

# TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCRIFT,  
ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Hoofdredacteur: S. DE WAARD.

Redactie:

J. J. I. SPRENGER,  
G. J. P. M. BOLSIUS,  
G. EKAMA,  
W. P. VAN ZON,  
A. G. D. BRUINS,  
S. DE WAARD,  
M. C. KORT,

Civiele faculteit,  
Bouwkundige faculteit,  
Werktuigkundige faculteit,  
Scheepsbouwkundige faculteit,  
Electrotechnische faculteit,  
Scheikundige faculteit,  
Mijnbouwkundige faculteit,

Voorstraat 101.  
Falkstraat 122, Den Haag.  
Oude Delft 249.  
Nieuwe Plantage 74.  
Phoenixstraat 37.  
Van Leeuwenhoeksingel 12.  
Mijnbouwkundig Instituut.

Vlaamsche Sub-Redactie:

M. STEENBRUGGE,  
M. VAN DER HAEGHEN,

Werktuigkunde,  
Burgerlijke Bouwkunde,

St. Machariusstraat 1, Gent.  
Coupure 155, Gent.

Luchtvaart: A. G. VON BAUMHAUER, Van Leeuwenhoeksingel 5.

en met welwillende medewerking van verscheidene Hoogleeraren aan de T. H.

Abonnementsprijs per jaar f 4,—.

Uitgave Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

5e Jaargang No. 1. 15 Oct. 1914.

Alle berichten en mededeelingen zijn buiten  
verantwoordelijkheid van de Redactie.

## Inhoud.

Over Besselsche Stationswaarnemingen, door H. J.  
Oosterbeek Jr.

T. H. — Uitslag examens na de Zomervacantie 1914.  
Boekbespreking.

Berichten en Mededeelingen.

## Over Besselsche Stationswaarnemingen, door H. J. OOSTERBEEK JR.

Uit een punt  $T$  ( $1^{\circ}$  as van den theodoliet) worden metingen verricht op rondom  $T$  gelegen vaste punten  $ABCDE$ , dat b.v. hoekpunten zijn van een primair net. Men richt in de aangegeven volgorde (heengang) op die punten met rand rechts. In den teruggang, met rand links, kiest men de volgorde  $EDCBA$ .

Als gemiddelden vindt men de aflezingsen  $p_1^a, p_1^b, p_1^c, p_1^d, p_1^e$ ; vormende de  $1^{\circ}$  reeks.

Vervolgens wordt de randverdeling  $\frac{t}{n}$  deel van  $180^{\circ}$  ten opzichte van het landschap gedraaid en de geheele bewerking herhaald. Men vindt dan de aflezingsen  $p_2^a, p_2^b, p_2^c, p_2^d, p_2^e$ ; vormende de  $2^{\circ}$  reeks.

Totaal verricht men  $n$  reeksen waarnemingen. Het is nu zaak deze waarnemingen te vereffenen. En daarvoor is het noodig een juist inzicht te hebben in den bouw van het vraagstuk.

We stellen ons voor dat we  $n$  stuks stralenbundels construeeren. Elk zoo'n bundel bevat de meetresultaten van een reeks. Die bundels zijn allen ongelijk tengevolge van foutjes in het instrument, de instellingen, de aflezingsen, enz. Sommigen bevatten ook niet alle stralen, b.v. doordat niet alle punten  $ABCDE$  zichtbaar waren of door gebrek aan tijd.

We denken ons nu, dat we ook over den *juisten* stralenbundel kunnen beschikken. We leggen elk der waarnemingsbundels op dien juisten bundel, zoodat de punten  $T$  samenvallen, en stellen twee eischen:

$1^{\circ}$ : voor elk der  $n$  figuren moet de som der afwijkingen ten opzichte van de juiste figuur nul zijn. Die afwijkingen, in het volgende  $x$  genoemd,

worden gevormd door de hoekjes tusschen de overeenkomstige stralen van waarnemingsbundel en juiste bundel. Afwijkingen naar rechts b.v. positief en naar links negatief tellend, is het duidelijk dat aan dezen eisch steeds voldaan kan worden;

2°: ook moet de som der, volgens den 1<sup>o</sup> eisch bepaalde, afwijkingen  $x$ , die rondom elk der juiste stralen voorkomen, nul zijn.

Hier ziet men in dat men tot onmogelijkheden zou kunnen komen. Doch nu helpt ons één omstandigheid, n.l. dat we de juiste figuur eigenlijk niet hebben, doch nog moeten „maken”. En als we hierop letten, zien we de mogelijkheid in tegelijk aan beide eischen te kunnen voldoen.

Misschien is er dan nog onbepaaldheid of overbepaaldheid wat betreft de te maken figuur. Wat hiervan is, zal uit de berekening moeten blijken.

Na deze beschouwing merken we op dat in het algemeen alle werkelijk gedane waarnemingen  $p$  gelijk gewicht bezitten. Immers als zij door denzelfden waarnemer met hetzelfde instrument en onder dezelfde omstandigheden verricht werden, is er geen reden waarom ze niet allen even betrouwbaar zouden zijn. Streng genomen heeft de weersgesteldheid, de zichtbaarheid der beelden enz. wel invloed, doch we kunnen dien invloed vooraf niet mathematisch uitdrukken. Daarom zullen we alle gedane waarnemingen het gewicht één toekennen. Let wel dat dit het gewicht is vóór de vereffening. Na de vereffening komen er andere gewichten. Een willekeurige waarneming, b.v.  $p_3^d$  geven we dus het gewicht  $g_3^d$ . Later pas kiezen we  $g_3^d$  gelijk aan één.

Elke reeks waarnemingen is in 't algemeen niet volledig, d.w.z. bevat niet alle stralen. Ze moet echter minstens twee stralen bevatten. Welke is onverschillig; b.v.  $TB$  en  $TE$ .

