

TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCRIFT,
ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Hoofdredacteur: J. J. I. SPRENGER.

Redactie:

J. J. I. SPRENGER,
L. M. VAN DEN BERG,
A. G. VON BAUMHAUER,
W. P. VAN ZON,
J. B. LEEUWENBERG,
S. DE WAARD,
M. C. KORT,

Civiele faculteit,
Bouwkundige faculteit,
Werktuigkundige faculteit,
Scheepsbouwkundige faculteit,
Electrotechnische faculteit,
Scheikundige faculteit,
Mijnbouwkundige faculteit,

Spoorsingel 13.
Oude Delft 243.
Van Leeuwenhoeksingel 5.
Nieuwe Plantage 74.
Van Leeuwenhoeksingel 18.
Van Leeuwenhoeksingel 12.
Poortlandlaan 32.

Vlaamsche Sub-Redactie:

M. STEENBRUGGE,
M. VAN DER HAEGHEN,

Werktuigkunde,
Burgerlijke Bouwkunde,

St. Machariusstraat 1, Gent.
Coupure 155, Gent.

Luchtvaart: G. D. BOERLAGE, Nieuwelaan 22.

en met welwillende medewerking van verscheidene Hoogleeraren aan de T. H.

Abonnementsprijs per jaar f 4,—.

Druk en Administratie Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

6^e Jaargang. N^o. 2. 1 Nov. 1915.

Het auteursrecht van dit tijdschrift wordt
gewaARBorgd door de Auteurswet 1912.

Alle berichten en mededeelingen zijn buiten
verantwoordelijkheid van de Redactie.

Inhoud.

Over de wenschelijkheid van het gebruik van Demarara-
Greenheart hout voor sluisdeuren.

Kapillariteit of oppervlakte-werking.

Geen vreemde ingenieurs meer.

Strikvragen.

Boekbespreking.

T. H. Examenopgaven.

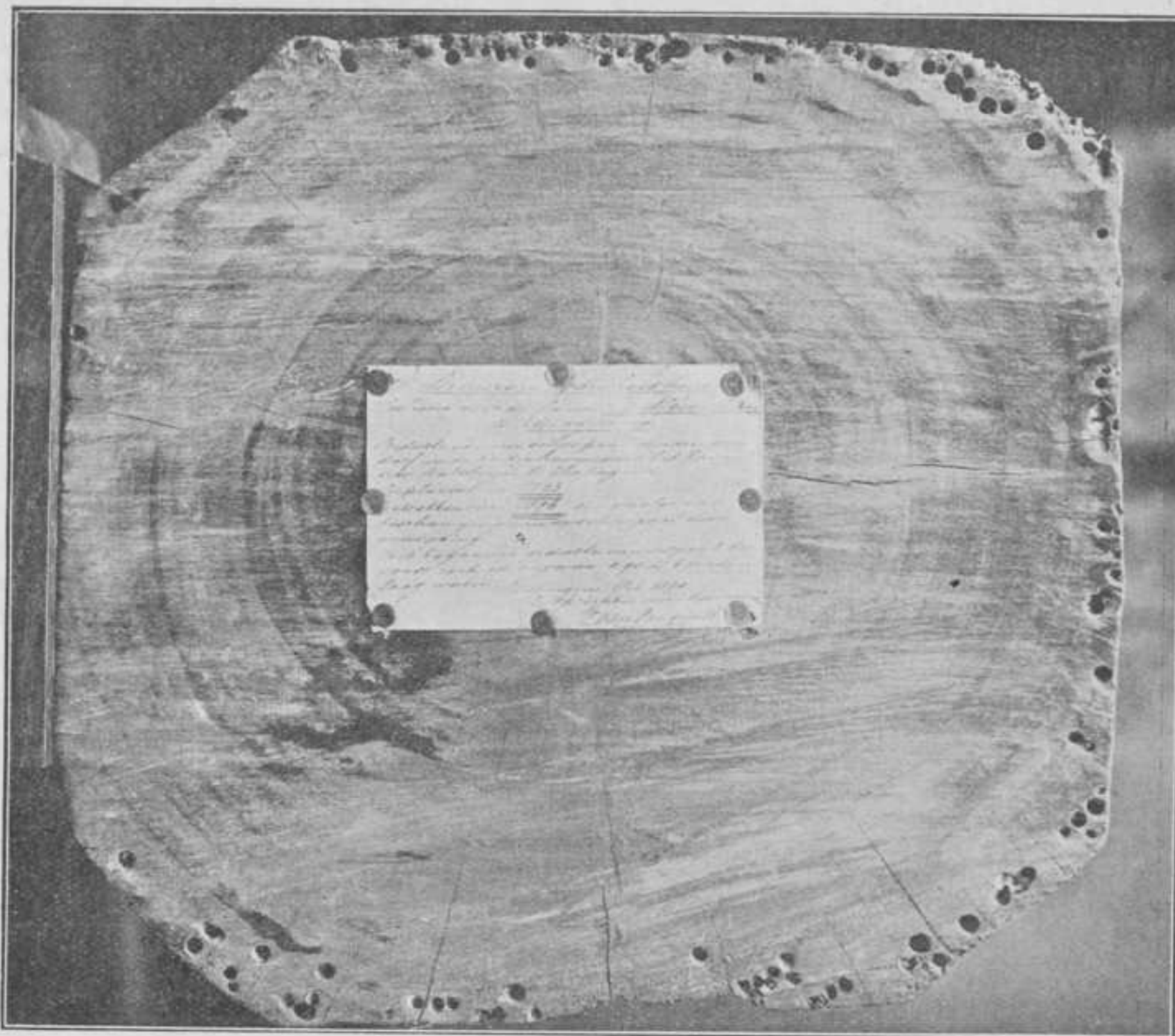
Berichten en Mededeelingen.

