behandeling der

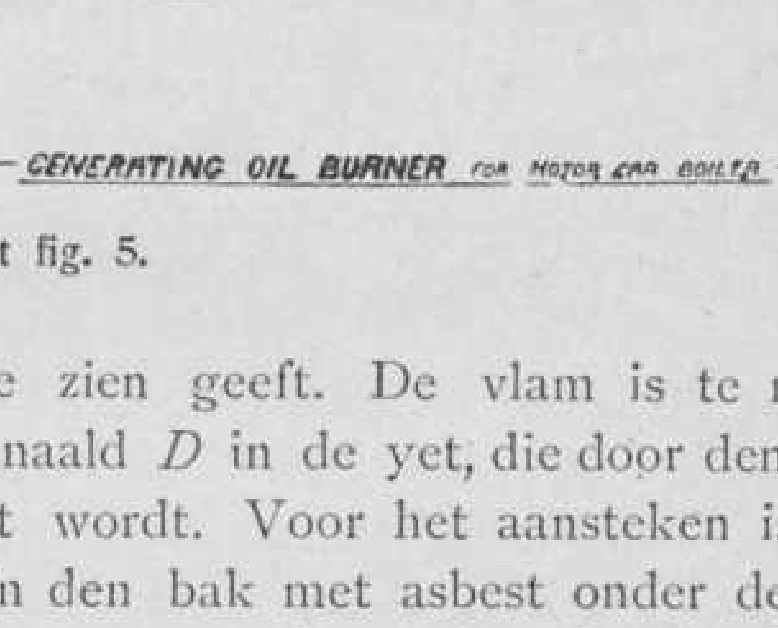


Fig. 8.

generator is zeer eenvoudig; binnen 8 minuten levert hij stoom tot 20 atm. van koud water. Het gewicht der ketel bedraagt 240 K.G., de diameter is 2' 5", de hoogste 2' 11".

Een standaard type tender speciaal voor zwaar werk gebouwd door Messrs Simpson Strickland & Co., geeft fig. 9. Hij wordt in davits bij passagiersschepen, zoowel als voor havenwerk gebruikt

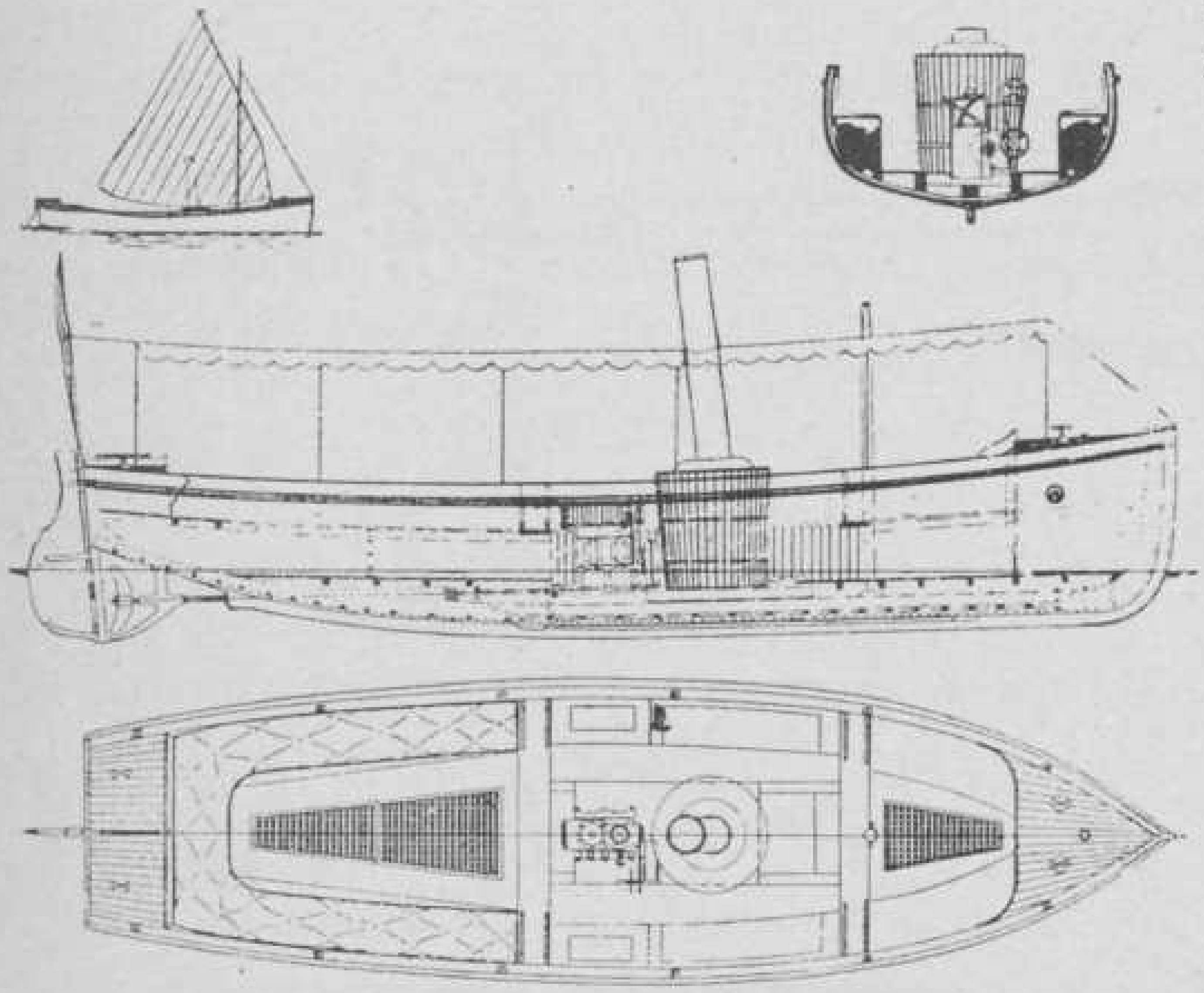


Fig. 9. Tender gebouwd door Simpson Strickland & Co.
L = 30'. B = 8'. D = 3,555 ton.

en is voor het vervoer van passagiers gebouwd onder toezicht van den Board of Trade. De P. en O. lijn heeft verscheidene dezer tenders in gebruik, terwijl ook vele andere reederijen ze zich aangeschaft hebben. De boot is 30' lang, 8' breed en is van teakhout gebouwd. De huid is dubbel:

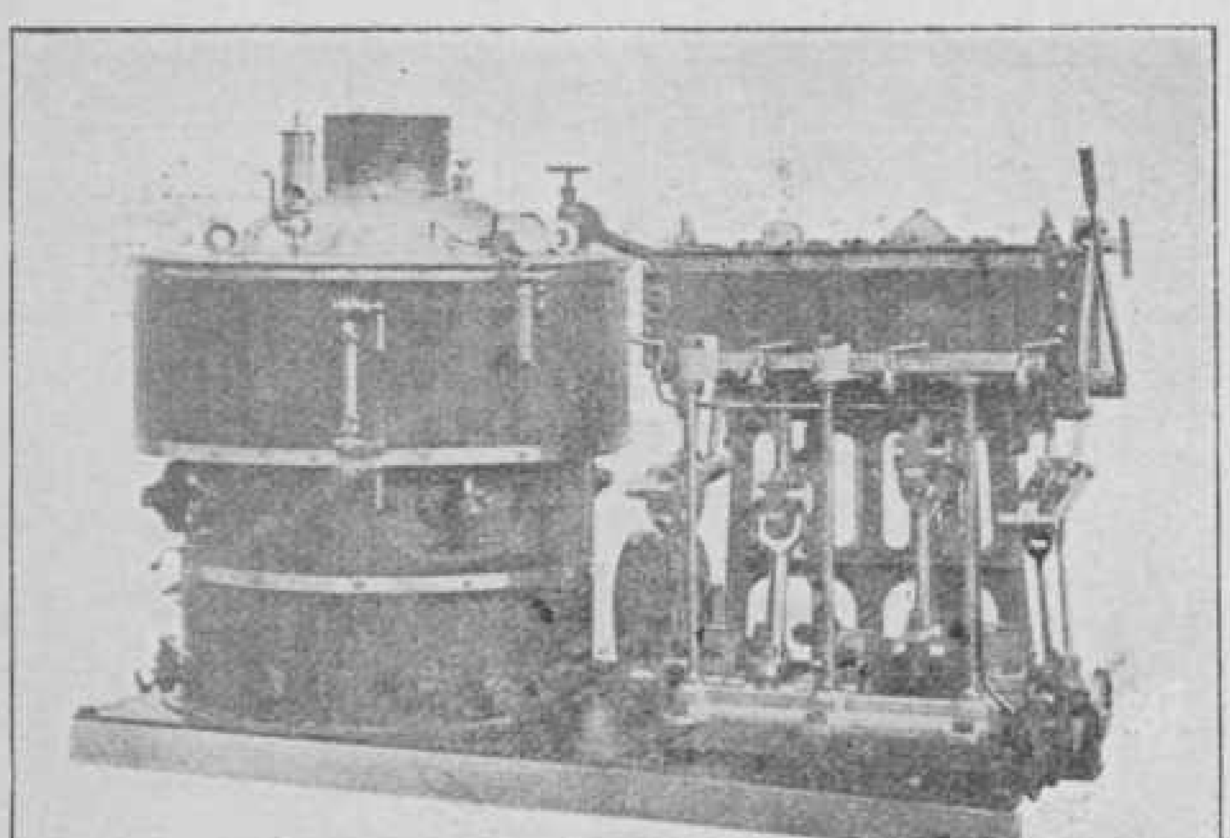


Fig. 10. Machinecomplex der tender uit fig. 9;
23 P.K. Compound Machine.

de binnenhuid $^{5}/_{10}''$ ligt diagonaal, de buitenhuid $^{7}/_{10}''$ langsscheeps; tusschen beide lagen geolied casvas. De uitrusting is zooals bij dit type gebruikelijk, met mast en zeil. De machine van 23 P.K. bij 450 omwentelingen is een compound van Kingdon, de ketel voor 10 atm. eveneens van Kingdon is een vlampijpketel en heeft een fan die met de hand of door de machine in werking gebracht wordt. Fig. 10 geeft een afbeelding van het machine complex fig. 11 een

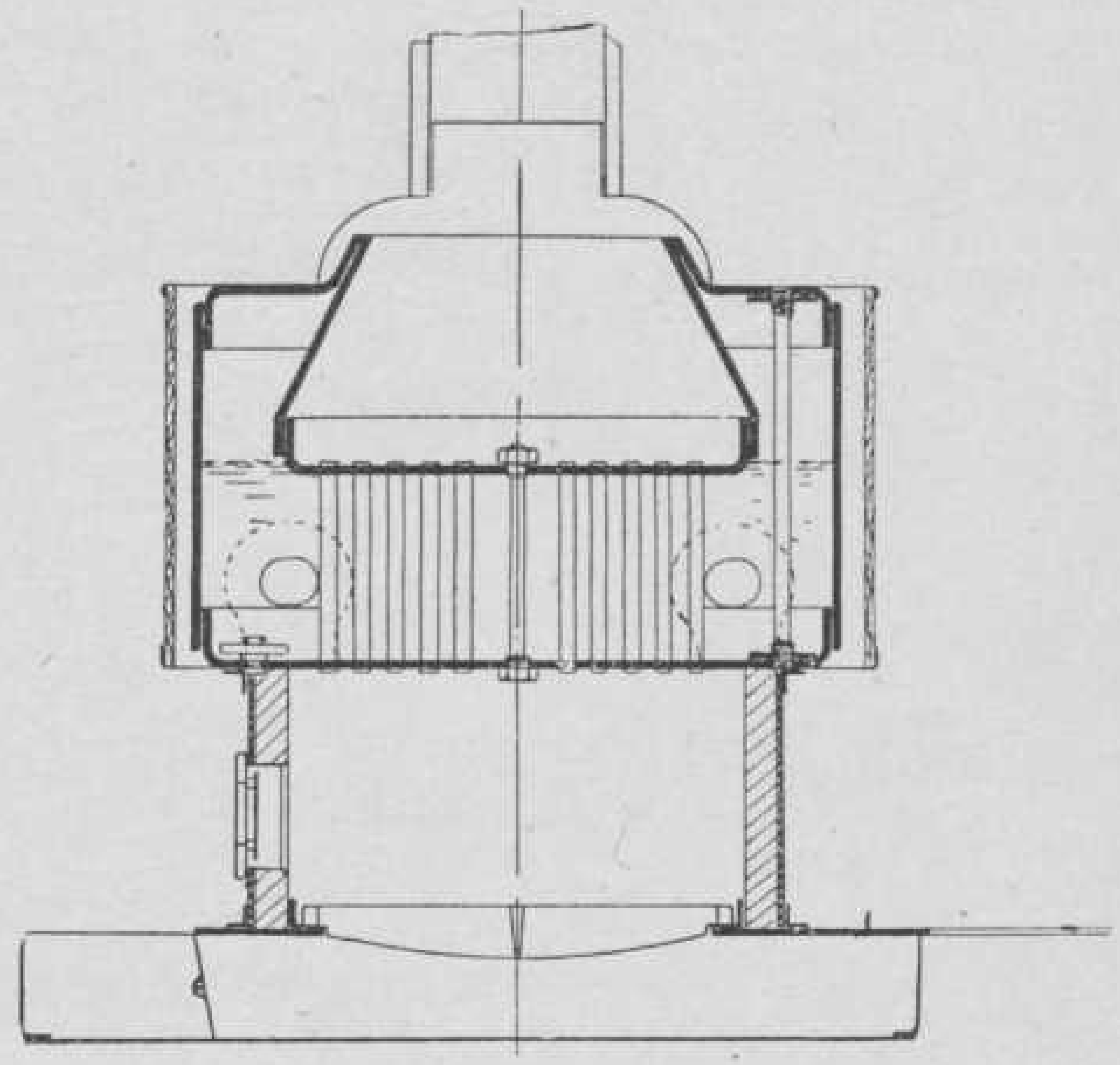


Fig. 11. Kingdon-ketel ingericht voor stoken van kolen.

teekening der ketel die voor het stoken met kolen ingericht is. Het gewicht van het machine complex bedraagt 1525 K.G.; de waterverplaatsing 3,555 ton waarbij een snelheid van 9 knoopen behaald wordt. De bedrijfskosten zijn zeer laag nl. $2^{1}/_{2}$ cent per mijl bij volle snelheid.

(*Wordt vervolgd*).

W. P. van Zon.

Over Knik.

door X. Sterckmans te Leuven.

Onder medewerking van H. J. Oosterbeek Jr. te Delft.