Bij onvolledige reeksen kan men, als b.v.  $p_4^a, p_4^c, p_4^d$  ontbreken, deze waarnemingen toch als gedaan beschouwen, mits men ze tenslotte een gewicht nul toekent. De bijbehorende fouten  $x_4^a, x_4^c, x_4^d$  krijgen dan ook een gewicht nul. Ze vallen dus tenslotte geheel uit de berekening weg.

We kunnen de eischen dus nu nog scherper uitdrukken:

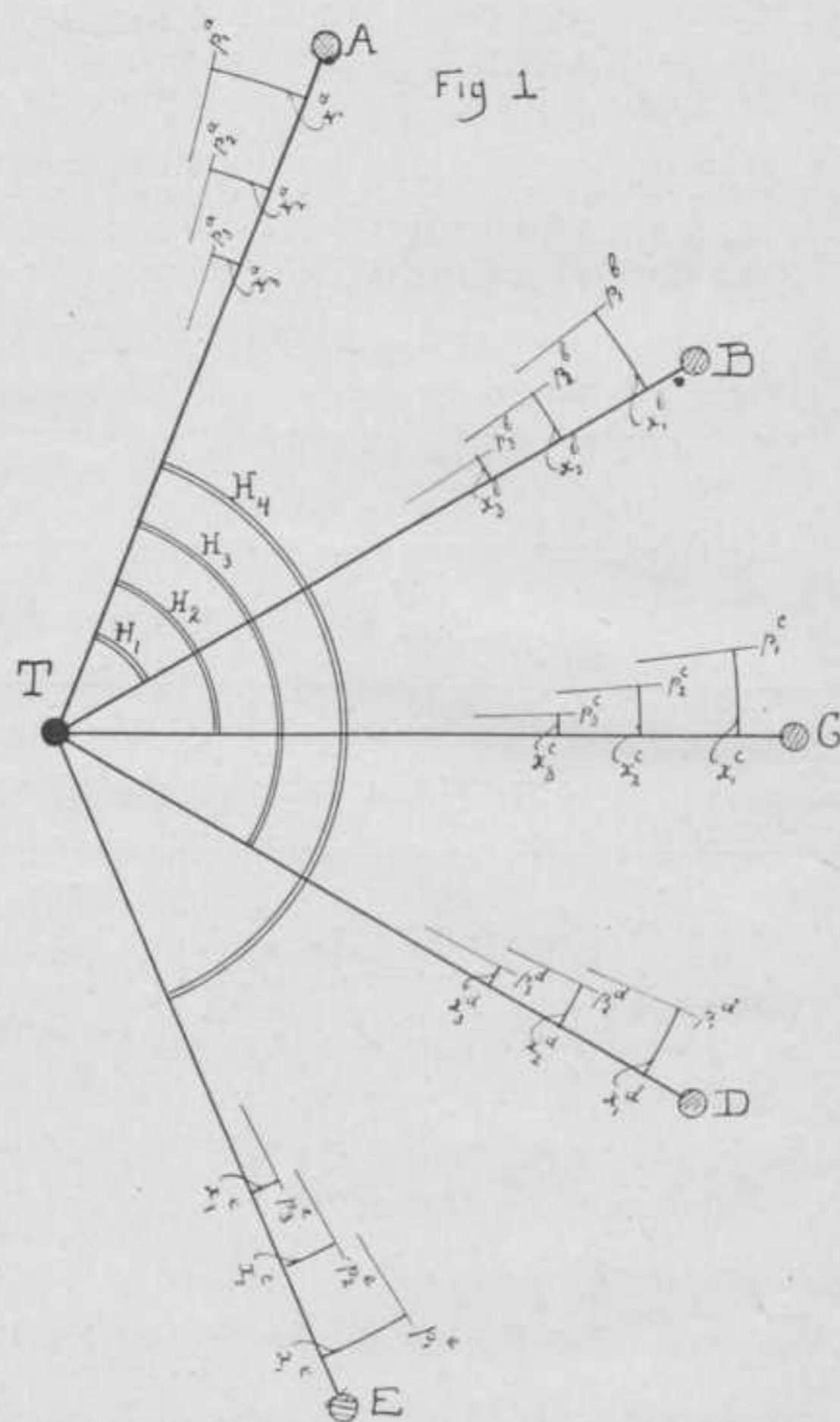
1°: voor elke figuur moet  $[gx] = 0$  zijn;

2°: rondom elken juiste vereffenden straal moet  $[gx] = 0$  zijn.

Deze voorwaarden berusten op het algemeene

beginsel dat *die* waarde de meest waarschijnlijke is, waarvoor  $[gxx]$  minimum wordt. Immers dan wordt  $[gx]$  tot nul. Wat wij de „juiste” figuur noemen, is dan ook niet meer dan de „meest waarschijnlijke” d.i. de „vereffende” figuur.

In fig. 1 is de vereffende figuur door zware lijnen aangegeven. Van de  $n$  waarnemingsfiguren zijn er slechts 3 geteekend en vermerkt. Onvolledige figuren worden voorloopig als volledige geteekend. Door het later nul nemen der gewichten hebben die gefantaseerde waarnemingen toch geen invloed.



De richtingshoeken van de vereffende figuur  $t/o$  van de lijn  $TA$  zijn  $H_1 \dots H_4$  genoemd.

De afwijkingen (fouten  $x$ ) zijn voorloopig allen van gelijke teken ondersteld; de voetindex geeft de reeks aan, de topindex de richting.

Wanneer men  $x_1^a \dots x_n^a$  en de 4 richtingshoeken  $H_1, H_2, H_3, H_4$  kiest, zijn de andere  $x$ -waarden bekend. Als er  $v$ -richtingen zijn, zou dus het aantal willekeurig te kiezen grootheden  $n + (v - 1)$  zijn. We hebben bijgevolg te maken met  $n + (v - 1)$ .

onbekenden, hetgeen later, na de vereffening, van belang is bij de bepaling van de middelbare fout in de gewichtseenheid.