Over de wenschelijkheid van het gebruik van Demarara-Greenheart hout voor sluisdeuren. *)

Alvorens de wenschelijkheid van een meer uit-
voerige verbreiding van het Demarara-Greenheart-
hout uiteen te zetten, willen wij een en ander van
de eigenschappen dezer houtsoort mededeelen.

Zooals bekend mag worden verondersteld, wordt
het Greenheart betrekkelijk weinig door den paal-
worm aangetast. Dit vindt hierin zijn oorzaak, dat
in de sappen eene alkalische gifstof (nectandrine)
wordt aangetroffen (zie „de Ingenieur” 18 Maart
1911 No. 11), welke eene doodende werking op
genoemd weekdier uitoefent; na ongeveer 2 à 3
cM. in het spinthout te zijn doorgedrongen, sterft
de worm. In den beginne zag men dus de ingeheide
palen uitwendig wel degelijk met wormgaten bedekt,
en was niet zoo vertrouwend ten opzichte van de
deugdelijkheid; nader onderzoek echter wees uit
dat steeds het binnen die zône gelegen hout vol-
komen gaaf blijft. Uit dien hoofde ging men er
spoedig toe over, eiken deuren door zulke van

*) De gegevens voor dit artikel ontleenen wij aan de
Houthandel voorheen G. Alberts Lzn. & Co., Middelburg,
die ons ook welwillend de cliché's ten gebruike afstond.



Doorsnede van een schoorpaal van een ducdalf in de buitenhaven te Vlissingen, geplaatst in 1886, getrokken in 1896. Dit gedeelte bevond zich op 0.30 M. onder Laagwater.

greenheart te vervangen, teneinde de dure benageling te ontgaan.