Ofschoon het knikvraagstuk reeds het onderwerp uitmaakte van een groot aantal verhandelingen, is het misschien niet geheel van belang ontbloot eenige bijzondere eigenschappen van knikkende staven nog eens na te gaan. Hetzij dat deze bekend geraakten met behulp van een benaderende rekenwijze, hetzij dat zij gevonden werden bij een meer nauwgezet onderzoek. Temeer waar wij meenen dat het onderwerp zoowel practisch als theoretisch van belang is, en de theorie erover nog geen afgesloten geheel vormt. In hetgeen volgt zullen enkele formules voorkomen die, voor zoover wij weten, nog niet bekend waren.

Wij zullen ons in hoofdzaak bezig houden met **lange staven met scharnierende uiteinden,** waarbij de Eulersche kniklast $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$ bereikt wordt vóórdat de grens der veerkracht wordt overschreden. Er is verondersteld dat zij **centrisch belast** zijn, ofschoon ook over excentrische belasting zal worden gesproken.

Dit geval schijnt vrij eenvoudig en geen bijzondere moeilijkheden op te leveren. Door bijna iedereen wordt aangenomen dat de Eulersche kniklast de gevaarlijke is. Vele schrijvers leiden de Euler-formule af met behulp van een groot aantal, dikwijls onnoodige, benaderingen. Het gevolg is dat menig ingenieur de waarde van het resultaat niet meer kan beoordeelen, omdat de invloed dier benaderingen hem ontgaan is.

Zoo denken velen dat als $P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ bereikt is, de doorbuiging der staaf onbepaald groot, misschien wel oneindig groot, zou worden. In werkelijkheid echter is ze bij ideale staven dan nog nul; en onbeteekenend klein bij staven zooals die practisch kunnen voorkomen.

Wij zullen dit artikel in twee hoofdstukken splitsen. In het eerste wordt, op een eenigszins juistere wijze dan veelal gebruikelijk is, de benaderingsformule $\frac{d^2 y}{d x^2} = -a^2 y$ behandeld. Hierin is $a^2 = \frac{P}{EI}$.

In het tweede hoofdstuk zal getracht worden de benaderingen tot het practisch onvermijdelijke te beperken.

HOOFDSTUK I.

BENADERINGSMETHODE.

Beschouwd wordt een lange rechte prismatische staaf, die aan beide uiteinden geheel vrij is, zoodat de eindvlakken op geen enkele wijze belemmerd worden te draaien, als zij dit tengevolge van buiging zouden willen doen.

De **staaflengte** zij **l,** de **staafdoorsnede F,** het **kleinste traagheidsmoment I,** de **elasticiteitsmodulus E.** In hoeverre vorm en samenstelling van F een rol spelen, laten wij onbesproken. Practisch heeft men gevonden dat zij belangrijken invloed kunnen hebben op de knikverschijnselen; zooals theoretisch ook verklaarbaar is.

Er wordt verondersteld dat onder den invloed van twee **krachten P,** die aan de uiteinden aangrijpen (fig. 1) en volgens de oorspronkelijk rechte staafas gericht blijven, een zijdelingsche doorbuiging voorkomt.

Sommigen beweren dat men eerst de **mogelijkheid eener uitbuiging** zou moeten bewijzen. Want zij ontkennen deze. Welnu, iedereen begrijpt dat

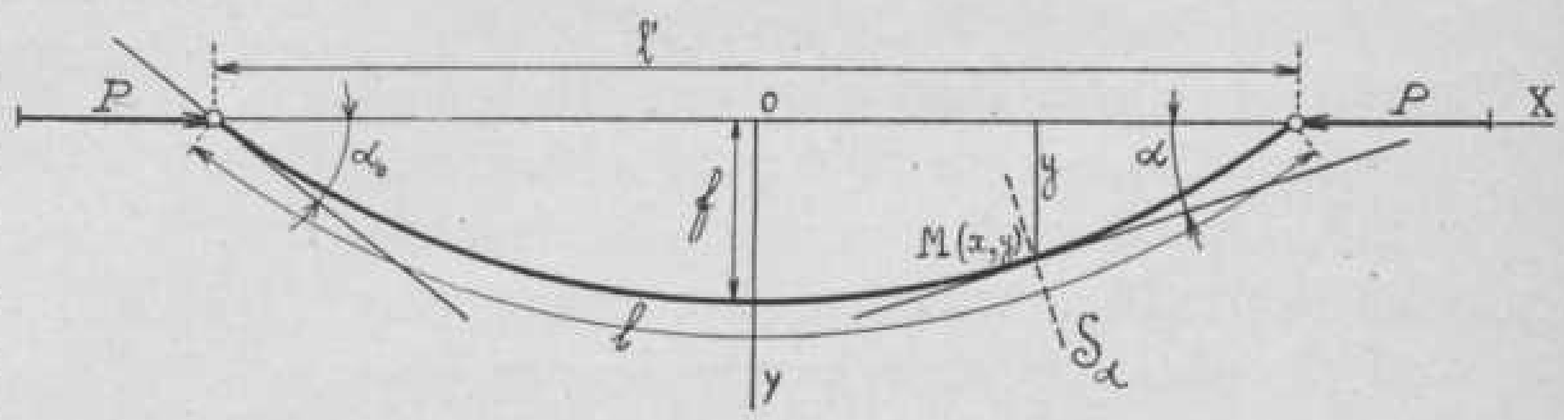


Fig. 1.

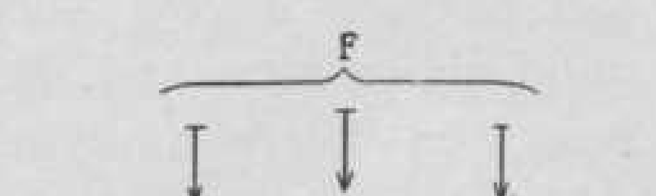


Fig. 2.

ze niet noodzakelijk is en op grond van symmetrie zelfs onmogelijk. Doch de minste stoffelijke onvolmaaktheid, de kleinst denkbare asymmetrie, ze zullen voldoende zijn om uitbuiging hoogst waarschijnlijk en, zooals de ervaring leert, zelfs onvermijdelijk te maken. Men kan zich de zaak ook voorstellen als in fig. 2. Men heeft met behulp van een stelsel krachten, dat daar door F is aangeduid, een staaf gebogen. Vervolgens neemt men dit krachtstelsel weg, doch verhindert de staafeinden zich te verplaatsen. Er treden reacties P

op, zooals in fig. 1. Deze reacties houden de staaf „geknikt". We beschouwen dus, hetzij een staaf waarvan de vormverandering veroorzaakt werd door de twee krachten P, hetzij een staaf waarvan een vroeger bestaande uitbuiging door de twee krachten P, bij wijze van reactiekrachten, behouden wordt.

Men beweert wel dat een axiaal belaste staaf in labiel evenwicht begint te verkeeren zoodra de Euler-last wordt overschreden. In het ideale geval moge zulks waar zijn, doch in de gevallen der praktijk is het onjuist. Zoodra er slechts eenige asymmetrie van den beginne af bestaan heeft, zal deze, met het aangroeien der belasting, voortdurend versterkt worden en tenslotte een grootte bereiken die wij als uitbuiging kunnen waarnemen.

Vergrooting dier uitbuiging eischt vergrooting der kracht. Zoodra de belasting de z.g. kniklast begint te naderen, komt de staaf in een toestand waarbij een geringe vergrooting der kracht de uitbuiging snel in grootte doet toenemen.

Toevalligheden in den vorm der staaf en de structuur der stof spelen een groote rol; het is aan dergelijke factoren toe te schrijven dat knik soms nog uitbleef, nadat de kniklast was overschreden. In de meeste gevallen treedt het verschijnsel echter reeds op als de belasting nagenoeg de theoretische kniklast heeft bereikt.

Wanneer een ideale staaf door een zekere oorzaak (dat hier dus een stelsel krachten moet zijn) den rechten stand verliet, zou, als die krachten een evenwichtsstelsel vormden, het zwaartepunt der staaf zijn plaats in de ruimte behouden. Dan zou, als er geen arbeidsvermogen verloren ging, de staaf een periodieke beweging aannemen, met den rechten stand als middenstand. Ze zou beurtelings naar rechts en links uitknikken, enz. In werkelijkheid zijn dergelijke trillingen gedempt en komt de staaf nimmer weer in den oorspronkelijken stand terug.

Een ideale staaf kan dus in labiel evenwicht zijn. Doch zij blijft recht. Immers, het aannemen van een oorzaak die dat evenwicht gaat verstoren, juist op het oogenblik dat het verstoord kàn worden, is al zeer dwaas. Omgekeerd, als men die oorzaak mèt de belasting tot ontwikkeling wil laten komen, zal de ideale staaf door die aanname overgaan in een practische staaf. De kwestie van labiel of stabiel evenwicht is voor de verdere besprekingen niet van belang.

Voldoende zij het te erkennen dat een stelsel krachten P de staaf geknikt kan houden of bestaande asymmetrie versterken.

Volgens de benaderingsmethode houdt men alleen rekening met het **buigend moment M = Py.** Wij zullen zulks ook doen en eveneens aannemen dat de lengte van de gebogen staafas voortdurend l blijft. De verkorting tengevolge van normaalkracht wordt dus verwaarloosd. Evenmin wordt rekening gehouden met den invloed der dwarskracht. De **lengte der koorde** noemen we l'.

Bij een keuze van het assenkruis zooals in fig 1, luidt de differentiaalvergelijking der elastische lijn:

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} = -a^2 y; \quad a^2 = \frac{P}{EI}. \qquad (1$$

Zoolang de uitbuiging zeer klein blijft, zal $y' = -tg\,\alpha$ overal zeer klein zijn en zal y'^2 ten opzichte van de eenheid verwaarloosd mogen worden.

Men kan dus benaderend schrijven 2)

$$y'' = -a^2 y.$$

Sommigen, zooals Prof. Vierendeel, meenen dat 2) juister is dan 1). Prof. Vierendeel zegt:

Le flambage est l'instant où l'axe droit devient virtuellement courbe et en cet instant le y' est infiniment petit et peut se négliger devant l'unité donc nous avons $\frac{y''}{\{1+y'^2\}^{\frac{3}{2}}} = y''$ et l'équation différentielle exacte du flambage est

$$y'' = -a^2 y.$$

Deze opvatting van Prof. Vierendeel schijnt voor aanvechting vatbaar te zijn. Immers als men y' „oneindig klein" onderstelt, zegt men dat de staaf recht blijft, dus dat y'' ook nul is en daarmede y nul is. Zoodra y' wel „heel klein, doch eindig" wordt, draagt het weglaten van y'^2 het karakter van een verwaarloozing. Trouwens, waar Prof. Vierendeel zelf over „négliger" spreekt en dit doet in een „virtueël" geval, zal zijne opvatting menigeen duister schijnen.

Wanneer men werkt met 2) inplaats van met 1) zou men inplaats van P moeten zetten $P(1+y'^2)^{\frac{3}{2}} = P\left(1+\frac{3}{2}y'^2+\ldots\right)$. Als de uiterste hoek $\alpha_0 = 4°$ is, zou er komen $1{,}007\,P$; was $\alpha_0 = 1°$, dan werd het $1{,}0005\,P$. Zoolang de doorbuigingen klein blijven — en dit onderstellen we voortdurend — zal de gepleegde verwaarloozing zeer gering zijn.

De integratie van 2) geeft ons

$$y = A \sin a x + B \cos a x.$$

Bij de bepaling der integratie constanten moet men voorzichtig wezen. Bekijkt men fig. 1, dan ziet men dat daar stilzwijgend werd „aangenomen" dat de staaf één golf zou vormen, symmetrisch ten opzichte van de *Y*-as. Behalve deze aanname schuilt in die figuur nog een tweede. Namelijk dat voor $x = 0$ $y' = 0$ zou zijn.

Al weten we door ervaring dat de staaf wel zal knikken zooals in fig. 1, dan neemt dit niet weg dat we van een dergelijke empirische wetenschap toch geen gebruik mogen maken. Integendeel. We willen door onze theorie juist de ervaringsverschijnselen op dit gebied trachten te verklaren.

Wel zijn we volkomen gerechtigd *O* steeds in het midden van l' te kiezen. Het eenige wat we met zekerheid weten, is dus dat voor $x = + \cdot \frac{l'}{2}$ en $x = -\frac{l'}{2}$ de waarde van y nul moet worden.

We hebben dus beschikbaar de vergelijkingen, omdat

$$\sin \frac{-a l'}{2} = -\sin \frac{a l'}{2} \text{ en } \cos \frac{-a l'}{2} = \cos \frac{a l'}{2}$$

$$A \sin \frac{a l'}{2} + B \cos \frac{a l'}{2} = 0.$$

$$-A \sin \frac{a l'}{2} + B \cos \frac{a l'}{2} = 0.$$

De optelling levert $B \cos \frac{a l'}{2} = 0$; de aftrekking geeft $A \sin \frac{a l'}{2} = 0$.

Men kan dus hebben $B = 0$ en $A = 0$. **De staaf blijft recht.**

$B \neq 0$; $\cos \frac{a l'}{2} = 0$; $\sin \frac{a l'}{2} \neq 0$; $A = 0$;

$$y = B \cos a x.$$

$A \neq 0$; $\sin \frac{a l'}{2} = 0$; $\cos \frac{a l'}{2} \neq 0$; $B = 0$;

$$y = A \sin a x.$$

Doch als $\cos \frac{a l'}{2} = 0$, is $\frac{a l'}{2} = (2n - 1)\frac{\pi}{2}$, dus

$$a = \frac{(2n-1)\pi}{l'} \text{ en } y = B \cos \left\{\frac{(2n-1)\pi}{l'} x\right\}.$$

En als $\sin \frac{a l'}{2} = 0$, is $\frac{a l'}{2} = 2n\frac{\pi}{2}$, dus

$$a = \frac{2n\pi}{l'} \text{ en } y = A \sin \left\{\frac{2n\pi}{l'} x\right\}.$$

We krijgen dus **twee verschillende vergelijkingen voor de elastische lijn.** Uit de 2ᵉ volgt dat voor $x = 0$, ook $y = 0$. Ze heeft betrekking op het geval dat de staaf in een **even aantal golven** zich deelt. De 1ᵉ geeft als $x = 0$ een zekere waarde B voor y, en slaat op het geval dat er een **oneven aantal golven** ontstaan.

De twee gevonden oplossingen moeten beiden beschouwd worden. Uit de 1ᵉ volgt dat

$$\frac{P}{EI} = (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{l'^2}, \text{ dus } \frac{P}{EI} = \frac{\pi^2}{l'^2} \text{ of } \frac{9\pi^2}{l'^2} \text{ of } \frac{25\pi^2}{l'^2} \text{ enz.}$$

Uit de 2ᵉ vinden we $\frac{P}{EI} = \frac{4\pi^2}{l'^2}$ of $\frac{16\pi^2}{l'^2}$ enz.