We schrijven de  $n$  stuks reekskolommen op; voor ons doel is het voldoende er een paar op te schrijven:

### 1e reeks

$$\begin{aligned} p_1^a + x_1^a &= p_1^a + x_1^a \\ &= (p_1^b + x_1^b) - H_1 \\ &= (p_1^c + x_1^c) - H_2 \\ &= (p_1^d + x_1^d) - H_3 \\ &= (p_1^e + x_1^e) - H_4 \end{aligned}$$

### 2e reeks

$$\begin{aligned} p_2^a + x_2^a &= p_2^a + x_2^a \\ &= (p_2^b + x_2^b) - H_1 \\ &= (p_2^c + x_2^c) - H_2 \\ &= (p_2^d + x_2^d) - H_3 \\ &= (p_2^e + x_2^e) - H_4 \end{aligned}$$

De 1<sup>o</sup> eisch geeft aanleiding tot:

$$\left. \begin{aligned} g_1^a x_1^a + g_1^b x_1^b + g_1^c x_1^c + g_1^d x_1^d + g_1^e x_1^e &= 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ g_n^a x_n^a + g_n^b x_n^b + g_n^c x_n^c + g_n^d x_n^d + g_n^e x_n^e &= 0 \end{aligned} \right\} \text{te zamen } n \text{ vergelijkingen } 1)$$

De 2<sup>o</sup> eisch luidt:

$$\left. \begin{aligned} g_1^a x_1^a + g_2^a x_2^a + g_3^a x_3^a + \dots \dots \dots + g_n^a x_n^a &= 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ g_1^e x_1^e + g_2^e x_2^e + g_3^e x_3^e + \dots \dots \dots + g_n^e x_n^e &= 0 \end{aligned} \right\} \text{tezamen } v \text{ vergelijkingen } 2)$$

We hadden  $n + (v - 1)$  onbekenden. We vinden hier  $n + v$  vergelijkingen. Dus zou er overbepaaldheid zijn. Doch dit is schijnbaar, want er schuilt een afhankelijke vergelijking onder, zooals makkelijk is te bewijzen.

Als we het stelsel 1) verticaal optellen, wordt de 1<sup>o</sup> term gelijk aan de 1<sup>o</sup> vergelijking van het stelsel 2). De 2<sup>o</sup> term wordt gelijk aan de 2<sup>o</sup> vergelijking, enz. Aangezien de som 1) nul is, zal, als tot en met de  $(v - 1)$  term van de optelling nul is, ook de  $v$  term nul zijn. En dit is de laatste vergelijking van 2). Waarmede is aangetoond dat er een afhankelijke vergelijking onder schuilt.

Dus zullen de  $n + (v - 1)$  onbekenden kunnen worden opgelost. Men kan dit als volgt doen:

Men vermenigvuldige de vergelijkingen van de eerste reekskolom respectievelijk met  $g_1^a g_1^b$  enz. en telle, in verticale richting op, lettende op het stelsel 1).

De tweede reekskolom wordt evenzoo behandeld, doch nu  $g_2^a, g_2^b$  enz. als vermenigvuldigers gekozen. Bij de derde reekskolom kiest men  $g_3^a g_3^b$  enz.

Men vindt dan het stelsel vergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} [g_1] p_1^a + [g_1] x_1^a &= [g_1 p_1] - \\ (g_1^b H_1 + g_1^c H_2 + g_1^d H_3 + g_1^e H_4) & \end{aligned} \right\} \text{Stelsel } S_1$$

$$\left. \begin{aligned} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ [g_n] p_n^a + [g_n] x_n^a &= [g_n p_n] - \\ (g_n^b H_1 + g_n^c H_2 + g_n^d H_3 + g_n^e H_4) & \end{aligned} \right\} \text{vergelijkingen.}$$

totaal  $n$

Vervolgens beschouwen we van elke reekskolom de 4 laatste vergelijkingen. We vermenigvuldigen de eerste vergelijkingen van elke vier stuks respectievelijk met  $g_1^b, g_2^b, g_3^b, g_4^b$  en tellen in horizontale richting op. De tweede vergelijkingen worden met  $g_1^c, g_2^c$  enz. vermenigvuldigd, enz. Dan ontstaat een stelsel vergelijkingen, als we op de laatste vier vergelijkingen van het stelsel 2) letten:

$$\left. \begin{aligned} [g^b p^a] + [g^b x^a] &= [g^b p^b] - [g^b] H_1 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ [g^e p^a] + [g^e x^a] &= [g^e p^e] - [g^e] H_4 \end{aligned} \right\} \text{Stelsel } S_2$$

totaal  $(v - 1)$

vergelijkingen.

Volgens deze notatie moeten bij de sommeering, b.v. in  $[g^e x^a]$ , alle termen genomen worden met gelijken voetindex, dus  $g_1^e x_1^a + g_2^e x_2^a +$  enz. Evenzoo moeten bij een sommeering, als  $[g_n p_n]$ , alle termen genomen worden met gelijken topindex, dus  $g_n^1 p_n^1 + g_n^2 p_n^2 +$  enz.

Blijkbaar is het practisch alle waarnemingen  $p_1^a p_2^a \dots p_n^a$  van meet af nul te noemen en dus de aflezingen op het punt  $A$  in elke reeks als nulpunt te beschouwen. Dan worden de eerste termen in de eerste leden van  $S_1$  en  $S_2$  tot nul.

In  $S_1$  zijn  $x_1^a \dots x_n^a$  dan expliciet uitgedrukt in  $H_1 \dots H_4$ . Men zet ze in  $S_2$  en lost uit het komende stelsel de  $H$  waarden op.