Er zijn twee Surinaamsche houtsoorten, die uit een oogpunt van bestandheid tegen paalworm, geacht worden naast *Demarara Greenheart* in aanmerking te komen: *Surinaamsch Groenhart* (*Bignonia leucoxydon*) en *Manbarklak* (*Lecythis Ollaria*). De praktijk heeft geleerd, dat het Groenhart niet in alle opzichten voldoet, doordat er onder de palen vele minderwaardige doorgaan, wat te wijten is aan een minder goed georganiseerde exploitatie, terwijl het Manbarklak de onaangename eigenschap heeft van een vruchtbaren bodem te vormen voor zwammen, zoodat vaak een balk inwendig geheel is verrot, terwijl daarvan aan den buitenkant niets is te zien. Wij zullen, ter voorkoming van misverstand, den naam Greenheart blijven gebruiken voor *Demarara-Greenheart* (*Nectandra Rodiceï*), in tegenstelling met het Groenhart, dat daarvan gemakkelijk is te onderkennen, doordat zaagsel hiervan zich met kaliloog rood kleurt.

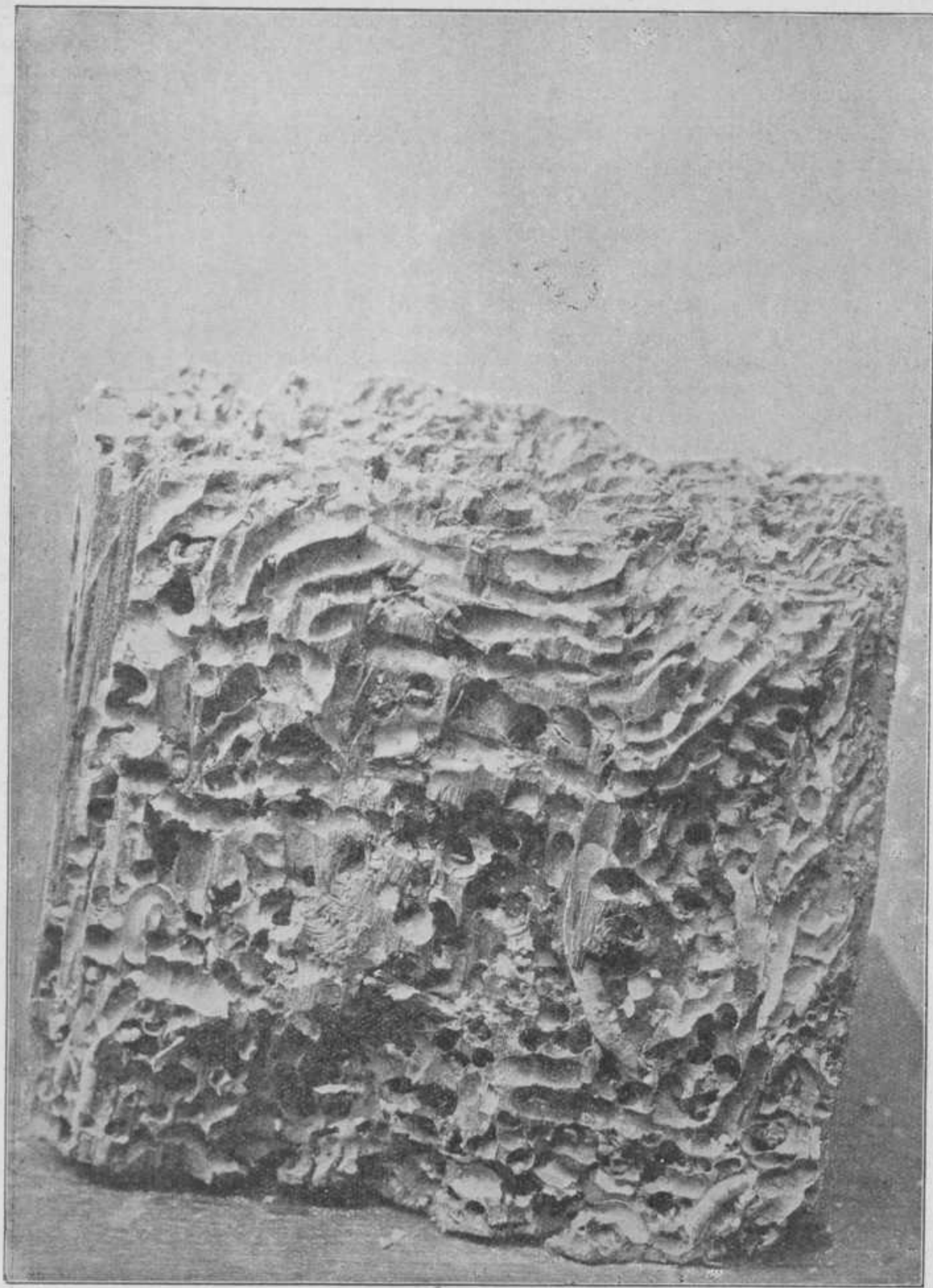
Demarara Greenheart is het hout van den

Nectandrum Rodiceï (Schomburg), behoorende tot de natuurlijke orde der Laurineæ.

Volgens een mededeeling in Bulletin No. 78 (Juni 1893) van de Engelsche Rijks Plantentuin „Royal Gardens” te Kew, groeit de boom (Bibiru of Greenheartboom) waarschijnlijk alleen in Britsch Guyana en wordt daar overvloedig aangetroffen op rotsigen, weinig verheven, bodem, in bosschen die van 20 tot 100 Eng. mijlen uit de kust binnenwaarts reiken. De boom groeit dikwijls op tot een hoogte van 60 à 80 Eng. voet (18 tot 24 meter); de stam gaat recht op en de takken beginnen eerst aan den top.

De kleur van het hout loopt van groenachtig geel tot bruinachtig geel en ook groenachtig bruin. In het hart is de kleur meestal het donkerst, het spint is veel lichter. Het soortelijk gewicht ligt tusschen 1,079 en 1,193.