We zouden deze uitkomsten in éene formule gekregen hebben, als we den oorsprong van het assenkruis geplaatst hadden in één der uiteinden van de staaf (fig. 3). Dan zou in $y = A \sin a x + B \cos a x$, voor $x = 0$, ook $y = 0$, dus $B = 0$ en voor $x = l'$, $y = 0$, dus $A = 0$ òf $\sin a l' = 0$.

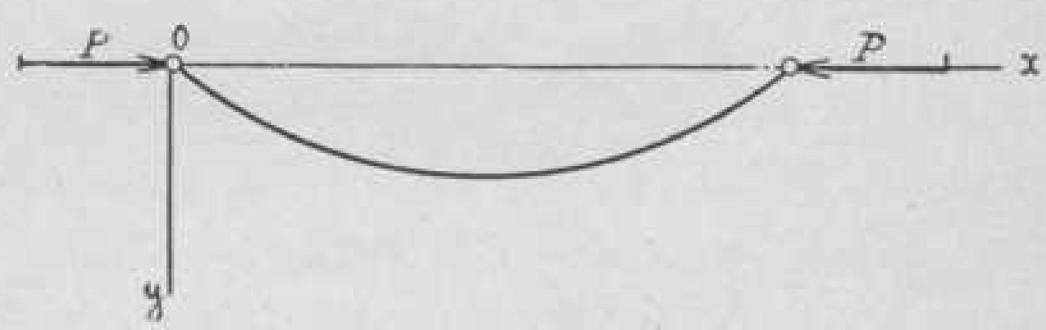


Fig. 3.

Waaruit dan volgde $a l' = n\pi$, dus $a = \frac{n\pi}{l'}$ en

$$y = A \sin \left\{\frac{n\pi}{l'} x\right\}.$$

We vonden dan $\frac{P}{EI} = \frac{\pi^2}{l'^2}$ of $\frac{4\pi^2}{l'^2}$ of $\frac{9\pi^2}{l'^2}$ enz.

Wij hebben gemeend den door ons gevolgden weg te moeten inslaan om er op te kunnen wijzen hoe licht men geneigd is tot aannamen die onnoodig zijn.

Wanneer we aannemen dat zich maar één golf vormt, vindt men dus als vergelijking van de elastische lijn $y = B \cos a x$. Zie fig. 1. Voor $x = 0$ wordt y' nu nul.

Men zal opmerken dat in bovenstaand steeds l' werd geschreven, **inplaats van l.** Deze handelwijze **is beslist noodzakelijk.** Meestal wordt hier niet aan gedacht. Men voert dan onbewust een ongerijmdheid in. Immers als men l zet, onderstelt dit, dat er geen doorbuiging optreedt! In een verhandeling, verschenen in de Annales des Ponts et Chaussées 1889, zegt Collignon zeer terecht:

„Als $y = f(x)$ een oplossing is van $y'' = -a^2 y$, dan is $y = Cf(x)$, waarin C een willekeurige constante voorstelt, ook een oplossing."

Aan dit feit ontleent hij een bezwaar tegen de benaderingsformule en de daaruit getrokken conclusies. Vóór hem had reeds menig schrijver zich aan dit koude water gebrand. Zoo b.v. Scheffer in het wel oude, doch voor zijn tijd zeer lezenswaardige werkje „Theorie der Festigkeit gegen das Zerknicken". Braunschweig 1858. Doch ook menig later schrijver verviel, onbewust, in dezelfde fout.

Welnu, voor onzen opzet geldt dat bezwaar niet meer; l en l' worden niet meer verward; slechts één der oneindig veel oplossingen is dus bruikbaar en volkomen bepaald.

In de vergelijking $y = B \cos a x$, is B gelijk aan de grootste doorbuiging f. Immers voor $x = 0$ wordt $y = f$. Noemen we $l - l' = \Delta$.

We weten dat $y = 0$, als $x = \frac{l'}{2}$, dus

$$0 = f \cos \frac{a l'}{2} = f \cos \frac{a(l-\Delta)}{2}.$$

En aangezien $f \neq 0$, volgt hieruit:

$$\cos \frac{a(l-\Delta)}{2} = 0; \frac{a(l-\Delta)}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ of } 3\frac{\pi}{2} \text{ of } 5\frac{\pi}{2} \text{ enz.}$$

Houden we de eerste dezer waarden aan, dan zou

$$a(l-\Delta) = \pi \text{ en } a\Delta = (a l - \pi). \qquad 3)$$

Let wel: deze Δ is géén gevolg van normaalkracht, doch alleen van de buiging.

Uit 3) volgt dat Δ negatief is, zoolang $P < \frac{\pi^2 EI}{l^2}$. Aangezien Δ niet negatief kan zijn, kan zulks alleen beteekenen dat de theorie in dit geval niet toepasselijk is. Als P gelijk wordt aan $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$ is Δ nog nul en buigt de staaf dus niet, want de koorde is nog gelijk aan de gestrekte kromme. Gewoonlijk vindt men voor dit geval opgegeven dat de doorbuiging onbepaald is. Maar als $P > \frac{\pi^2 EI}{l^2}$, komt er uitbuiging.

Formule 3) is niet juist. In het 2e hoofdstuk van dit artikel zullen we aantoonen dat de waarde van Δ volgens 3) viermaal te klein is. De meer juiste waarde is $a\Delta = 4(a l - \pi)$. 4)

Dit verandert evenwel niets aan hetgeen we opmerkten over de mogelijkheid van uitbuiging. We komen op deze kwestie later nog terug.

We zullen berekenen **de grootte van f.**

De vergelijking van de elastische lijn is $y = f \cos a x$; dus $y' = -a f \sin a x$.

We weten $\int_{x=0}^{x=\frac{l'}{2}} ds = \frac{l}{2}$.

Nu is $ds = dx\sqrt{1 + y'^2} = dx\sqrt{1 + a^2 f^2 \sin^2 a x}$.

We ontwikkelen den wortelvorm in een reeks volgens de machten van $a^2 f^2 \sin^2 a x$, waarvan we alleen de eerste termen behouden, omdat de overigen, zoolang de uitbuiging gering blijft, verwaarloosd mogen worden.

$$\sqrt{1 + a^2 f^2 \sin^2 a x^2} =$$
$$1 + \frac{a^2 f^2}{2} \sin^2 a x - \frac{a^4 f^4}{4} \sin^4 a x + \ldots$$

De grootste waarde van $a^2 f^2 \sin^2 a x$ is blijkbaar $a^2 f^2$. We zullen in het 2e hoofdstuk aantoonen dat $a^2 f^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}$; zie fig. 1. Zoolang dus α_0 zeer klein blijft, zal het voldoende zijn de twee eerste termen der reeks te nemen en $a^4 f^4 \sin^4 a x$ enz. te verwaarloozen. We vinden:

$$\frac{l}{2} \sim \int_0^{\frac{l-\Delta}{2}} \left(1 + \frac{a^2 f^2}{2} \sin^2 a x\right) dx;$$

$$\Delta \sim \frac{a^2 f^2}{2}\left[\int_0^{\frac{l-\Delta}{2}} dx - \int_0^{\frac{l-\Delta}{2}} \cos 2 a x . dx\right].$$

$$\Delta \sim \frac{a^2 f^2}{2}\left[\frac{l-\Delta}{2} - \frac{1}{2a} \sin a(l-\Delta)\right].$$

We moeten hier handelen alsof we de juiste formule 4) niet kenden. We zijn dus aangewezen op 3). Nu weten we, op grond van 3), dat $a(l-\Delta) = \pi$, zoodat $\sin a(l-\Delta) = 0$ en

$$\Delta \sim \frac{a^2 f^2}{4}(l-\Delta) \sim \frac{\pi^2 f^2}{4(l-\Delta)}.$$

Waaruit

$$f \sim \frac{2}{\pi}\sqrt{\Delta(l-\Delta)} \sim 0{,}636\sqrt{\Delta(l-\Delta)}. \qquad 5)$$

Volgens de onderstelling is f steeds klein, en

ook Δ zeer klein. Zoodat men Δ^2 mag verwaarloozen ten opzichte van $l\Delta$. Voor kleine doorbuigingen geldt dus

$$f \sim 0{,}636 \sqrt{l\Delta}.$$

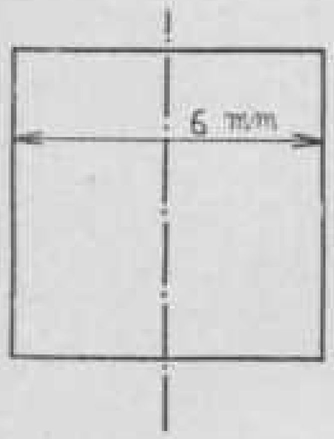


Fig. 4.

Voorbeeld: Laat fig. 4 voorstellen de doorsnede eener staaf waarvan $l = 1000$ mm. De Eulersche kniklast is 21,317 K.G. en veroorzaakt een spanning van 0,59 K.G./m.m^2.

Wordt P opgevoerd tot 21,324 K.G., d.i. een vermeerdering van 0,34 $^0/_{00}$, dan wordt:

Δ volgens 3) $= 0{,}13$ m.m.

Δ „ 4) $= 4 \, . \, 0{,}13 = 0{,}52$ m.m.; dit is de meer juiste waarde.

Zoodat $f \sim 0{,}636 \sqrt{1000 \, . \, 0{,}52} \sim 14{,}5$ m.m. De spanning wordt ineens veel grooter en bedraagt 9,18 K.G./mm^2.

We weten dat als $P \leqq \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ geen doorbuiging optreedt. Zoodra deze waarde overschreden wordt, nemen f en de spanningen snel in grootte toe. In fig. 5 is het verband aangegeven. Volgens 5) mogen we zetten:

$$f^2 \sim \frac{4}{\pi^2} \, . \, l\Delta \, . \sim k\,l\,\Delta \sim k'\,l\left(l - \frac{\pi}{a}\right).$$

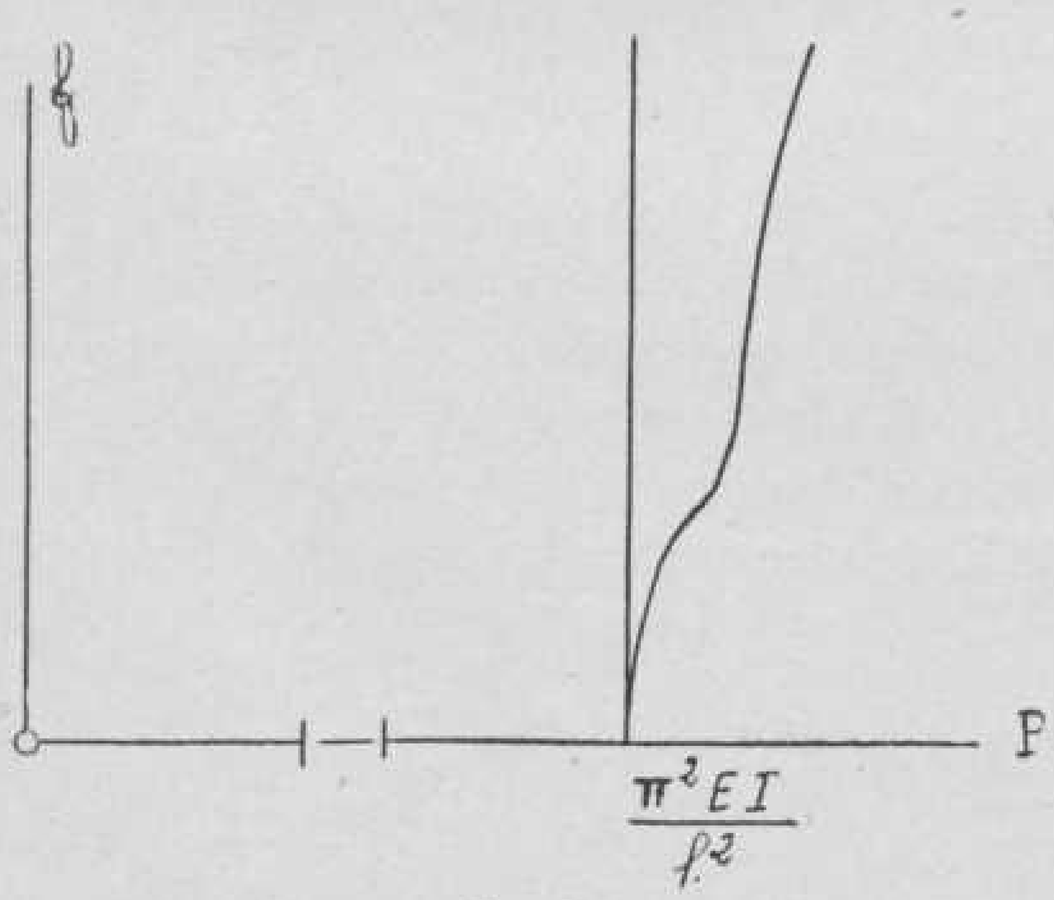


Fig. 5.

Zoodat $af^2 \sim k'\,l\,(la - \pi)$; k en k' zijn constanten. Differentiëeren we naar P.

$$2\,af\frac{df}{dP} + f^2\frac{da}{dP} \sim k'\,l^2\,\frac{da}{dP}. \text{ Nu is } a = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$\frac{da}{dP} = \frac{1}{2\sqrt{EIP}}.$$

$\frac{df}{dP} \sim \frac{(k'\,l^2 - f^2)}{4\,Pf}$. Als f tot nul nadert, wordt $\frac{df}{dP} = \infty$. De kromme snijdt de P-as rechthoekig.

Het zij herhaald dat deze betrekkingen alleen voor zeer kleine doorbuigingen gelden.

Wanneer men de differentiaalvergelijking enz., waarvan we uitgingen, en het daarop gebouwde betoog nagaat, moet het opvallen dat wij niet meer gesproken hebben over de oorspronkelijke asymmetrie, ofschoon we uitvoerig aantoonden dat alleen deze in staat is het knikverschijnsel begrijpelijk te maken. Men zou kunnen zeggen dat het buigend moment niet is Py, doch $P\,\{y + \Psi(x)\}$, waarin $\Psi(x)$ voorstelt de plaatselijke afwijking, die de staafas vertoont ten opzichte van de lijn volgens welke de krachten werken. Deze $\Psi(x)$ zal voor verschillende richtingen verschillend zijn. Immers de oorspronkelijke staafas zal in het algemeen een ruimtekromme wezen.