De uitwerking zal veel vereenvoudigd worden als men met volledige reeksen heeft gewerkt. Immers dan is  $[g_1] = \dots = [g_n] = v$ ;  
 $[g^b] = \dots = [g^e] = n$ .

Dan worden ook de 2<sup>o</sup> termen der eerste leden van het stelsel  $S_2$  allen nul en volgt:

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{[p^b]}{n} \\ H_2 &= \frac{[p^c]}{n} \\ H_3 &= \frac{[p^d]}{n} \\ H_4 &= \frac{[p^e]}{n} \end{aligned} \right\} \text{Dus in dit eenvoudige geval kan men dadelijk voor de richtingshoeken het rekenkundig gemiddelde nemen. Doch in het meer algemeene geval (onvolledige reeksen) is zulks niet waar. En vervalt men in een berekening. De fouten } x_1^a \dots x_n^a \text{ noemt men de „nulpuntsfouten”. Deze naam vindt}$$

in het bovenstaande zijn verklaring. De stelsels  $S_1$  en  $S_2$  zijn niet anders dan „normaal-vergelijkingen”. Door het elimineeren van de nulpuntsfouten gaat het stelsel  $S_2$  over in de „gereduceerde normaal-vergelijkingen”. Hieruit lost men de  $H$  waarden op met behulp van gewichtsgetallen (uit de op te stellen gewichtsvergelijkingen). Men vindt dus ten slotte b.v. dat  $(M_{H_3}) = \mu^2 Q_{33}$ .

De vraag is nu nog maar om  $\mu^2$  te berekenen.

Wij zullen hierop aanstonds ingaan, doch moeten vooraf op het volgende wijzen.

De waarnemingsmethode volgens Bessel noemt men het „meten van richtingshoeken”. Deze benaming kan tot verkeerde begrippen aanleiding geven. Laten we ons bepalen tot de bewering dat men na de vereffening alle „richtingshoeken  $t/o$  van één der stralen van den bundel” vindt. En daardoor tevens alle „hoeken” tusschen twee willekeurige stralen. Immers het is voldoende om twee richtingshoeken, b.v.  $H_2$  en  $H_1$  van elkaar af te trekken, teneinde den hoek  $BTC$  te vinden.

We weten dat  $(M_{H_1})^2 = \mu^2 Q_{11}$  en  $(M_{H_2})^2 = \mu^2 Q_{22}$ . Men zou nu geneigd zijn te zeggen dat de middelbare fout  $M_{H_2-H_1}$  bepaald werd door:

$$(M_{H_2-H_1})^2 = (M_{H_2})^2 + (M_{H_1})^2.$$

Doch dit is geheel onjuist, zooals blijkt uit:

$$\text{hoek } BTC = H_2 - H_1.$$

$$d(BTC) = dH_2 - dH_1.$$

De middelbare fouten evenredig gesteld aan de differentiaal levert:

$$(M_{H_2-H_1})^2 = (M_{H_2})^2 - 2 M_{H_2} M_{H_1} + (M_{H_1})^2.$$

Aangezien  $M_{H_1}$  en  $M_{H_2}$  volgende uit de gereduceerde normaalvergelijkingen, geen onafhankelijke fouten zijn, mag het dubbelprodukt niet worden geschrapt en vinden we, volgens de bekende formules:

$$(M_{H_2-H_1})^2 = \mu^2 (Q_{11} - 2 Q_{12} + Q_{22}).$$

In het algemeen, bij onvolledige reeksen, zullen de gewichtsgetallen  $Q_{11}, Q_{22}, Q_{33}$  enz. en ook  $Q_{12}, Q_{13}, Q_{23}$  enz. verschillen. De middelbare fouten in de „hoeken” van den vereffenden bundel zullen dus in het algemeen ongelijk zijn. Wij zullen de zaak eens nagaan voor het geval dat alle reeksen volledig waren.

Dan zullen alle richtingshoeken met dezelfde nauwkeurigheid bekend zijn.

$$\text{Wij vonden } H_1 = \frac{[p^b]}{n} = \frac{p_1^b}{n} + \dots + \frac{p_n^b}{n}.$$

Men is nu geneigd hieruit af te leiden

$$(M_{H_1})^2 = \frac{n m_p^2}{n^2} = \frac{m_p^2}{n}.$$

Men vergeet dan dat de vergelijking eigenlijk luidde:

$$H_1 = \frac{[p^b]}{n} - \frac{[p^a]}{n},$$

waarin  $[p^a]$  is uitgevallen doordat we alle aflezingen op  $A$  van meet af nul namen.

$$\text{Zoodat de juiste uitdrukking is } (M_{H_1})^2 = \frac{2 m_p^2}{n}.$$

En hier staat dat het betrekkelijk gewicht der richtingshoeken  $H$  recht evenredig is met het aantal  $n$  der reeksen, doch slechts de helft bedraagt van het gewicht eener richtingsaflezing  $p$ . Het absolute gewicht wordt pas bekend nadat de waarde van  $m_p$  berekend is;  $m_p$  en  $\mu$  zijn bij volledige reeksen identieke begrippen.

Volgens de algemeene uitdrukking

$$\mu^2 = \frac{[gxx]}{n_1 - \text{aantal onbekenden}},$$

moet men onder de  $x$  waarden verstaan alle fouten  $x$ , dus ook de nulpuntsfouten. Terwijl  $n_1$  het aantal malen is dat men zoo'n fout gemaakt heeft. Bij  $n$  volledige reeksen naar  $v$  richtingen wordt  $n_1 = nv$ .

Het aantal onbekenden was  $n + (v - 1)$ . Zoodat:

$$\mu^2 = \frac{[gxx]}{nv - (n + v - 1)} = \frac{[gxx]}{(n - 1)(v - 1)}.$$

Bij onvolledige reeksen geldt deze formule niet; de ontbrekende waarnemingen verkleinen het aantal fouten  $nv$ ; inplaats van  $nv$  komt in 't algemeen het totale aantal aflezingen  $p$ .