Evenwel wordt het Greenheart niet alleen om zijn bestandheid tegen paalworm gebruikt; zijn groote soliditeit en weerstandsvermogen, de in den regel voortreffelijke bekapping, die de balken



Stuk Surinaamsch Geelhart, in 1894 geplaatst aan een steiger te Zijpe (Zeeland) en in 1897 weggenomen.

hebben, d.i. weinig verschil in dikte tusschen dikke en dunne eind, de zeldzaamheid van kwasten enz., doen het een eerste plaats innemen overal waar niet de eenige vraag is, geringe kosten van eerste aanschaffing, doch waar naar groote sterkte en duurzaamheid wordt gestreefd.

Toen men vroeger de gekreosoteerde dennen deuren door eiken ging vervangen, nam men rustig dezelfde houtafmetingen, immers eikenhout is sterker, de deur dus zeker zwaar genoeg, terwijl men voor het oog ook de dikte der balken niet geringer

wilde maken. Tegenwoordig, nu men een juister inzicht in de sterkteberekening heeft gekregen, gaat men zich afvragen, of men bij toepassing van greenheart inplaats van een berekende eiken deur wellicht ook de afmetingen wat kan knijpen, terwijl dit hout vanzelf moet worden genomen daar, waar eikenhout in zulke groote maten niet meer leverbaar is.

Als eerste vraag dan doet zich voor, welke spanningen men met gerustheid zal mogen toelaten.

Uit verschillende proeven, o. a. door den Ingenieur William Brodie, is gebleken, dat men als gemiddelde breukspanning in den uitersten vezel bij buiging mag rekenen 1335 KG./cM².

Bij samendrukking vond Thomas Laslett (Timber and Timbertrees) als breukspanning 1003 KG./cM².

Uit zelf op proefstukken gedane waarnemingen viel af te leiden, dat men de waarde der breukspanning loodrecht op de vezel mag vaststellen op 444 KG./cM².