Aangezien $\Psi(x)$ onbekend is, kan men niet verder komen. Maar wèl is er een middel om een dergelijke asymmetrie op eenvoudige wijze voor te stellen. Inplaats van de staaf asymmetrisch te nemen, plaatst men de krachten excentrisch. Deze **excentriciteit e** is onbekend, doch het aannemen ervan heeft veel voordeelen. Immers door e onbepaald tot nul te laten naderen, zal het ideale geval van centrische belasting onbepaald genaderd worden.

De verschijnselen, die zich bij nauwkeurige proefnemingen voordeden, b.v. die van Tetmajer, laten zich gereedelijk verklaren door het bestaan eener e. Ja, men kan deze e zelfs vrij gemakkelijk berekenen, waarbij dan blijkt dat ze veranderlijk is, geen vaste wetten volgt en geheel een functie schijnt te zijn van de toevallige waarde van $\Psi(x)$, in verband met de toevallige structuureigenaardigheden.

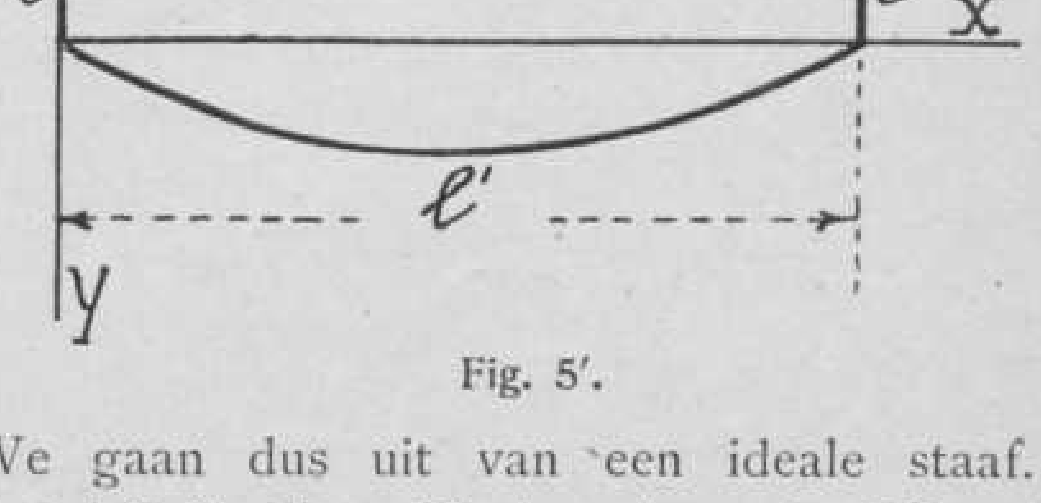


Fig. 5'.

We gaan dus uit van een ideale staaf. De excentriciteit zij e. De benaderende differentiaalvergelijking luidt (zie fig. 5')

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - a^2 (y + e).$$

Aangezien $y' = (y + e)'$ en $y'' = (y + e)''$, kan men dadelijk zeggen dat de oplossing is:

$$y + e = C_1 \cos a x + C_2 \sin a x.$$

Voert men in dat voor $x = 0$, $y = 0$ en voor $x = l'$, $y = 0$, dan komt er:

$$y + e = e\left(\cos a x + tg \frac{a l'}{2} . \sin a x\right).$$

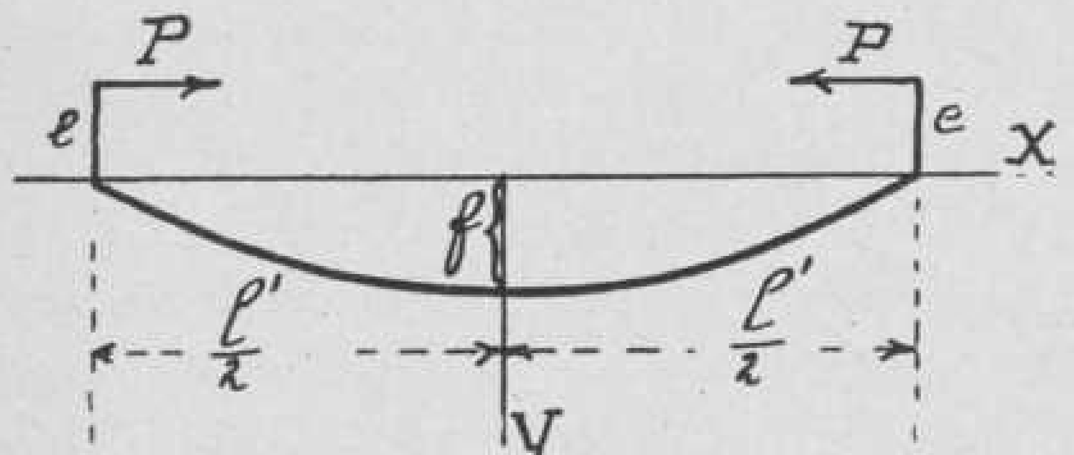


Fig. 5''.

We kunnen, door het assenkruis een afstand $\frac{l'}{2}$ naar rechts te verschuiven, deze vergelijking brengen in den meer geschikten vorm (fig. 5'')

$$y + e = \frac{e \cos a x}{\cos \frac{a l'}{2}}. \qquad 1')$$

Let wel dat bij de bepaling van C_1 en C_2 niet mag gezegd worden dat voor $x = \frac{l'}{2}$ $y' = 0$ wordt. Deze aanname toch zou voorloopig door niets gerechtvaardigd zijn. We „vinden" nu dat het zoo is. De meeste schrijvers beginnen met uit te gaan van fig. 5'', voeren in dat voor $x = 0$ $y' = 0$ en dat voor $\pm x$ de waarde van y dezelfde moet zijn. Zij vinden dezelfde uitkomst, doch o.i. minder streng afgeleid.

Uit 1') volgt dadelijk dat

$$\frac{f + e}{e} = \frac{1}{\cos \frac{a l'}{2}}. \qquad 1'')$$

Sommigen beweren nu dat, als $\cos \frac{a l'}{2} = 0$, dus $P = \frac{\pi^2 EI}{l'^2}$, $f = \infty$ zou worden. Dit zou zeker ook zoo zijn, ware het niet dat $\cos \frac{a l'}{2}$ nooit nul kan worden! Men moet de zaken niet van den verkeerden kant voorstellen. Wij hebben uitdrukkelijk gezegd dat de differentiaalvergelijking slechts bruikbaar is „zoolang f klein blijft". Het gaat nu niet aan de zaak om te keeren. Elke onderstelling die een groote waarde van f tengevolge zou hebben, is dus van meetaf veroordeeld. Dus ook de onderstelling dat $\cos \frac{a l'}{2}$ bijna nul zou zijn.

Men moet uitgaan van de waarde van f. Stelt men voor f een zekere waarde, die altijd klein genomen moet worden, kiest men $e = \frac{f}{n}$ en laat n onbepaald toenemen, dan zal e tenslotte oneindig klein worden. Dan pas zou aan de limiet $\cos \frac{a l'}{2}$ nul gevonden worden. Dus zou $\frac{a l'}{2} = \frac{\pi}{2}$. Aangezien echter l' een functie is van de aangenomen a en ook f een functie daarvan is, zou men in de keuze der grootte van f niet vrij zijn. Integendeel, als men e tot de limiet nul laat naderen ontstaat er een bepaalde f en een bepaalde l'.

In één enkel geval is men vrij in de keuze van f. Men moet f dan oneindig klein nemen, dus voor e een oneindig kleine van de 2e orde. Dan zal practisch uitgedrukt, de staaf recht blijven en l' zal in l overgaan. Zoodat dan $P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$. Waarmede opnieuw is aangetoond dat als $P \leqq \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ geen uitbuiging te vreezen is, bij een ideale staaf die centrisch is belast.

Wanneer men uitgaat van een bepaalde belasting en een bepaalde excentriciteit, dus a en e kiest, zal men, om f te kunnen berekenen, eerst l' moeten kennen in de formule 1''). Ten dien einde kan men den volgenden weg inslaan; $\Delta = l - l'$.

Uit 1') volgt dat $y' = \frac{- e a \sin a x}{\cos \frac{a l'}{2}}$, hetgeen met behulp van 1'') geschreven wordt:

$$y' = - a (f + e) \sin a x.$$

Verder is

$$\int_0^{\frac{l}{2}} ds = \int_0^{\frac{l - \Delta}{2}} \sqrt{(1 + y'^2)}\, dx.$$

$$\frac{l}{2} = \int_0^{\frac{l-\Delta}{2}} \sqrt{1 + a^2 (f+e)^2 \sin^2 ax}\; dx \sim$$

$$\int_0^{\frac{l-\Delta}{2}} \left\{ 1 + \frac{a^2 (f+e)^2 \sin^2 ax}{2} \right\} dx.$$

$$\Delta \sim \frac{a^2 (f+e)^2}{2} \int_0^{\frac{l-\Delta}{2}} (1 - \cos 2ax)\, dx.$$

$$\Delta \sim \frac{a^2 (f+e)^2}{2} \left\{ \frac{l-\Delta}{2} - \frac{1}{2a} \Big| \sin 2ax \Big|_{x=0}^{x=\left(\frac{l-\Delta}{2}\right)} \right\} \sim$$

$$\frac{a^2 (f+e)^2}{2} \left\{ \frac{l-\Delta}{2} - \frac{1}{2a} \sin a (l-\Delta) \right\}.$$

$$\Delta \sim \frac{a (f+e)^2}{4} \left\{ (l-\Delta)\, a - \sin a (l-\Delta) \right\}.$$

Nu ontwikkelen we $\sin a (l-\Delta)$ in een reeks:

$$\sin a (l-\Delta) = a (l-\Delta) - \frac{a^3 (l-\Delta)^3}{6} + \ldots \text{enz.}$$

Zoodat:

$$\Delta \sim \frac{a (f+e)^2}{4} \cdot \frac{a^3 (l-\Delta)^3}{6} \sim \frac{\mathbf{a^4 (f+e)^2 l^3}}{\mathbf{24}}. \quad 2')$$

Deze formule is slechts een eerste benadering.

Nu weten we dat $(f+e) = \dfrac{e}{\cos \frac{a l'}{2}}$. Om voor $(f+e)$, die we als onbekende beschouwen, een eerste benadering te vinden, zetten we

$$(f+e) \sim \frac{e}{\cos \frac{a l}{2}}.$$

Dit in het 2e lid van 2') geeft ons:

$$\Delta \sim \frac{a^4 l^3}{24} \frac{e}{\cos^2 \frac{a l}{2}}.$$

Waardoor Δ ongeveer bekend is en dus ook ongeveer l'.

Gebruiken we deze waarde van l', in de plaats van de zoo juist gebruikte l. Dan vinden we, op dezelfde wijze te werk gaande, een l' die reeds juister is. En zoo zouden we dóór kunnen gaan.

Een andere methode zou wezen, als we zetten:

$$(f+e) = \frac{e}{\cos \frac{a (l-\Delta)}{2}} = \frac{e}{\cos \left(\frac{a l}{2} - \frac{a \Delta}{2} \right)} =$$

$$\frac{e}{\cos \frac{a l}{2} \cos \frac{a\Delta}{2} + \sin \frac{a l}{2} \cdot \sin \frac{a \Delta}{2}}.$$

$$(f+e) \sim \frac{e}{\cos \frac{a l}{2} + \frac{a \Delta}{2} \sin \frac{a l}{2}}. \text{ Enzoovoorts.}$$

Als voorbeeld zullen we eens onderstellen dat $\frac{a l}{2} = \frac{2}{3} \frac{\pi}{2}$; dus $\cos \frac{a l}{2} = \frac{1}{2}$.

Een eerste benadering geeft dan

$$(f+e) \sim \frac{e}{\frac{1}{2}} = 2e. \text{ Dus } f = e.$$

Verder wordt dan $a\Delta \sim \dfrac{a^5 l^3 \cdot 4 e^2}{24} \sim 6{,}75 \dfrac{e^2}{l^2}$.

$$(f+e) \sim \frac{e}{0{,}5 + 3{,}37 \frac{e^2}{l^2} \cdot 0{,}866} \sim \frac{e}{0{,}5 + 2{,}92 \frac{e^2}{l^2}}.$$

Als tweede voorbeeld **onderstellen we dat** $\mathbf{P} = \dfrac{\pi^2 \mathbf{EI}}{\mathbf{l^2}}$ **excentrisch aangrijpt.** Men vindt dan bij vele schrijvers ten onrechte opgegeven dat $f = \infty$ zou worden!

We onderstellen dus $\frac{a l}{2} = \frac{\pi}{2}$. Zoodat:

$$(f+e) \sim \frac{e}{\frac{a\Delta}{2}} \sim \frac{2e}{a\Delta} \sim \frac{2el}{\pi\Delta}.$$

$$\Delta \sim \frac{a^4 l^3 (f+e)^2}{24} \sim \frac{\pi^4 (f+e)^2}{24\, l};$$

$$\frac{a\Delta}{2} \sim \frac{\pi^5 (f+e)^2}{48\, l^2}; (f+e) \sim \frac{48\, e l^2}{\pi^5 (f+e)^2}.$$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{(f+e)} &\sim \mathbf{0{,}54} \sqrt[3]{\mathbf{e l^2}} \\ \Delta &\sim \mathbf{1{,}18} \sqrt[3]{\mathbf{e^2 l}} \end{aligned}\right\} \text{ eerste benaderingen.}$$

$$\Delta (f+e) \sim \frac{2}{\pi} e l.$$

De formules maken het mogelijk om b.v. e te berekenen als $(f+e)$ uit metingen tijdens een proef bekend zijn. Als tevens Δ direct gemeten wordt, krijgt men over en weer middelen van contrôle. Zou men een ander willen toepassen dan waren in beginsel, op dezelfde wijze als hierboven, de benaderingsformules nog wat scherper af te leiden. Ook ware dan rekening te houden met den invloed der normaalkracht.

Uit een en ander is op te maken dat de aanname eener aanvangsexcentriciteit in menig opzicht voordeelen bezit. Bij practische uitvoeringen zal e dikwijls ongeveer bekend zijn. Bijvoorbeeld als een vakwerkstaaf door middel van knoopplaten aan de uiteinden is bevestigd. Kiest men dan in 1[1]) voor l' de waarde l, wat steeds geoorloofd is, dan is dadelijk f bekend en kan men zich een oordeel vormen over de grootste optredende spanning tengevolge van normaalkracht en buigend moment. In menig geval zal een dergelijke staaf gedeeltelijk ingeklemd zijn; doch op den gunstigen invloed daarvan mag, zooals de proeven leerden, slechts met de uiterste omzichtigheid vertrouwd worden.

De Bedrijfsingenieur.

Het ligt in 's menschen aard, dat de critiek op iets nieuws, iets ongewoons, zelden gunstig uitvalt.