De aldus bepaalde  $\mu$  stelt voor de middelbare fout die men in de waarnemingen  $p$  heeft gemaakt. Dus  $\mu$  is de middelbare fout in een enkele waarneming van een richting op een zoodanige wijze dat men ze na de vereffening het gewicht één zou hebben toegekend.

Onder „enkele waarneming” is dan te verstaan de reeds gemiddelde aflezing  $p$  uit bovenstaand betoog.

Omdat  $\mu$  voor verschillende stations verschillend kan uitvallen, vormt  $\frac{I}{\mu^2}$  een absolute maat voor de betrouwbaarheid (gewicht).

Voor de berekening van  $[xx]$  bij volledige reeksen, berekene men de nulpuntsfouten  $x_1^a, x_2^a$  enz., op grond van het stelsel  $S_1$ :

$$x_1^a = \frac{[p_1] - [H]}{v}$$

$$x_2^a = \frac{[p_2] - [H]}{v}, \text{ enzovoorts.}$$

De overige  $x$  waarden zijn dan ook bekend en is  $[xx]$  gemakkelijk te becijferen.

Men kan  $[xx]$  desgewenscht uitdrukken in functie van  $n, v$  en van de  $p$  waarden.

Vóór de becijfering voere men voor  $H_1, H_2, H_3, H_4$  benaderingswaarden in, teneinde met kleine getallen te kunnen werken. Mathematische beteekenis heeft

zulks niet: het is meer een handigheid. Een enkel voorbeeld zal dit toelichten.

### Toepassing:

Bessel heeft op het station  $T$  (Nidden, in Oost-Prusen) metingen verricht op  $A$  (Kalleninken),  $B$  (Gilge) en  $C$  (Lattenwalde).

De 12 eerste reeksen waren volledig; bevatten  $p^a, p^b, p^c$   
 „ 19 volgende „ „ onvolledig; „  $p^a, p^b$   
 „ 12 laatste „ „ „ „  $p^a, p^c$ .

We geven de waarnemingen, vermerkt, en in verkorte tabellen, omdat het alleen om de beginselen te doen is.

Afleringen.				Bepaling van de $x^a$ waarden, op grond van het stelsel $S_1$ .
Naar $A$ $0^\circ$	Naar $B$ benaderend $26^\circ 14' 50''$	Naar $C$ benaderend $87^\circ 04' 50''$		
$p_1^a = 0'',00$ $p_2^a = 0,00$ enz.	$p_1^b = + 0'',00$ $p_2^b = + 3,50$ enz.	$p_1^c = + 2'',75$ $p_2^c = + 2,75$ enz.		$3 x_1^a = (0 + 2,75) - (H_1 + H_2)$ $3 x_2^a = (3,50 + 2,75) - (H_1 + H_2)$ enz.
$p_{12}^a = 0,00$	$p_{12}^b = + 1,00$	$p_{12}^c = + 2,25$		$3 x_{12}^a = (1,00 + 2,25) - (H_1 + H_2)$
$0,00$	$19'',75$	$33'',50$		
$p_{13}^a = 0'',00$ $p_{14}^a = 0,00$ enz.	$p_{13}^b = + 4'',25$ $p_{14}^b = + 3,00$ enz.	$p_{13}^c$ tot en met $p_{31}^c$ ontbreken.		$2 x_{13}^a = 4,25 - H_1$ $2 x_{14}^a = 3,00 - H_1$ enz.
$p_{31}^a = 0,00$	$p_{31}^b = + 4,00$			$2 x_{31}^a = 4,00 - H_1$
$0,00$	$48'',50$			
$p_{32}^a = 0'',00$ $p_{33}^a = 0,00$ enz.	$p_{32}^b$ tot en met $p_{43}^b$ ontbreken.	$p_{32}^c = + 5'',00$ $p_{33}^c = + 5,75$ enz.		$2 x_{32}^a = 5,00 - H_2$ $2 x_{33}^a = 5,75 - H_2$ enz.
$p_{43}^a = 0,00$		$p_{43}^c = + 2,00$		$2 x_{43}^a = 2,00 - H_2$
$0'',00$		$37'',25$		

De aldus bepaalde  $x^a$  waarden gesubstitueerd in het stelsel  $S_2$  levert:

$$\frac{(19,75 + 33,50) - 12 (H_1 + H_2)}{3} + \frac{48,50 - 19 H_1}{2} = (19,75 + 48,50) - 31 H_1$$

$$\frac{(19,75 + 33,50) - 12 (H_1 + H_2)}{3} + \frac{37,25 - 12 H_2}{2} = (33,50 + 37,25) - 24 H_2.$$

Gerangschikt vinden we :

$$\begin{aligned} 17,5 H_1 - 4 H_2 &= 26,25 \\ -4 H_1 + 14 H_2 &= 34,375. \end{aligned}$$

$$H_1 = \begin{vmatrix} 26,25 & -4 \\ 34,375 & 14 \end{vmatrix} = 26,25 Q_{11} + 34,375 Q_{12} \text{ sec.}$$

$$\begin{vmatrix} 17,5 & -4 \\ -4 & 14 \end{vmatrix}$$

$$Q_{11} = \frac{14}{N}; Q_{12} = \frac{4}{N}; N = \begin{vmatrix} 17,5 & -4 \\ -4 & 14 \end{vmatrix} = 229$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 17,5 & 26,25 \\ -4 & 34,375 \end{vmatrix} = 26,25 Q_{21} + 34,375 Q_{22} \text{ sec.}$$

$$\begin{vmatrix} 17,5 & -4 \\ -4 & 14 \end{vmatrix} \quad Q_{21} = \frac{4}{N}; Q_{22} = \frac{17,5}{N}; N = 229$$