Daar de breukcijfers van Greenheart nu gevonden zijn, is het noodzakelijk, teneinde een vergelijkingspunt met een andere houtsoort te verkrijgen, waarvan breukspanning en toe te laten spanning bekend zijn, enkele cijfers van het eikenhout te vermelden:

Breukspanning van Europeesch eikenhout van verschillende herkomst.

| | Buiging KG./cM ² . | Druk//vezel KG./cM ² . | Druk ⊥ vezel KG./cM ² . |
|--|----------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| Hütte: „Ingenieurs Taschenbuch” | 600 | 345 | — |
| Laslett: Resultaat van 50 proeven | 618 | 420 | — |
| C. Bach, verwijzend naar proeven van Prof. L. von Tetmayer | 600 | 343 | — |
| Prof. J. A. van der Kloes: als gemiddelde van 11 proeven | 613 | — | — |
| G. J. Stam, als gemiddeld cijfer van proeven van Mikolakesk, Chevandier en Wertheim, Nördlinger, Bauschinger, von Tetmayer en Frey | 640 | 360 | 72 ? |
| Gemiddeld | 614 | 360 | — |
| Demarara Greenheart | 1335 | 1003 | 444 |

Om uit deze breukbelastingen de toe te laten spanningen te vinden, geeft de bekende Prof. Tetmayer in zijn werk: „Die angewandte Elasticitäts- und Festigkeitslehre” voor hout de volgende cijfers:

Zekerheidscoëfficiënten voor hout.

| AARD DER BELASTING. | Druk. | Trek. |
|--|-------|-------|
| Bij rustende belasting of voorloopige konstrukties | 4 | 6 |
| Bij bewegende stootvrije belasting | 5 | 7 |
| Bij bewegende belasting met weinig schokken | 6 | 8 |
| Bij bewegende belasting met veel schokken | 7 | 10 |

Uit deze tabel volgen oogenblikkelijk de:

Toe te laten spanningen voor Greenhearthout in KG./cM².

| AARD DER SPANNINGEN. | Rustende belasting of voorloopige konstrukties | Bewegende stootvrije belasting. | Bewegende belasting met weinig schokken. | Bewegende belasting met veel schokken. |
|--|--|---------------------------------|--|--|
| Trekspanning | 220 | 190 | 165 | 133 |
| Druk evenwijdig aan den vezel | 250 | 200 | 167 | 143 |
| Druk loodrecht op den vezel | 110 | 90 | 73 | 63 |
| Afschuiving als gevolg van buiging: | | | | |
| a) bij weinig overstekende liggers | 19 | 17 | 15 | 12 |
| b) bij ver overstekende liggers | 37 | 32 | 27 | 23 |

Bij sluisdeuren wordt blijkens de toe te laten drukspanning in eikenhout van 80 KG./cM², verondersteld een geval aanwezig te zijn tusschen rustende en bewegende stootvrije belasting. Deze toe te laten spanning, zooals door de practijk voldoende is gebleken, sluit in zich schokken als gevolg van golfslag, de gewone gevallen van aanvaring door binnenkomende schepen enz., waaraan sluisdeuren in den regel zijn blootgesteld. Indien wij dus voor Greenheart de toe te laten spanningen nemen in dezelfde verhouding ten opzichte der breukspanningen, zoo zijn hierbij alle factoren in rekening gebracht.

Men kan hieraan nog toevoegen, dat de Greenheartdeuren veel minder onderhevig zijn aan allerlei aantasting, zoodat op den duur dus een grootere zekerheid ontstaat.

Wij meenen bij Greenhearthout dus aan te mogen houden:

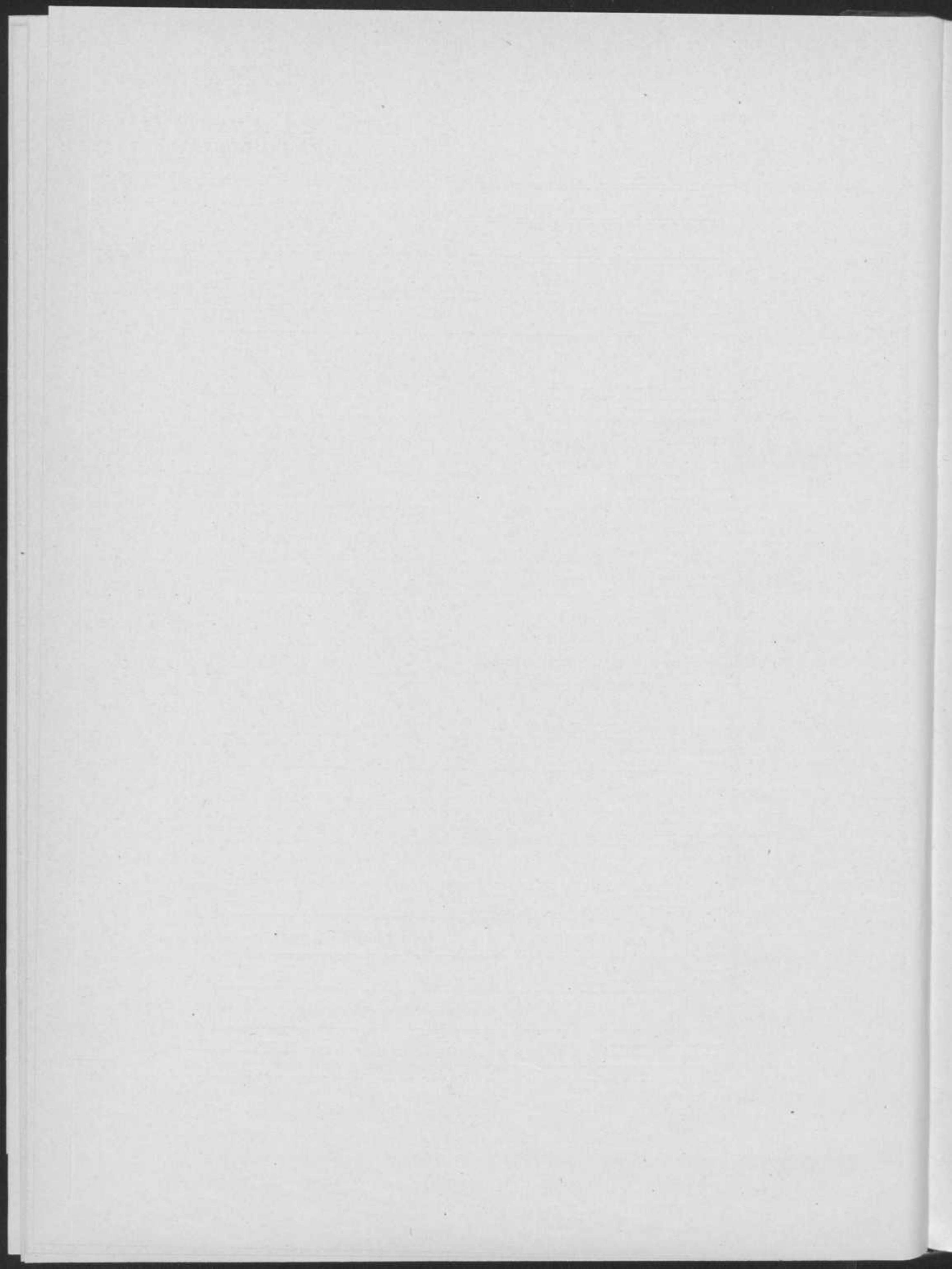
Toe te laten spanning:

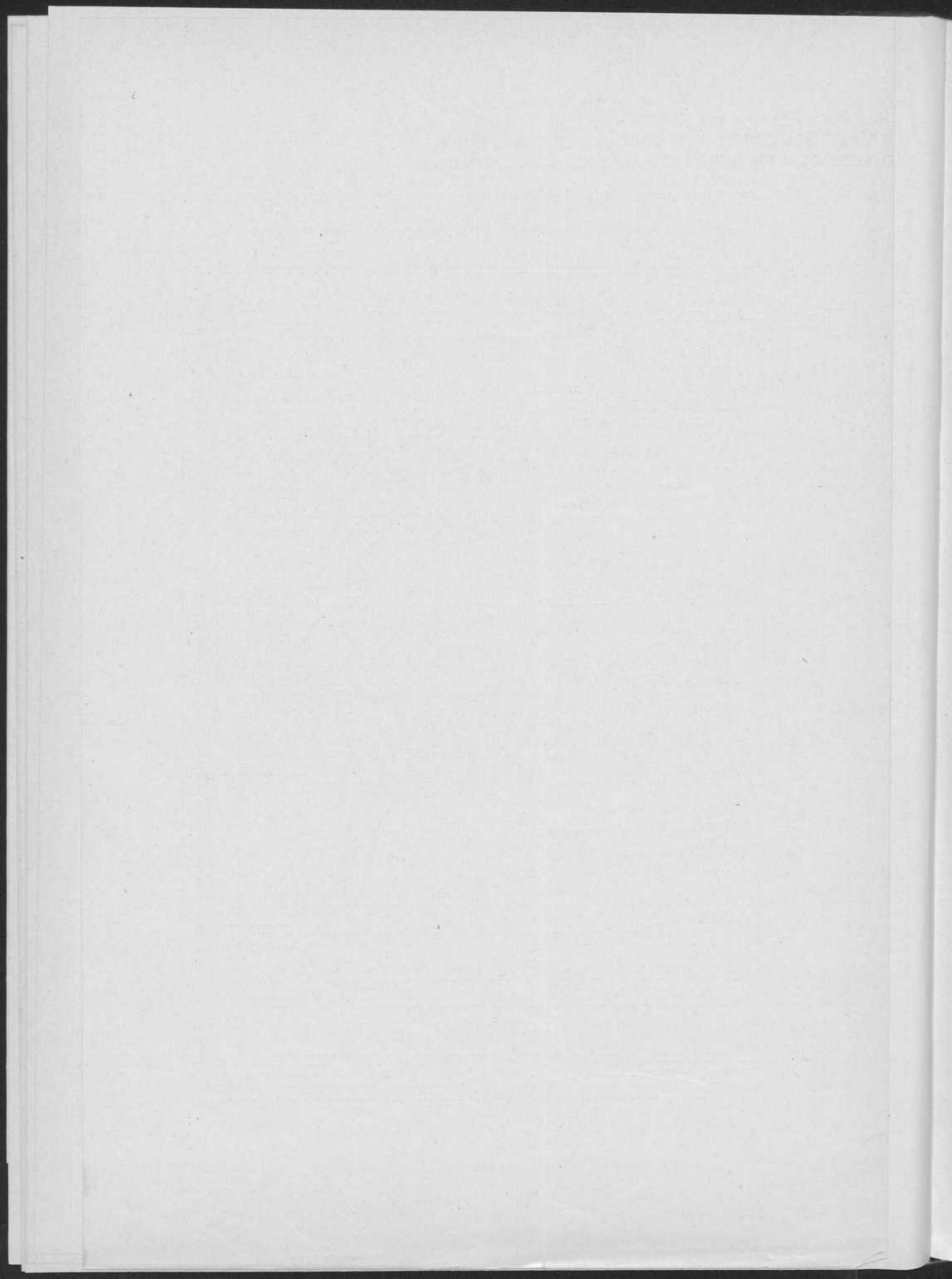
| | |
|---|---------------------------|
| voor druk // vezel | 225 KG./cM ² . |
| voor trekbuigspanning | 205 „ |
| voor afschuiving als gevolg van buiging | 18 „ |

Bij dergelijke toe te laten spanningen moet eene sluisdeur op druk berekend worden; de toe te laten spanning tegen trek wordt dan niet bereikt.

In hoeverre berekening op afschuiving noodig is, hangt af van de verhouding tusschen lengte en hoogte der regels; in het grensgeval verhouden zich deze als de toe te laten trekspanning tot de toe te laten schuifspanning, dus in ons geval als 205 : 18 of ± 11 .