Slechts zeer weinigen nieuwen gezichtspunten, ingrijpende veranderingen of constructiën is het vergund oude opvattingen en vooroordeelen bij den eersten aanloop te overwinnen en den enkeling evenals de groote massa te overtuigen. In ethisch opzicht kan dit conservatisme van den enkeling karakterkracht zijn, in het practische leven echter wijst het meestal op zwakte, omdat het het eigen oordeel op den achtergrond dringt en het voorhandene klakkeloos doet overnemen .... zelfs als het foutief is.

Nergens schijnt conservatisme zóó sterk als in het bedrijf en de leiding van fabrieken. Wanneer men werkmeesters vindt — en hier in Holland zijn ze niet zeldzaam, ook al verdwijnen ze meer en meer — die nog een loflied aanheffen op den draaibank van een twintig à vijf en twintig jaar geleden en er prat op gaan, dat ze nog draaibanken van dezen „solieden" bouw onder den riem hebben staan: Welnu, er zijn ook nu nog menschen te vinden, die den spoortrein nog nooit zagen, laat staan er gebruik van maakten. Wie echter vooruit wil, die moet zich de moderne gegevens en problemen ten voordeel weten te maken.

Toen in 1900 op de Parijsche Wereld Tentoonstelling de eerste sneldraaistaalbeitel werd vertoond, zag men weldra op alle kantoren — we mogen helaas nog niet spreken van „bedrijfsbureaux" — der machinefabrieken in ons land de bekende blauwe spanen. Men stond verbaasd over de geweldige resultaten, maar beschouwde het snelstaal alleen daar voordeelig, waar zeer groote en zware stukken, als gesmeede scheepsassen enz. te bewerken waren.

Die personen, die hun best deden om dit staal hier ingang te doen vinden, moeten dan ook, om voorvermelde redenen herhaaldelijk ten antwoord gekregen hebben: „Maar mijnheer! waar denkt u aan, *wij* kunnen dit staal niet gebruiken, *dat gaat bij ons niet,* onze machines zijn te zwak we zouden ze op die manier in één jaar op den oud ijzerhoop moeten werpen" of „bij het grootere krachtverbruik der draaibanken zouden we een nieuwe stoommachine moeten hebben." enz. enz. Conservatisme!

En nu? Slechts weinigen worden er gevonden, die een sneldraaibank voor luxe houden.

Niet alleen door bedrijf technische, ook door economische overweging en van de zijde der arbeiders, blijft in het bedrijf conservatisme hoogtij vieren. Laat zich de bedrijfsleider door het oordeel van den arbeider beïnvloeden, dan kan men er bijna zeker van zijn, dat een verandering in de leiding, een verbetering in het bedrijf of de inbruikname, van een nieuwe machine onmogelijk is. Er zijn echter bedrijfsingenieurs, die wel het oordeel van den arbeider aanhooren, maar die uit eigen overtuiging en door grondig onderzoek een nieuwtje of een verandering weten te schatten en — dit is het voornaamste — ook weten door te voeren.

Is het wel juist hier in Holland van bedrijfsingenieurs te spreken? Volmondig moeten wij erkennen, dat er nog veel te weinig studenten een studie van dit zoo hoogst interessante vak maken, terwijl inderdaad nog dit geheele gebied braak ligt. Ligt het aan de richting, waarin de studie aan de T. H. S. wordt geleid of ligt de schuld aan de studenten zelf, is ook dit alweer tot conservatisme terug te voeren?

De T. H. S. kan in deze geen blaam treffen, het is ons maar al te zeer bekend, met welk een ijver en toewijding een der voornaamste onderdeelen der bedrijfstechniek, „de Mechanische Technologie van IJzer, Staal en Hout" gedoceerd wordt, en ook, dat de sub-afdeeling der Mech. Techn. steeds gereed staat, beginnelingen bij hun eerste schreden op dit gebied ter zijde te staan.

O. i. schuilt de oorzaak dan ook ergens anders;

conservatisme bestaat er, in zooverre, dat krachtswerktuigen aan de werktuigkundige afdeeling altijd hoofdzaak zijn geweest. Ons is bekend, dat verscheidene studenten veel voor dit vak gevoelen, maar ze naast hun gewone studie den moed en het doorzettingsvermogen missen, zich hieraan te wijden. Het is waar, er zijn bezwaren: zoo bestaan er betrekkelijk zeer weinig boeken over dit vak, het moet alles, voor zoover niet uit de praktijk, uit tijdschriften worden geleerd, maar dit is dan ook vrijwel het eenige beletsel. Wij hoorden herhaaldelijk: „waar moeten wij dit vinden, waar dat?" Maar zoek dan toch! houdt desnoods iedere week een eenvoudig kaartsysteem of klapper voor uw tijdschriftliteratuur bij en ge beschikt weldra over voldoende gegevens. Zeker, makkelijker ware het, wanneer een speciale cursus voor den „economischen" ingenieur werd ingesteld, maar is dan zelf zoeken niet leerzamer en aangenamer dan enkele colleges over een dergelijk practisch vak te moeten loopen?

Enkele zullen ons tegemoet voeren: „Wij hebben te weinig tijd, we moeten toch al zooveel teekeningen voor dit vak en zooveel voor dat vak maken!" Zeker, maar denkt ge niet, dat ge wanneer ge u voor bedrijfsingenieur wenscht te bekwamen, van enkele dezer teekeningen ontheffing zoudt kunnen verkrijgen, zoodat u voor de constructie van gereedschapwerktuigen meer tijd rest?

Het is ons na vorenstaand betoog over het bedrijf en den bedrijfsingenieur een genoegen, hier te kunnen mededeelen, dat de Handleidingen-Vereeniging zoo vooruitstrevend is geweest een eerste schrede op dit gebied te zetten en er in geslaagd is Handleiding No. 43 te doen samenstellen, waarin de voornaamste gegevens der laatste jaren op gereedschapwerktuigen gebied, voor zoover het de eenvoudige werktuigen: draaibanken, freesmachines, boormachines, schaafbanken en slijpmachines, aangaat, verzameld zijn. Het boekje is in de eerste plaats bestemd voor fabriek en werkplaats. Uit dit oogpunt is het als volgt ingedeeld: Na een korte inleiding over de spaanafnemende gereedschapwerktuigen heeft de schrijver de heer D. J. W. van Dongen, assistent aan de T. H. S., de tandradberekening behandeld volgens de nieuwe grondslagen van Smith en Nicholson, omdat tandraderen bij banken met éénschijvenaandrijving meer en meer in den vasten kop gebruikt worden. Daarna gaat schrijver over tot draaibankassen en geeft een voorbeeld van de berekening van een trapschijf met drievoudig dubbelwerk. Het draadsnijden wordt beknopt, doch voldoende aangegeven. De eigenschappen van beitelstalen, de snijdrukken en de snijsnelheden voor sneldraai- en koolstofstaal en het gedeelte over spiraalboren hebben een ruime plaats gevonden. De freezen worden onderscheiden naar hun soorten en worden de grondbeginselen voor het ontwerpen van freezen en de vervaardiging van kamraderen, kegelraderen, schroefraderen en wormraderen voor zoover dit althans op de gewone Universeel-freesmachine is te verrichten, met voorbeelden besproken. Het artikel verdeelkoppen bevat, behalve de theorie, een zevental tabellen, waarvan zes ook voor andere dan het hier besproken type (Wanderer verdeelkop) te bezigen zijn. Slijpschijven, tafelschaafbanken en sterke armschaafbanken zijn voorzien van de noodige tabellen en is hiervan niet meer gegeven dan strikt noodzakelijk is. Van zuiver economisch technischen aard zijn de twee laatste hoofdstukken, waarvan het eerste de verwisselbaarheid der werkstukken beoogd door middel van het grensmaatsysteem en het laatste een der vele methoden bevat om de bewerkingstijd te berekenen van te draaien, te boren, te freezen en te slijpen werkstukken. Een zestiental tabellen en een uitgebreide literatuuropgave besluiten het boekje. In totaal bevat het werkje een zestigtal figuren en afbeeldingen en een veertig tabellen. Wij zijn van oordeel dat het als aanvulling van het college groot nut kan hebben. Voor die studenten, *die in de vacanties practisch werken* en voor die ingenieurs, die in de praktijk meer met de werkplaats in aanraking komen is het een goede vraagbaak, die op veel technische bedrijfsvragen antwoord kan geven; voor diegenen, die zich reeds meer met de constructie en berekening van gereedschapswerktuigen bezighielden, brengt het in beknopten vorm al datgene, wat ze als grondslag *voor hun berekeningen* hebben aan te nemen.

Het geheel is goed verzorgd en de figuren zijn duidelijk, zoodat wij het dus als een goede aanwinst voor de Handleiding-Vereeniging mogen beschouwen.

S.

Opstellen en aanteekeningen naar aanleiding van een vacantiereis.

I. *Spoorwegstation te Leipzig.*

Mijn eerste indruk na een radbrakende reis van een half etmaal: het station te Leipzig. Geheel voltooid, zal het 't grootste van Europa zijn; zes en twintig sporen zullen nevens elkander eindigen.

Het ligt niet in mijn aard opgeblazen loftuitingen te schrijven over de kolossaliteit van Lossow & Kühne's bouwwerk, maar wèl wil ik één bijzondere, prijzenswaardige eigenschap van dit reuzen-etablissement naar voren brengen, omdat ik door deze daar ter plaatse vreugdevol getroffen ben

Ik bedoel de harmonie der verschillende volumen van het bouwwerk.

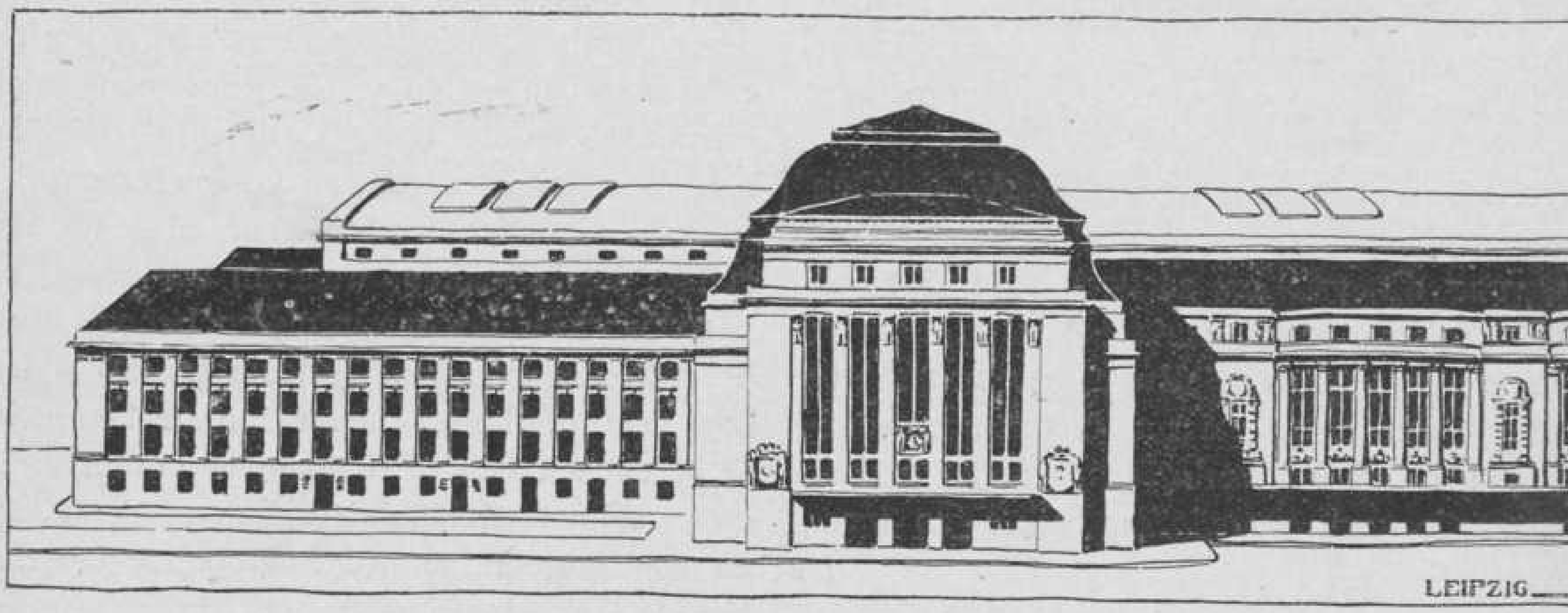
Beziet ter vergelijking eens andere groote spoorwegstations. Ge ziet een groote ijzeren kap en daarbij een of meerdere bouwwerken in steen. Aesthetisch verband ontbreekt meestal ten eenenmale. De schaal van de kap is een geheel andere dan die van de bijgebouwen. Terwijl de ijzeren kap zich ondoorbroken uitstrekt over honderd, tweehonderd meter en de straal der welving eenige tientallen meters is, vindt ge aan 't steenen gedeelte kleine partijen van eenige weinige meters, met voorsprongen van een halve of een heele steen. Beschouwt 't silhouet van zoo'n station eens: één of meer reusachtige horizontale lijnen met daarboven wat nietig gepeuter van torentjes en geveltopjes.

En nu: het Leipziger station.

Hier is de voorbouw met de massale hoog en bolvormig overkapte ingangstravee geheel in overeenstemming met het volume der groote dwarshal, waarachter zich weder de naast elkander welvende perronkappen aansluiten.

Een silhouet vormt zich van onderling gelijkwaardige, en in die gelijkwaardigheid tot klare tegenstelling gerakende deelen, terwijl ook de rustige groote geleding van het steenen deel in verband gebracht kan worden met de afmetingen van het geheel.

Hoewel de heterogeniteit van het bouwwerk, — het magere massalooze ijzer naast het volzware steen — ondanks de tusschenliggende groote dwarshal van gewapend beton, niet is opgelost en de verschillende deelen, wat massa en detail betreft nog niet één geworden zijn, is door de overeenstemming in schaal der ruimten, de harmonie der volumen, die bij de stationsgebouwen helaas zoo vaak ontbreekt, het station te Leipzig een der zeer opmerkenswaardige architectuurproeven van den modernen tijd geworden.



Linker, geheel voltooide helft van het Spoorwegstation te Leipzig.

II. *Berlage's „Algemeene" te Leipzig.*

Hoe wonderlijk vertrouwd deed Berlage's bankgebouw voor de Algemeene Maatschappij voor Levensverzekering en Lijfrenten op de Augustusplatz mij aan!

Die architectuur van Berlage, in Nederland zoo vaak buitenissig en absurd gescholden, ze deed daar in Leipzig, zoo echt Hollandsch, zoo typisch nationaal in den besten zin des woord.