De becijfering levert

$$H_1 = 26^\circ 14' 50'' + 2'',205 = 26^\circ 14' 52'',205$$

$$H_2 = 87^\circ 04' 50'' + 3'',085 = 87^\circ 04' 53'',085$$

De middelbare fouten zijn nu ook bekend, wat betreft hun betrekkelijke grootten :

$$\begin{aligned} (M_{H_1})^2 &= \mu^2 Q_{11}; (M_{H_2})^2 = \mu^2 Q_{22}; \\ (M_{H_2 - H_1})^2 &= \mu^2 (Q_{11} - 2 Q_{12} + Q_{22}). \end{aligned}$$

Teneinde  $\mu^2$  te berekenen, hetgeen noodig is om de volstreekte gewichten der hoeken op verschillende stations te kennen, beschikken we over :

$$\begin{aligned} \mu^2 &= \frac{[g x x]}{\text{aantal fouten } x - \text{aantal onbekenden}} \\ &= \frac{[x x]}{(3 \cdot 12 + 2 \cdot 19 + 2 \cdot 12) - (n + v - 1)} \\ &= \frac{[x x]}{98 - (43 + 3 - 1)} = \frac{[x x]}{53}. \end{aligned}$$

Het eenige werk is dus nog het berekenen van  $[x x]$ . Doch dit is gemakkelijk omdat we de  $x^a$  waarden nu kennen en daardoor ook de  $x^b$  en  $x^c$  waarden. Dit deel van de becijfering zij den lezer bespaard!

## TECHNISCHE HOOGESCHOOL.

Examens gehouden na de Zomervacantie  
— 1914. —

### PROPAEDEUTISCHE EXAMENS.

Geslaagd voor:

#### Civiel-Ingenieur.

J. W. J. Beek.	J. Liscaljet.
W. Buddingh.	F. C. H. Meerdink.
N. Guldenaar.	H. L. Reitz.
J. J. Knoop.	R. van IJperen.

#### Bouwkundig Ingenieur.

J. G. Frowein.	P. K. van Meurs.
J. Gerber.	

#### Werktuigkundig Ingenieur.

F. J. Brons.

#### Electrotechnisch Ingenieur.

J. F. van Asperen.	J. J. F. F. de Haan.
--------------------	----------------------

#### Scheikundig Ingenieur.

Mej. H. W. Grotendorst.	B. C. Roeters van Lennep.
N. W. Reus	J. S. Schippers.

#### Mijnbouwkundig Ingenieur.

T. Nelissen.	J. Tan.
G. Pott.	

## BOEKBESPREKING.

OVER BREUK NA HERHAALDE BELASTING; een onderzoek naar de oorzaken van breuk en de optredende spanningen bij duurzaamheidsproeven van metalen, door C. Boeke, c. i.  
Rotterdam 1914, W. L. & J. Brusse.

Om duidelijk uit te doen komen, onder welke omstandigheden dit werk het licht heeft gezien, halen wij uit het voorbericht aan: „ . . . . . Het beschreven onderzoek werd verricht ten einde stof te leveren voor een proefschrift ter verkrijging van het doctoraat aan de Technische Hoogeschool en werd behoudens eenige omwerking en aanvulling, als zoodanig aanvaard door den promotor . . . . ; toen deze zich later genoodzaakt zag, op dit besluit terug te komen, besloot ik het manuscript in onveranderden vorm uit te geven. . . . .”

Voor ons ligt een streng wetenschappelijke verhandeling over de verschijnselen, welke bij breuk van metalen zijn waar te nemen, en een onderzoek naar de oorzaken daarvan. Wat wij op dit gebied nog niet weten — en het is veel! — trachten wij onschadelijk te maken door een zekerheidscoëfficient, welke de Amerikanen niet ten onrechte betitelen als „coëfficient van onwetendheid”. De grootste moeilijkheid bij de

verklaring van het breken van metalen is wel het daarbij samengaan van twee verschijnselen, die oogen-schijnlijk volkomen onvereinigbaar zijn, namelijk eenerzijds de zeer lage spanningen, welke indien zij slechts een genoegzaam aantal malen herhaald worden „breuk tot stand kunnen brengen, en anderzijds de zoo vaak waargenomen toename in vastheid door wat genoemd wordt: „koudsmeden”; men zocht de oorzaak in het kristallijn, of wel „vermoeid” worden.

Wetenschappelijk onderzoek heeft sedert aangetoond dat metalen altijd volkomen kristallijn zijn en dat genoemde verklaring in het geheel niet deugt. Een van de redenen, waarom dit onderzoek zoo langzaam vorderde, was, dat het zoo weinig stelselmatig werd gedaan en de verschillende verschijnselen vóór de breuk niet met de noodige zorg werden waargenomen.

In het eerste hoofdstuk geeft de schrijver een overzicht van voorafgaande proefnemingen, waaronder vooral van belang zijn de schokproeven volgens Martens; tevens beklagt hij zich, dat de resultaten van dergelijk belangrijk werk als van af 1888 in het Watertown arsenal (U. S. A.) verricht en uitgegeven onder den titel: „Endurance tests of rotating shafts of steel and iron” niet aanwezig zijn in eenige Hollandsche bibliotheek.

Er volgt nu een beknopt overzicht van de meeningen van vele deskundigen; slechts willen wij hiervan melden, dat Gilchrist en J. B. Johnson als hunne opinie te kennen gaven, dat de breuk altijd ontstaat vanuit een — zij het dan ook mikroskopisch klein — scheurtje of slechte plek in het materiaal, wat zij meenen te mogen opmaken uit de zoogenaamde „slijplijnen”. De barst zou zich voortplanten, tot een kleine kern van het materiaal intact bleef, welke natuurlijk nu veel eerder zal breken. Deze uiteenzetting liet zich echter niet rijmen met het feit, dat dat kleine stukjes metaal dan zulke geweldig hoge spanningen zou kunnen opnemen.

Langen tijd verkeerde men in het duister, of die barst nu als oorzaak, dan wel als gevolg van het breken moest worden beschouwd. Al hebben vele waarnemers het voorkomen van scheuren niet gemeld, zoo is dit nog geenszins afdoend bewijs voor het niet optreden; hoe licht kan zoo iets over het hoofd worden gezien! Zeer goed laat zich met behulp van de *barsttheorie* verklaren, dat door herhaalde belasting een plastisch materiaal kan breken alsof het bros ware, dat bij een ingekerfde staaf een grootere trekvastheid, maar kleinere duurzaamheid gevonden wordt dan bij een gladde staaf, welke doorsnede overeenstemt met de kleinste doorsnede van de eerste en ten slotte de sterke trilling welke optreedt bij op draaibuiging aangesproken staven.

Hoofdstuk 4—7 geeft een overzicht van de proefnemingen in het „Engineering Laboratory” van University College, London, waarvan een groep door den heer Boeke zelf werd verricht. Daarbij werden proefstaafjes van 8 soorten ijzer en koper belast op z.g.n. draaibuiging; zij waren aan beide einden ingeklemd in holle cilinders, welke aan hun andere einde een vrije oplegging hadden, en konden in het midden belast worden door een schaal met gewichten. Deze last werkte echter niet geheel in het midden van het staafje, maar werd in twee gelijke delen gesplitst, welke op eenige afstand van elkaar aangrepen; terwijl de proefstaafjes op deze wijze op zuivere buiging aangesproken waren, draaide een electromotor ze om hun as rond met een snelheid van 230—1350 omw. per

minuut. Een telwerk registreerde dit aantal en werd bij breuk automatisch uitgeschakeld.

Een groot aantal tabellen, foto's en grafieken leert ons de verkregen uitkomsten; als merkwaardigheid worde hier vermeld, dat bij sommige proeven de temperatuur van het ijzer steeg tot 400 à 500° F., waarom natuurlijk waterkoeling moet worden toegepast.

Onder „*kernfiguur*” verstaat de schrijver dat deel der breukvlakte, dat aanvankelijk aan de belasting weerstand biedt, terwijl een gedeelte daaromheen los-scheurt, en daarna plotseling afknapt; veelal kan men een ellipsvormige gedaante of kwartcirkel waarnemen. De wellicht te verwachten betrekking tusschen aantal omwentelingen en berekende spanning, heeft men tot heden nog niet in een formule weten uit te drukken.

Vroegere onderzoekers dachten niet aan een verband tusschen den vorm der kernfiguren en den gedragen last, waar toch te verwachten valt, dat een dergelijke betrekking zal kunnen worden gevonden. Het blijkt, dat door het felle booglicht een fotografische afbeelding der breuken niet te betrouwen valt, zoodat hier tekening zal moeten voorgaan; hiertoe werd het matglas der camera vervangen door doorzichtig papier op gewoon glas, en de vast te leggen figuur met inkt nagetrokken, waarbij veelvuldig indeukingen bleken te hebben plaats gehad.

Uit zijne proefnemingen maakt de schrijver op, dat een zoodanig verband bestaat, al is het dan ook niet lineair, wat nieuwe steun geeft aan de barsttheorie.

Hoofdstuk 7 is eigenlijk de „clou” van het werk; hier worden uit de proeven gevolgtrekkingen gemaakt. Het bepalen van de *werkelijk* optredende spanning gaat met groote moeilijkheden gepaard, daar noch richting, noch ligging van de neutraleas bekend zijn, en men boven de evenredigheids grens is gekomen. Wat de eerste betreft zoo kan men in gemoede aannemen, dat *die* richting de juiste zal zijn, waarbij de spanning het grootst was, dus ook de maximum vezelafstand. Er zijn nu een drietal veronderstellingen mogelijk om tot een becijfering te geraken:

- 1) de sterkte van het druksegment neemt evenredig toe met buigend moment,
- 2) de grootste drukspanning bij alle staafjes is konstant,
- 3) de verhouding van grootste trek- tot drukspanning zal bij alle staafjes dezelfde zijn.

Er volgt nu een betoog, aan de hand van Blad 24, dat slechts veronderstelling 3) de juiste kan zijn; dit wordt vastgesteld uit het feit dat 1) en 2) niet deugen. Wij vragen ons af, zouden er werkelijk niet meer supposities mogelijk zijn, en zoo ja, wat blijft er dan over van deze betoogtrant? Ook lijkt het ons absurd, om uit de integrafisch gevonden kleinste vezelafstanden, uitgaande van 1) en 2), nu te besluiten: „dan zal die volgens 3) wel te vinden zijn, als ik de hoek tusschen beide lijnen middendoor deel”. Wij gelooven dan ook niet, dat hier het gelukkigste gedeelte uit het boek valt aan te wijzen.

Om het ontstaan van den barst te verklaren, valt op te merken, dat steeds alle metalen kristallijn zijn. Uit de ligging der korrels wordt het zich teekenen der „*slijplijnen*” duidelijk gemaakt; het blijkt dat deze moeten worden aangezien als mikroskopisch kleine trapjes op het metaaloppervlak waarbij in heen en weer schuiven langs kristallijne slijtvlakken oorzaak tot barsten moet worden gezien.

Tot slot een hoofdstuk, getiteld: „Vragen der praktijk.” Hier wordt den weg gewezen tot het bepalen van de kritische spanning; van zelf komen wij tot de vraag, waarom dan ook schrijver dezen weg niet heeft bewandeld, wat weer tot het vermoeden leidt, dat deze wel niet zoo effen en zonder hindernissen zal zijn, als op papier lijkt.