Die kunst, in 't Vaderland zoo vele malen voor grof, voor lomp, voor onbeschaafd uitgemaakt, ze kwam me daar voor zóó fijn, zóó beschaafd, van een dusdanige innerlijke distinctie, als de Duitschers slechts zelden in hun werken bereiken.

Ik heb langen tijd voor het bankgebouw gestaan en met welgenoegen heb ik de bekende vormen op mij laten inwerken.

Toen viel mij de oude waarheid in: een profeet kan in eigen land niet worden gewaardeerd.

Te vreemd, te zonderling staat hij tusschen zijne landgenooten.

Te groot is de afstand tusschen zijn werken en de onderling zoo gelijkslachtige van zijne medeburgers.

Maar verre van 't geboorteland, waar vreemdheid nieuwheid wordt en zonderlingheid frischheid, waar de afstanden met andere maat gemeten worden, dààr komt hij — o, verrassende opmerkelijkheid — tot zijn recht.

Dààr, in zoo geheel andere omgeving, ziet de landgenoot de overeenstemming van 't onbegrepene met het oudere werk en vindt hij in den alleenstaanden zonderling zijn medeburger, zijn grooten, nieuwen, genialen medeburger.

III. *I. B. A.**)

Van de groote architectuurbeweging in Duitschland is de Internationale Baufach-Ausstellung te Leipzig de geweldige wereld-demonstratie.

Niet zooals de naam zou doen vermoeden, toonen hier de natiën der wereld aan Duitschland hun bouwkunst, doch veeleer stelt Duitschland zijn architectuur voor de wereld ten toon. En het sterk opgegroeide en hooger opgroeiende land doet dit met de hem eigen ongeëvenaarde kracht.

Ik heb verbaasd gestaan, toen ik voor de eerste maal de tentoonstellingsterreinen betrad.

Ik heb verbaasd gestaan tusschen de monumentale groepeeringen van reuzengebouwen, tusschen de verscheidenheid van breedgestrekte architectuurcomplexen en hoogopkoepelende tentoonstellingshallen.

Ik heb verbaasd gestaan, door de kracht, waarvan de heele samenstelling getuigde, en in mijn verbazing was door het sterk-duidelijke van die kracht iets van een schoonheidselement, dat ontroerde.

Doch welk een pijnlijke ontnuchtering bij de nadere beschouwing, toen dieper en inniger de tentoonstellings-architectuur op mij inwerkte.

*) Naast de vele uitvoerige objectieve krantenverslagen, in den loop van den zomer verschenen, deze hyper-persoonlijke indrukken.

Welk een neerdrukkende troosteloosheid en welk een harde ongenietbaarheid kwam mij overweldigen.

't Was de grofheid, de grauwe zwaarheid, de smaakarme ongenaakbaarheid van die bouwwerken, die ik niet verdragen kon, die mijn gemoed ontwrichtte, en die de fijnere gevoeligheid binnen in mij doodtrapte.

Nog, als ik denk aan de stemmingen, die ik had op de tentoonstelling tusschen die Duitsche architectuur, doorvaart een huivering mijne leden.

De Duitsche architectuur, ze is een rhinocerossenkunst.

In die ééne eigenschap van onbeschaafde zwaarheid, gaan voor den gevoeligen beschouwer alle goede eigenschappen onder: het groote, het krachtige, het uit één stuk zijnde, het nieuwe, alles verdwijnt.

Dit is het droeve van die moderne bouwkunst.

Onwillekeurig heeft in mijn denken de architectuur der tentoonstellingsgebouwen zich vereenzelvigd met de Duitsche moderne bouwkunst in 't algemeen, en met de tentoongestelde bouwkunst.

Dit is niet geheel te rechtvaardigen, want midden tusschen mijn van kilte verstarde herinneringen komt daar de heugenis van foto's en maquettes van den Hamburgenaar Höger, die aan den opbouw en groepeering van zijn baksteenen bouwwerken een charme wist te geven, als die van een voortreffelijk oud monument, maar die toch geheel nieuw en levenskrachtig was. Deze bouwkunstenaar Höger, die een monumentale opbouw en een schilderachtige groepeering en silhouet op weergalooze wijze wist te vereenigen, die met zijn eenvoudige baksteenconstructies en zijn vernuftig samengestelde pannen-dakvormen wonderen deed, deze man is ook voor Nederland van het allerhoogste belang.

En naast die van Höger komen meerdere werken weder in herinnering, te vaag uit den overstelpenden overvloed van inzendingen te voorschijn, dat ik ze, zelfs aan de hand der catalogus zou kunnen opnoemen.

Maar ondanks Höger, ondanks de andere welbouwenden, in het algemeen is de tentoongestelde architectuur, en algemeener: de geheele Duitsche bouwkunst een grove, een afstootende.

Gelijk de zwaarheid de Duitsche architectuur ongenietbaar maakt, zoo bederft het grofsmakige het goede in de moderne interieurkunst.

Geen land misschien waar meer zorg besteed wordt aan bekleeding, betimmering en meubeleering.

Geen land misschien, waar duurder en rijker bewerkte huisraad en meubels met minutieuzer nauwgezetheid vervaardigd worden.

Geen land ook waar origineeler werk gemaakt wordt en krachtiger moderne vormen worden gezocht, en waar kundiger talentvolle mannen aan den arbeid zijn.

Maar de heel zuivere smaak, de heel fijne distinctie ontbreekt, en een onverklaarbare onbehaaglijkheid ondanks verzorgdheid, en weelderigheid ondanks knapheid, dringt zich haast overal op.

O, ik herinner mij zoo fel pijnlijk die onbehaaglijkheid dier Duitsche interieurs, die hardheid van kleuren en kleurtegenstelling, die zwaarheid van vormen en details, die vette dikheid van het ornament.

Goede uitzonderingen? Wel die zijn er natuurlijk. Ik herinner mij goede interieurs in huize Polich van Max Heidrich uit Paderborn, een paar welgeslaagde kamerinrichtingen van de Elsas-Lotharingensche inzending, die wel teer van atmosfeer en van een distinctie-volle opzet waren — maar Elsas-Lotharingen is dan ook al bijna Fransch — en een degelijke maar fijne studeerkamer van Berlage .... hoe kwam die daar zoo verzeild? .....

Van het experimenteel-technische deel van de tentoonstelling heb ik slechts weinig herinneringen. Het heeft bij mij den indruk achter gelaten van vier-en-twintigdeelige groot formaat folio standaardwerken, voortreffelijk van degelijkheid, waarheidszin en wetenschappelijkheid, alleen met één gebrek: te groote uitvoerigheid.

Een pak prospecti en aanbevelingen van allernieuwste vindingen en constructies is mij bijgebleven van het hygiënisch-technische gedeelte. Herinneringen van reusachtige keukeninrichtingen, verwarmingstoestellen, toiletten, badkamers warrelen mij door 't hoofd — o, ja, badkamers, heel vernuftig en luxueus ingerichte badkamers met zeer veel kranen, kleppen, handle's, krukken en knoppen, zooveel, dat daarin een bad te nemen veeleer een moeilijk werktuigkundig en hydrodynamisch experiment dan een gezonde verfrissching wezen moet.

Terwijl ik nogmaals denk aan de geheele tentoonstelling, met de ontzaglijke verscheidenheid van inzendingen komt in mij op: hoe Duitsch, hoe echt Duitsch is het gansche geheel!

En deze ééne gemeenschappelijke trek karakteriseert ook het geheel van alle deelen.

(Wordt vervolgd).

A. Boeken.

BOEKBESPREKING.

HET LOGISCHE IN DE ONTWIKKELING DER BEELDENDE KUNSTEN, door Dr. A. Pit. Utrechtsche Bijdragen voor Letterkunde en Geschiedenis, VI, uitgegeven te Utrecht bij A. Oosthoek 1912.

Een opstel over het Wezen der Beeldende kunst, waarin belangrijke beschouwingen van prae-historische kunstvoortbrengselen, een uitvoerige studie van de van het kunstzinnige leven in de 15e, 16e, 17e en 18e eeuw en een tweetal verhandelingen over het Logische in de ontwikkeling der bouwkunst en der versieringskunst, ziet daar de inhoud van het boek van Dr. Pit.

Het belangrijke van dit werk is niet zoo zeer gelegen in de resultaten van Dr. Pit's studiën, doch veeleer in het grootsche streven, waarvan de wijsgeerige en kunstkennende auteur bij het schrijven vervuld is geweest, het streven namelijk, de verschijnselen in de kunstgeschiedenis te begrijpen en het noodzakelijke, redelijke in den ontwikkelingsgang der kunsten aan te toonen.

„Terwijl men", zoo luidt de allerlaatste volzin, „altijd te vergeefs, wetmatigheid in het historische heeft willen vinden, zal het logische leiden tot hetgeen men zoekt, den zin van het gebeuren tot bewustzijn brengen".

Uitvoerig ingaan op het meest omvangrijke opstel in dit werk „De ontwikkeling van het kunstzinnige leven in de 15e, 16e, 17e en 18e eeuw" zou me te ver doen afdwalen op het gebied der schilder- en beeldhouwkunst, — gebied dat in dit tijdschrift niet van direct vakbelang is — te meer, daar ik dan aan de grondbeginselen van Dr. Pit's kunstopvattingen zou moeten raken.

Eenige opmerkingen over „Het logische in de ontwikkeling der Bouwkunst, lijken mij daarentegen hier op hunne plaats.

In de architectuur zou ik drie momenten kunnen opmerken: de bestemming, de samenstelling, de uiterlijke en inwendige vorm, welk laatste in de stemming wederkeert in het eerste.

Van deze drie momenten, die het geestelijke, het organische en het aesthetische vertegenwoordigen, is voor de bouwkunst, het schoone bouwen, het laatste van éénig belang met dien verstande echter, dat in dit laatste noodzakelijker wijze de beide vorige, al of niet uitgesproken, begrepen zijn.

Dr. Pit laat in zijn studie het volle licht vallen op het moment, dat ik hierboven het aesthetische heb genoemd, beschouwt het gebouw als „de uiting van het ruimte bepalende denken" (pag. 69) en ziet in de geschiedenis der architectuur van de Middeleeuwen tot de 19e eeuw een ontwikkeling, die geheel parallel is met de wijze, waarop wij de ruimte door de rede bewust worden.

In de Gothiek is het de lijn, die de architectuur beheerscht, een groot lijnenstelsel van gewelfribben, pijlers en contraforten en luchtbogen omspant het bouwwerk. De Renaissance brengt het „vlak" naar voren. Karakteristiek schrijft de auteur op blz. 76, „Voor de bouwkunst beteekent de renaissance de wedergeboorte van het vlak". Ten slotte voltooit zich deze ontwikkeling in de 17e en 18e eeuw, waar het bouwwerk als ruimtelijk lichaam gedacht wordt. Op pag. 78 vindt men: „Alles leidt er toe (in de Barok) om het gebouw, gevoeld als enkelvoudig lichaam, als een éénheid te laten zien". Terwijl de Barok zoo vele malen een minderwaardig degeneratie-product genoemd is, doet het goed hier de Barok als zoo'n principieël belangrijken vorm der architectuur beschouwd te vinden.

Echter zoo uitsluitend aesthetisch heeft Dr. Pit zijn studie niet gehouden. Van het begin tot het einde van het opstel voert hij motieven aan ontleend aan de statica, welke toch zeker niets te maken kan hebben met de gewichtslooze ruimte, ontleend aan vraagstukken van stabiel en labiel evenwicht, aan overwegingen omtrent 't bestand zijn tegen druk- of trekspanningen van de materialen. Alle deze motieven behooren thuis in een beschouwing van het organische moment in de bouwkunst. Ik ben overtuigd, dat het feitenmateriaal en het inzicht, waarover de schrijver blijkt te beschikken, in zulk een beschouwing tot veel belangrijker resultaten zou voeren, en dat Dr. Pit's ontwikkelingsgeschiedenis van de Gothiek tot de Barok daarin pas tot haar werkelijke beteekenis zou geraken.

Terwijl Dr. Pit aldus afdwaalt op een terrein, dat hij mijns inziens eigenlijk niet behandelen wil, verwonder ik mij er te meer over, dat hij zich zoo gemakkelijk afmaakt van het moment in de vormelijkheid der architectuur, dat voor het schoone daarin, nog veel belangrijker is dan het qualitatieve. Ik bedoel het quantitatieve, dat der maatverhoudingen waaraan ten slotte dat der kleur ook nog aansluit.

Op blz. 70 wordt het onderwerp der maatverhoudingen aangevoerd.

„Een zeer belangrijke factor bij het schoone bouwen, ik ontzeg het mij niet, zijn de maatverhoudingen". Doch na een kort betoog over de vaagheid en de beteekenis van het persoonlijk gevoel in deze kwestie, sluit de alinea: „Waar het mij te doen was het logische in de ontwikkeling dier bouwkunst te zoeken, meende ik, dat de studie der maatverhoudingen, zooals die in de verschillende tijden en stijlen min of meer gehuldigd werden, tot niets zou leiden".

Een dergelijk zich-ervan-afmaken bevreemdt, te meer in een tijd, dat de helft der jongere architecten-generatie zich juist met dit probleem bezighoudt, met bewonderenswaardige scherpzinnigheid de geheimen der maatverhoudingen in de oude bouwwerken uitzoekt en met heldere systemen van elementaire geometrische volumen hare nieuwe projecten tracht te beheerschen.

Kende Dr. Pit dan Berlage's boeken over dit onderwerp niet, en de Bazel's voordrachten en Kromhout's studieteekeningen, of waren deze werken den Hegeliaanschen schrijver niet logisch genoeg. Edoch dan juist aan hem de taak met het redelijk inzicht den zoekers naar de geheimen der architectuurverhoudingen, de gewenschte wetmatigheid en de noodige vrijheid te geven.

Als slot dit: Ik heb slechts één der vijf hoofdstukken van Dr. Pit's boek eenigszins behandeld. Men oordeele thans niet het geheele werk naar dit éène deel. Men leze zelf, en oordeele en waardeere.

Aug. 1913. A. B.

TECHNISCHE HOOGESCHOOL.

Examens gehouden vóór de Zomervacantie — 1913. —

PROPAEDEUTISCHE EXAMENS.

Geslaagd voor:

Civiel-Ingenieur.

N. Biezeveld.	H. S. van Lennep.
G. A. de Boer.	M. Mallien.
C. Blankevoort.	J. C. van der Mey.
W. A. Th. Claasz.	J. Postma.
J. W. Dinger.	C. L. J. J. Quant.
W. F. van Dijck.	W. van der Slik.
G. Flieringa.	H. P. W. Smit.
A. H. Foest.	G. Spruyt.
Th. G. J. Francken.	H. C. Stal.
A. J. Gurck.	W. Stok.
W. J. H. Jansen.	J. C. van Teylingen.
J. P. Josephus Jitta.	G. J. Verhey.
P. de Klerk.	T. H. van Wisselingh.
D. J. Klink.	

Bouwkundig Ingenieur.

P. H. N. Briët.	M. C. A. Meischke.

Werktuigkundig Ingenieur.

E. A. Becker.	H. Maul.
W. Braat.	A. W. van der Moore.
R. Th. Bijleveld.	J. A. Nieulant.
W. Clignett.	Th. L. M. Pot.
J. H. Coops.	A. W. H. C. F. Reygers.
F. Q. den Hollander.	J. van der Schuyt.
R. H. C. Koumans.	C. W. Smit.
P. Landberg.	J. C. L. Smit.
A. Lijsenaar.	J. A. Spruyt.
W. Maas Geesteranus.	J. E. de Vrij Obreen.

Scheepsbouwkundig Ingenieur.

L. Troost.	E J. Wijers Azn.
W. Vrijlandt.	

Electrotechnisch Ingenieur.

J. F. van Aalst.	M. C. Hoenkamp.
H. Addens.	Mej. J. C. de Kroes.
Mej. J. C. E. Bal.	G. L. Ludolph.
A. H. O. W. de Bats.	Mej. J. H. M. Manders.
A. E. Bosman.	N. Nobel.
W. van den Broek.	F. M. Roeterink.
H. W. Cramer.	F. van Teutem.
A. Dubois.	J. Noordhoek Hegt.

E. J. van der Feen. | J. D. H. van der Toorn.
N. E. Groeneveld Meyer. | G. B. van de Werfhorst.
G. van der Harst.

Scheikundig Ingenieur.

J. W. Döbken. | Mej. A. Th. Schiphorst.
M. Hannik. | E. H. Schippers.
J. P. N. Jullien. | C. W. Schoneboom.
C. de Pater. | J. F. Straatman.

Mijnbouwkundig Ingenieur.

A. L. ter Braake. | C. J. J. van Hal.
H. D. M. Burck. | M. D. Th. Vis.

CANDIDAATS-EXAMENS.

Geslaagd voor:

Civiel-Ingenieur.

H. B. J. Aikema. | A. A. Mol.
H. R. Beukelman. | J. P. van Noorden.
W. R. C. Boers. | H. G. B. Rissink.
J. G. Christiaanse. | M. Scheffer.
G. F. Cool. | A. H. Schelling.
F. J. Dijxhoorn. | J. H. Schijfsma.
J. B. Evers. | N. Sickenga.
J. C. Flohil. | E. H. Smit.
C. G. la Fontaine. | N. J. van Veen.
C. F. Gnirrep. | L. J. de Ven.
M. J. Huizinga. | D. de Waard.
A. C. Ingenegeren. | W. G. Witteveen.
A. E. G. J. Kingma. | C. Wolterbeek.
A. Kloppert.

Bouwkundig Ingenieur.

H. van Halewijn. | E. H. de Roo.
H. Hoekstra. | F. L. Wiemans.
S. F. Loeb.

Werktuigkundig Ingenieur.

J. F. J. Atkins. | W. P. Idema.
H. O. J. H. Bauduin. | J. Ingerman.
R. H. Bloembergen. | J. H. de Iongh.
P. Bos Azn. | D. Jansen.
C. M. Cool. | A. de Jongh.
J. H. Croockewit. | G. H. Meerburg.
V. W. van Gogh. | H. H. Radier.
H. J. Goudswaard. | L. A. M. Riemens.
G. Th. Heikens (E.I.) | L. V. Schalkwijk.
G. Hofstede. | D. C. J. Ylst.
E. Hijmans Jr.

Electrotechnisch Ingenieur.

L. Davidson (W.I.) | P. H. A. van Lis.
M. E. de Eerens. | P. J. H. A. Nordlohne.
H. J. Herbig. | G. Stamm Jr.
L. H. M. Huydts. | L. Swaab.
W. A. J. Liebert.

Scheikundig Ingenieur.

K. Brackmann. | E. Th. Leemans.
J. F. Carrière. | B. Ledeboer.
L. R. van Dillen. | J. Noorduyn.
G. D. C. Eversmann. | C. H. M. Oeink.
F. Goudriaan. | M. J. Schoen.
J. ter Horst. | W. H. J. Vethake.
Mej. G. C. Krayenhoff van de Leur. | J. G. de Voogt.

INGENIEURS-EXAMENS.

Geslaagd voor:

Civiel-Ingenieur.

W. G. G. de Blauw. | H. A. H. de Ronde.
J. Boerboom. | H. G. J. Schelling.
V. Disselkoen. | W. A. Snell.
J. Floris. | K. K. J. L. Steinmetz.
J. Goedhart. | H. J. Struijk.
A. H. J. Koreman. | W. Stuitje.
A. M. Kuijsten. | J. G. Stuyfzand.
L. M. de Nerée tot Babberich | A. H. Sweys.
A. C. Nieuwenhuyzen Kruseman. | C. Tellegen.
| C. H. C. W. van der Veen.
F. Oldenburger. | H. Versteeg.
S. L. A. Orie. | W. M. Vink.
J. Plantema. | D. Vooren.
A. P. Potma. | H. J. de Vries.
W. A. Pull. | D. Willebrand.

Bouwkundig Ingenieur.

B. Bijvoet. | J. van Gendt.
J. Duiker.

Werktuigkundig Ingenieur.

F. A. Begemann. | B. Stephan.
Th. Cramer. | A. J. Treurniet.
S. Figee. | G. A. Tuyl Schuitemaker.
F. J. Heyligers. | W. J. de Voogt Hzn.
J. Hoogendijk. | D. J. Wagner.
P. J. J. Linckers. | K. van Wijhe.
H. J. Mathlener Loderus. | C. M. van Wijngaarden (met lof)
P. W. H. Rietjens.
J. M. W. Sanders. | J. C. M. Wijsman.
G. F. J. Staargaard.

Scheepsbouwkundig Ingenieur.

P. L. van den Berg. | J. C. L. Smit.
A. H. ten Broek. | L. J. E. C. van der Tas.
P. E. Leupen.

Electrotechnisch Ingenieur.

S. C. van Dorsser S.Czn. | G. Lindeyer.
W. J. H. Duijnstee. | H. G. Nolen (met lof).
C. F. M. Duyzings. | H. M. Noordhoorn Boelen.
H. E. P. van Dijk. | J. C. van Staveren (met lof).
H. van der Feer. | C. G. van Steenis.
P. Hartog. | F. Stokhuyzen.
I. Hartogs. | C. J. van der Sijp.
H. I. Keus. | E. F. W. Völter.
J. Klynstra. | J. G. de Voogt.
U. Ph. Lely. | J. F. Weinberg.
J. Ley.

Scheikundig Ingenieur.

J. A. L. M. C. v. d. Eerden. | R. Priester.
F. Ch. Gerretsen. | J. D. Ruys.
K. Holwerda. | P. J. Schoonenberg (met lof)
M. Kaufmann. | W. H. de Vassy.
C. E. Klamer. | P. E. Verkade (met lof).
Mej. A. H. Manders (met lof). | J. G. Voorhagen.
| M. J. Weidema.
Mej. J. C. C. Postma. | G. Westerhof.

Mijn-Ingenieur.

J. E. Deelken. | A. Hofman.
J. B. C. van der Dritt. | L. W. Leyds.
C. Godefroy. | A. D. Valk.

EXAMEN-OPGAVEN.

Oplossingen der Wiskunde-opgaven Mei 1913.

ALGEMEENE CURSUS.

STELKUNDE.

1. Bewijs dat de determinant

$$\begin{vmatrix} -a & b & c & d \\ b & -a & d & c \\ c & d & -a & b \\ d & c & b & -a \end{vmatrix}$$

gelijk is aan

$$-(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)\times$$
$$\times(-a+b+c+d).$$

1e Oplossing. Tel de onderste 3 rijen bij de 1e op.

$$\begin{vmatrix} -a+b+c+d & -a+b+c+d & -a+b+c+d & -a+b+c+d \\ b & -a & d & c \\ c & d & -a & b \\ d & c & b & -a \end{vmatrix}$$

Men krijgt dan in de 1e rij overal de term

$$-a+b+c+d.$$

Na deze factor buiten de determinant gebracht te hebben:

$$(-a+b+c+d)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & -a & d & c \\ c & d & -a & b \\ d & c & b & -a \end{vmatrix}$$

Vermenigvuldig de 1e 2 kolommen met -1:

$$(-a+b+c+d)\begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ -b & a & d & c \\ -c & -d & -a & b \\ -d & -c & b & -a \end{vmatrix}$$

Tel nu de laatste 3 kolommen bij de 1e op:

$$(-a+b+c+d)\times$$

$$\times\begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ a-b+c+a & a & d & c \\ -(a-b+c+d) & -d & -a & b \\ -(a-b+c+d) & -c & b & -a \end{vmatrix} =$$

$$=(-a+b+c+d)(a-b+c+d)\times$$

$$\times\begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & a & d & c \\ -1 & -d & -a & b \\ -1 & -c & b & -a \end{vmatrix}.$$

3e kolom van de 4e aftrekken en bij de 2e optellen:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a+d & d & c-d \\ -1 & -a-d & -a & a+b \\ -1 & b-c & b & -a-b \end{vmatrix} =$$

$$=\begin{vmatrix} 1 & a+d & c-d \\ -1 & -a-d & a+b \\ -1 & b-c & -a-b \end{vmatrix}.$$

Tel in de laatste determinant de 1e rij bij de 2 anderen op:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+d & c-d \\ 0 & 0 & a+b+c-d \\ 0 & a+b-c+d & -a-b+c-d \end{vmatrix} =$$

$$=\begin{vmatrix} 0 & a+b+c-d \\ a+b-c+d & -a-b+c-d \end{vmatrix} =$$

$$=-(a+b+c-a)(a+b-c+d).$$

Gevoegd bij de 2 reeds gevonden factoren krijgen we voor de oorspronkelijke determinant:

$$-(a+b+c-d)(a+b-c+d)$$
$$(a-b+c+d)(-a+b+c+d) \text{ q. e. d.}$$

2e Oplossing.

Door evenals boven in de oorspr. determinant de onderste 3 rijen bij de 1e op te tellen blijkt dat $-a+b+c+d$ een factor is van de ontwikkelde determinant.

Door de 1e en 3e rij van teeken om te keeren (waarbij de determinant niet van grootte of teeken verandert)

$$\begin{vmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & -a & d & c \\ -c & -d & a & -b \\ d & c & b & -a \end{vmatrix}$$

en dan de 1e, 2e en 4e rij bij de 3e op te tellen blijkt, dat $(a+b-c+d)$ een factor van de determinant is.

Door de 1e en 2e rij van teeken om te keeren en dan de 1e, 3e en 4e rij bij de 2e op te tellen bewijst men, dat $(a-b+c+d)$ een factor is.

Door de 2e en 3e rij van teeken om te keeren en dan de bovenste 3 rijen bij de 4e op te tellen blijkt, dat $(a+b+c-d)$ een factor is.

De oorspr. determinant Δ bevat dus bovenstaande 4 factoren. Wat er na deeling door deze van de determinant overblijft A noemende rest nog te bewijzen, dat $A=-1$ is.

$$\Delta = A(a+b+c-d)(a+b-c+d)$$
$$(a-b+c+d)(-a+b+c+d).$$

Ontwikkelt men Δ dan ziet men dat in de ontstane veelterm maar 1 term a^4 voorkomt, deze heeft tot coëff. $+1$. Dit moet nu ook in het tweede lid het geval wezen en dat kan niet anders dan wanneer $A=-1$ is, dus

$$\Delta = -(a+b+c-d)(a+b-c+d)$$
$$(a-b+c+d)(-a+b+c+d). \text{ q. e. d.}$$

2. Voor welke waarden van x is de reeks

$$x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7}+\ldots\ldots$$

convergent en voor welke divergent?

De algemeene term van de reeks is:

$$u_n = \frac{1 \cdot 3 \ldots\ldots\ldots 2n-1}{2 \cdot 4 \ldots\ldots\ldots 2n} \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

$\frac{1}{2} \frac{x^3}{3}$ als eerste term beschouwend.

Dan is

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1 \cdot 3 \ldots\ldots (2n-1)(2n+1)}{2 \cdot 4 \ldots\ldots 2n(2n+2)} \; \frac{x^{2n+3}}{2n+3}}{\frac{1 \cdot 3 \ldots\ldots\ldots 2n-1}{2 \cdot 4 \ldots\ldots\ldots 2n} \; \frac{x^{2n+1}}{2n+1}} =$$

$$= \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)} x^2.$$

Teller en noemer door n^2 deelend zien we dat de limiet $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ is x^2:
$n = \infty$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\left(2+\frac{1}{n}\right)^2}{\left(2+\frac{2}{n}\right)\left(2+\frac{3}{n}\right)} x^2.$$

Wanneer dus $x < 1$ is de reeks convergent.
$x > 1$ „ „ „ divergent.

Wat de reeks is voor $x = 1$ blijkt uit het scherper kenmerk.

Wanneer

$$\lim_{n=\infty} n\left(\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1\right) = k > 1 \text{ is, is de reeks convergent}$$
$$< 1 \text{ divergent.}$$

$$n\left(\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1\right) = n\left\{\frac{(2n+2)(2n+3)}{(2n+1)^2} - 1\right\} =$$

$$= n\frac{(2n+2)(2n+3)-(2n+1)^2}{(2n+1)^2} =$$

$$= \frac{6n^2+5n}{(2n+1)^2} = \frac{6+\frac{5}{n^2}}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^2} \quad \lim_{n=\infty} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 1.$$

Dus voor $x = 1$ is de reeks convergent.

ANALYTISCHE MEETKUNDE.

1. Trekt men in een gelijkzijdige hyperbool twee onderling loodrechte middellijnen, dan staan ook de twee aan hen toevoegde middellijnen onderling loodrecht.

Bewijs dit.

Noemen we de richtingscoëfficienten der eerste 2 onderling loodr. middell. resp. m en m' dan is dus $m\,m' = -1.$ (α)

Noemen we verder de richt. coëff. der twee aan hen toegev. middell. resp. m_1 en m_1' dan is dus te bewijzen $m_1\,m_1' = -1.$

Wanneer men bij een hyperbool de reële as als X-as en de imaginaire als Y-as kiest, is de vergelijking te schrijven $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tusschen de richt. coëff. van 2 toegev. middell. bestaat dan het verband $m\,m_1 = \frac{b^2}{a^2}$, dus bij een gelijkz. hyperb. $m\,m_1 = 1.$ (β)

Evenzoo $m'\,m_1' = 1.$ (γ)

Uit (α) volgt $m' = -\frac{1}{m}$, dit gesubstitueerd in (γ) geeft: $-\frac{1}{m} m_1' = 1$, $m_1' = -m$.