Terugziende, vestigen wij ons oordeel, dat de heer Boeke een verdienstelijke arbeid heeft verricht, maar er niet in is geslaagd, uit de proeven met behulp van zuivere redeneering zijne gevolgtrekkingen te maken. Dit is des te meer te betreuren, waar blijkens de opgegeven literatuurbronnen — 90 in getal — van de stof een ernstige studie is gemaakt. Druk en uitvoering van het werk moeten geprezen worden.

—o—

GEWAPEND BETON. Voorschriften met aantekeningen, door D. Kruijf, c. i., tweede druk.  
L. J. Veen, Amsterdam.

Dit handig boekje is bewerkt naar de Voorschriften, vastgesteld op de vergadering van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs van 28 Maart 1912; waar er op het gebied van betonbereiding en van doelmatige wapening nog een danige verwarring heerscht, heeft S. gemeend, tevens een korte handleiding voor de berekening er aan vast te moeten knopen, zoodat den Delftschen student een prachtige gelegenheid wordt geboden, zich van de verschillende eischen op de hoogte te stellen.

De aantekeningen hebben ten doel, een beter inzicht in de strekking der verschillende artikelen te geven.

De wijzigingen van den eersten druk zijn gering; waar een berekening foutief was opgezet, als bij art. 15, is dit verbeterd.

Wij betreuren het ten zeerste, dat de vele advertenties tusschen den tekst een geregeld doorlezen onmogelijk maken en zouden dus den uitgever in overweging geven, deze bij een latere herdruk uitsluitend voor- of achterin te houden.

—o—

GRAPHISCHE STATIEK. De berekening van balken, vakwerken en kapgebinten, door H. J. van der Veen, c. i.  
L. J. Veen, Amsterdam.

Wij zien hier geloden een elementair werkje over grafies samenstellen en ontbinden van krachten, stangenveelhoek, eenige balkberekeningen, en tenslotte als hoofdzaak de bepaling der staafkrachten in de verschillende kaspanten volgens Cremona.

Waar dit werk in hoofdzaak blijkt bestemd te zijn voor leerlingen van ambachtsscholen, bouwkundig opzichters, e. d., vinden wij het meer dan jammer, dat de schrijver zich zoo slecht in de Nederlandsche taal weet uit te drukken; het heele boek is doorspekt van de ergste Germanismen. Al dadelijk de titel: in ons land is grafostatika het gebruikelijke woord. Een *kapspant* schijnt dan ook den heer Van der Veen volkomen onbekend te zijn; het lijkt ons echter, dat *kapgebint* naar de Duitsche grens riekt.

Gelukkig is dit ook al, wat er op aan te merken valt; de betoogtrant is zeer duidelijk en de figuren

zijn goed verzorgd. Bij het teekenen der Cremona's kan men van de regels op blz. 53, veel gemak hebben; vergissing is dan haast buiten gesloten. In plaats van getrokken staven door onderbroken lijnen en gedrukte door — . — lijnen aan te geven, zagen wij liever + en — teeken gebruikt, daar men dan in potlood alles kan trekken, en toch het goede overzicht niet verliest. Bij momentvlakken passe men bij voorkeur de in Delft gebruikelijke arceering toe, en make dus positieve vlakken door een staande en negatieve door een liggende arceering kenbaar.

Ondanks deze kleine gebreken kunnen wij den kern van het boek voor degenen, voor wie het bestemd is, niet anders dan aanbevelen.

J. J. I. S.

—o—

DE ELECTROTECHNISCHE SCHOOL.

Deel IV.

De Zwakstroomtechniek, door Prof. C. L. v. d. Bilt.  
Uitgave van Van Mantgem & De Does. Prijs f 6,50.

Prof. Van der Bilt geeft in de inleiding zijn vrees te kennen, dat hij in het korte bestek niet in staat zou zijn, alle onderdeelen der zwakstroomtechniek tot hun recht te doen komen. Leest men het boek echter door dan zal men zien, dat schrijver hier buitengewoon gelukkig in geslaagd is, want niet alleen treft men in het werk een duidelijke behandeling aan van wat men zou kunnen noemen de gewone telegraaf en telefoon-techniek, maar ook kabeltelegrafie, automatische telefooninstallaties en telefonie over groote afstand, worden behandeld.

Hoewel het boek speciaal geschreven is voor den ontwikkelden technicus maken toch vooral Afdeeling C en D het ook zeer aanbevelenswaardig voor studenten E. I. en C. I.

In Afdeeling C wordt namelijk Signaalwezen en in Afdeeling D radio-Telegrafie behandeld.

In Afdeeling C. worden uitgebreid de beveiligingsstelsels van de S. S. en H. I. J. S. M. geschetst. De duidelijke teekeningen en tabellen komen vooral bij het interlockingstelsel en elektrische slot tot hun recht. Schrijver is er in geslaagd systematisch den gang van zaken duidelijk te maken, waardoor dit zeer ingewikkelde onderdeel van het signaalwezen nu makkelijk te begrijpen is.

Ook de elektrische klokken en de brandweer telegraaf worden behandeld.

Ten slotte wordt de waarde van het boek nog verhoogd door een viertalige tabel van de meest voorkomende termen uit de zwakstroomtechniek.

De uitgevers hebben voor duidelijke figuren en een keurige uitgave zorg gedragen.

## BERICHTEN EN MEDEDEELINGEN.

De Voorzitter van de Afdeeling der Mijnbouwkunde der Technische Hoogeschool maakt bekend, dat zij, die wenschen deel te nemen aan het Ingenieurs-examen, dat zal worden afgenomen in Januari 1915, zich hiervoor schriftelijk hebben aan te melden bij den Secretaris der Afdeeling, Professor Dr. H. G. Jonker, voor 1 December 1914.

Formulieren voor de aanmelding zijn verkrijgbaar in den Technischen Boekhandel van J. Waltman Jr., te Delft.