Uit (β) volgt $m_1 = \frac{1}{m}$

alzoo is $m_1\,m_1' = -m \times \frac{1}{m} = -1$, dus de 2 toegevoegde middell. zijn ook onderling loodrecht q. e. d.

2. Gevraagd de vergelijking van het regelvlak, dat beschreven wordt door een rechte lijn, die steeds blijft evenwijdig aan het vlak YOZ en die de x-as en een ruimtekromme van een derden graad ontmoet. Deze kromme is gegeven door de vergelijkingen

$$x = t,\ y = t^2,\ z = t^3,$$

waarin t een veranderlijke parameter is.

We zoeken de vergelijkingen van een beschrijvende van het regelvlak en elimineeren dan de daarin voorkomende parameter. Uit de voorwaarden dat die beschrijvende de X-as snijdt, en // YZ vlak loopt, volgt, dat we de vergelijkingen kunnen schrijven:

$$x = t.$$
$$z = py.$$

De voorwaarde invoerend, dat de rechte de gegeven ruimtekromme snijdt, m. a. w. de coördinaten van een punt dier ruimtekromme in de vergelijkingen van de rechte substitueerend geeft: $t^3 = t^2 p$ of $t = p = x$ dus $z = xy$ als vergelijking van het regelvlak.

Opmerking. Alle rechten, die in het YZ vlak liggen en door O gaan voldoen ook aan de vraag, daar de ruimtekromme door O gaat. In de ruimste zin opgevat, zou dus de vergelijking van het regelvlak moeten zijn $x(z - xy) = 0$.

3. Bepaal de coördinaten van den top der paraboloïde, welke gebracht kan worden door de vier volgende rechten:

$$x = y = 0;$$
$$y = z = 0;$$
$$z = x + y - 1 = 0;$$
$$x = y + z - 1 = 0.$$

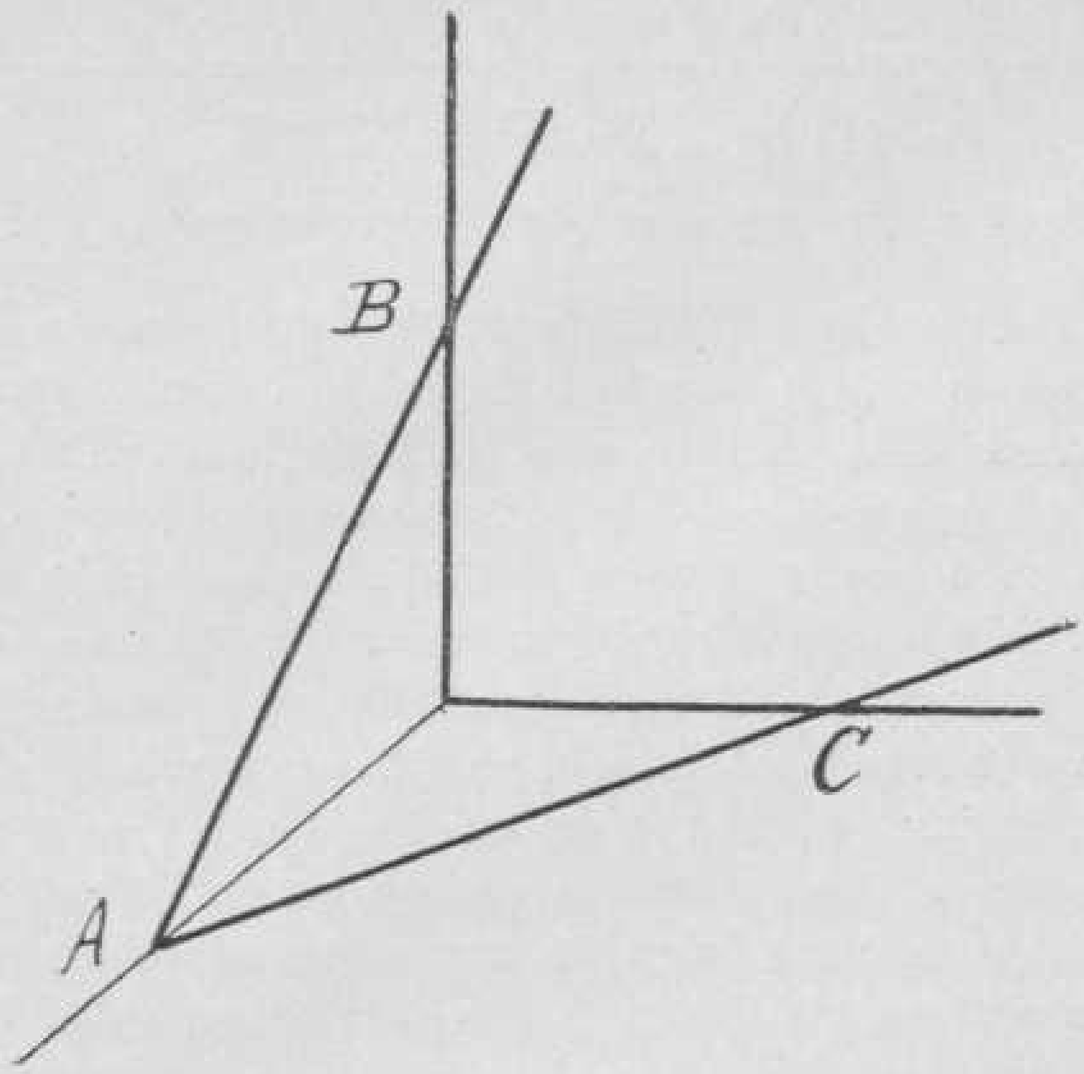
1e Oplossing. De 4 gegeven rechten vormen een ontaarde 4e graadskromme. Men moet nu trachten door deze kromme twee 2e graadsoppervlakken O_1 en O_2 te brengen, schrijft dan de vergelijking van de bundel $O_1 + \lambda O_2 = 0$ op en gaat ten slotte na aan welke voorwaarde λ moet voldoen opdat bovenstaande vergelijking een paraboloïde voorstelle. Het eene 2e graadopp. is $XZ = 0$.

Het andere $y(x + y + z - 1) = 0$.

N.B. Het vlak $x + y + z - 1$ bevat de 3e en 4e der gegeven rechten AB en AC.

Bundel $y(x + y + z - 1) + \lambda xz = 0$.

$$y^2 + xy + \lambda xz + yz - y = 0.$$



Paraboloïde als $A_{44} = 0$ is.

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1/2 & +\lambda/2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \\ +\lambda/2 & 1/2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Hieraan wordt voldaan door $\lambda = 0$ (2 vlakken, ontaarde paraboloïde) en $\lambda = 1$. Deze laatste waarde geeft: $y^2 + xy + xz + yz - y = 0$.

De top is het snijpunt van de as met het oppervlak.

De as is de snijlijn van de symmetrievlakken.

We zoeken dus de vergelijkingen van de 2 symmetrievlakken. Hiervoor hebben we noodig de s vergelijking.

Vergel. symmetrievlak in het algemeen:

$$a\frac{\partial f}{\partial x} + b\frac{\partial f}{\partial y} + c\frac{\partial f}{\partial z} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} -s & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1-s & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -s \end{vmatrix} = 0.$$

De wortels hiervan zijn 0, $-\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{2}$.

Hiervan is de wortel 0 onbruikbaar.

Substitueeren we achtereenvolgens de waarden $-\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{2}$ in de coefficienten van de vergelijkingen voor a, b en c:

$$(1)\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c = 0. \\ \frac{1}{2}a + \frac{3}{2}b + \frac{1}{2}c = 0. \qquad b = 0 \qquad c = -a. \\ \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c = 0. \end{array}\right.$$

$$(2)\left\{\begin{array}{l} -\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c = 0. \\ \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c = 0. \qquad b = 2a \qquad c = a. \\ \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{3}{2}c = 0. \end{array}\right.$$

(1) $a(y+z) \qquad - a(x+y) = 0.$

na herleiding $x - z = 0$.

(2) $a(y+z) + 2a(x+2y+z-1) + a(x+y) = 0.$

$$x + 2y + z - \frac{2}{3} = 0.$$

Ten slotte x, y en z uit (1), (2) en de vergelijking van de paraboloïde oplossen, resultaat:

Coördinaten van den top: $x = \frac{2}{9}, y = \frac{1}{9}. z = \frac{2}{9}.$

Als contrôle op de gevonden uitkomst kan dienen, dat het raakvlak in den top $\perp$ moet staan op de as, dus de richtingscoëff. van rechte en vlak moeten evenredig zijn. Nu is een rechte // as door O te schrijven:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{+1}.$$

Raakvlak in het algemeen:

$$x_1\frac{\partial f}{\partial x} + y_1\frac{\partial f}{\partial y} + z_1\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial w} = 0.$$

$$\frac{2}{9}(y+z) + \frac{1}{9}(x+2y+z-1) + \frac{2}{9}(x+y) - y = 0.$$

$x - y + z - \frac{1}{3} = 0$. Dit vlak staat $\perp$ as, daar evenredigheid tusschen de richtingscoëff. bestaat.

2e *Oplossing*. We schrijven de vergelijking van het gezochte 2e graadsoppervlak zoo algemeen mogelijk op:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0,$$

en voeren in dat voor $z = 0$ deze vergelijking moet overgaan in: $y(x + y - 1) = 0$, $y^2 + xy - y = 0$, welke vergelijking dus identiek moet wezen met

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{14}x + 2a_{24}y + a_{44} = 0.$$

(De coëfficienten dezer 2 laatste vergelijkingen moeten dus 2 aan 2 gelijk of in elk geval evenredig zijn).

Hieruit volgt:

$$a_{11} = a_{14} = a_{44} = 0. \quad a_{22} = 1. \quad a_{12} = \frac{1}{2}. \quad a_{24} = -\frac{1}{2}.$$

Evenzoo vinden we, $y = 0$ stellend:

$$a_{33} = a_{34} = 0. \qquad a_{13} = \frac{1}{2}\left(\text{of } \frac{\lambda}{2}\right).$$

Tenslotte $x = 0$ stellend: $a_{23} = \frac{1}{2}$.

De gevonden waarden in de algemeene vergelijking substitueerend:

$$y^2 + xy + xz + yz - y = 0.$$

Opmerking. Men kan het vorige bekorten door op te merken, dat daar de Z-as en de X-as op het oppervlak moeten liggen, de coëfficienten van de termen waar alleen z of alleen x in voorkomt alsmede de bekende term 0 moeten zijn.

Wanneer men van het gevonden oppervlak het middelpunt zoekt, blijkt, dat men met een paraboloïde te doen heeft.

De richtvlakken hiervan krijgt men door $u_2 = 0$ te stellen: $y^2 + xy + xz + yz = 0$, in factoren ontbonden:

$$(x + y)(y + z) = 0.$$

De snijlijn der richtvlakken: $x = -y = z$ loopt // as. We vinden nu de top door uit te gaan van de algemeene vergelijking voor het raakvlak in een punt en op te merken dat het raakvlak in de top loodrecht staat op de (gevonden) asrichting. Stel de voorloopig onbekende coördinaten van de top x_1, y_1 en z_1, dan is de vergel. van het raakvlak:

$$x(y_1 + z_1) + y(x_1 + 2y_1 + z_1 - 1) + z(x_1 + y_1) - y_1 = 0.$$

Voorwaarde voor loodrechtheid:

$$\frac{y_1 + z_1}{1} = \frac{x_1 + 2y_1 + z_1 - 1}{-1} = \frac{x_1 + y_1}{1},$$

hieruit volgt: $x_1 = z_1$, $x_1 + y_1 = \frac{1}{3}$. Daar de top op het oppervlak ligt, moeten x_1, y_1 en z_1 voldoen aan de vergelijking daarvan:

$$y^2 + x_1 y_1 + x_1 z_1 + y_1 z_1 - y_1 \equiv 0.$$

Uit de laatste 3 vergelijkingen volgt:

$$x_1 = \frac{2}{9}, \quad y_1 = \frac{1}{9}, \quad z_1 = \frac{2}{9}.$$

BERICHTEN EN MEDEDEELINGEN.

Benoemd bij Koninklijk Besluit van 29 Augustus 1913 tot gewoon hoogleeraar in de faculteit der wis- en natuurkunde aan de Rijks-Universiteit te Groningen, tot het geven van onderwijs in elementaire wiskunde, analytische, beschrijvende en hoogere meetkunde Dr. J. A. Barrau, hoogleeraar aan de Technische Hoogeschool te Delft;

aan Dr. J. A. Barrau voornoemd eervol ontslag verleend als hoogleeraar aan de Technische Hoogeschool te Delft met ingang van den dag waarop hij zijne lessen als hoogleeraar aan de Rijk-Universiteit te Groningen zal aanvangen.

—o—

Bij beschikking van den Minister van Binnenlandsche Zaken van 7 Juni 1913 is met ingang van 16 Juni 1913 benoemd tot machinist voor het gebouw der werktuig- en scheepsbouwkunde G. Pols.

—o—

Het bestuur der Electrotechnische Vereeniging te Delft deelt mede dat voornoemde vereeniging den 8en Juli 1913 op hare statuten de Koninklijke goedkeuring heeft gekregen.

BOEKBESPREKING.

„Twintig jaar geleden werden vulpenhouders door misschien negen honderd negen en negentig van de duizend menschen beschouwd als een luxe artikel, een overtollige weelde of een nutteloos voorwerp; thans kan men gerust zeggen, dat zij algemeen in gebruik zijn. Vulpenhouders hebben de stalen pennen voor een overgroot deel vervangen, hebben bovendien een groote hoeveelheid inkt bespaard, welke vroeger door verdamping verloren ging en hebben het schrijven, vroeger een last, veranderd in een genot."

Dit is de aanhef van de smakelijk uitgevoerde prijscourant van de *Swan-Vulpen*, ons toegezonden door de Hoofdagenten Gebr. POLAK, Vlissingen, waarover mijn Swan en ik gaarne een bespreking geven.

De toon die uit deze beschouwingen spreekt, getuigt van zelfbewustzijn, dat vertrouwen wekt.

Achtereenvolgens worden er in behandeld verschillende soorten van pennen, dan de pennehouders van de eenvoudigste tot de meest luxieus uitgevoerde modellen.

Van af de veel geziene van *f* 6,30 tot die met edelgesteenten van *f* 600,—.

Tot nieuwigheden hierin beschreven behooren de ladder en de gouden ringen voor het goede vloeien en veiligheids-vulpen.

Verder inktfleschjes, snelvullers, étuis en stylografische pen.

v. B.