Gaan wij met deze gegevens te rade, zoo wordt





het ons mogelijk de afmetingen der regels eener sluisdeur te bepalen:

$$\sigma_{\text{druk}} = \frac{M}{W} + \frac{Q}{F} \quad \sigma_{\text{trek}} = \frac{M}{W} - \frac{Q}{F}.$$

Het de buiging veroorzakende moment is het gevolg van den waterdruk; noemen wij dezen op iedere regel A , zoo wordt ($W = \frac{1}{6} b h^2$) de spanning, door het buigend moment veroorzaakt:

$$\sigma = \frac{3 A l}{4 b h^2},$$

waarin l de lengte tusschen de steunpunten in cM. voorstelt.

De drukspanning Q , als gevolg van het steunen der deuren tegen elkander, wordt, wanneer wij den voorsprongshoek α noemen:

$$Q = \frac{\frac{1}{2} A \cotg \alpha}{F}.$$

Nemen wij voor α de gemiddelde waarde $\cotg \alpha = 3$, zoo komt er:

$$\sigma = \frac{3 A}{2 b h}.$$

Wij krijgen nu als optredende spanningen in de regels:

$$\sigma_{\text{druk}} = \frac{3 A l}{4 b h^2} + \frac{3 A}{2 b h} \quad \sigma_{\text{trek}} = \frac{3 A l}{4 b h^2} - \frac{3 A}{2 b h}.$$

Wij willen nu eens nagaan, welke hoeveelheid hout men aan een sluisdeur kan besparen, door deze inplaats van uit eikenhout, uit Greenheart samen te stellen, en de afmetingen zoodanig te kiezen als uit eene sterkteberekening volgt. Daartoe is de in eiken uitgevoerde deur van de Koninginnesluis te Vreeswijk omgerekend.

De hoogte dezer deuren bedroeg 9,52 M. van onderkant onderregel tot bovenkant bovenregel; de breedte der deuren was 6,934 M.

Voor afmetingen der regels in eikenhout werden ter keering van den waterdruk noodig geoordeeld tusschenregels van 43×48 cM., terwijl de afstand der regels onder water 91 cM. bedroeg.

Regels van dezelfde sterkte in Greenheart hout zijn dus te vinden uit de volgende vergelijking:

$$\sigma_{\text{druk Eiken}} : \sigma_{\text{druk Greenh.}} = \frac{3 A (l + 2 h)}{4 b h^2} : \frac{3 A (l_1 + 2 h_1)}{4 b_1 h_1^2}$$

waarin l , b en h de afmetingen in eikenhout, l_1 , b_1 , h_1 die in Greenheart voorstellen.

Voor eiken waren de maten $l = 590$ cM., $b = 43$ cM., $h = 48$ cM.

De lengte der regels in Greenheart zal weinig verschillen van die in eikenhout. Zij wordt iets langer, daar de voor- en achterharren in Greenheart in evenredigheid met de te vinden afmetingen der regels worden verkleind; laten wij deze lengte op 600 cM. stellen.

Ook in de breedte der regels van Greenheart is de keuze nog vrij, daar hiermede de hoogte h_1 grooter of kleiner uit de formule zal worden gevonden; laten wij deze breedte voor Greenheart aanhouden op 33 cM.

Wij krijgen dan de volgende vergelijking op te lossen:

$$\frac{\sigma_{\text{druk Eiken}}}{\sigma_{\text{druk Greenheart}}} = \frac{(590 + 96) \times 33 \times h_1^2}{(600 + 2 h_1) \times 43 \times 48 \times 48}$$

waarin dus $\sigma_{\text{druk Eiken}} = 80$ KG./cM.² wordt, en bij een zelfde zekerheid $\sigma_{\text{druk Greenheart}} = 225$ KG./cM.²

Deze formule opgelost geeft als resultaat: $h_1 = 32,08$ cM. De regels worden dus 32×33 cM.

De beplanking is aangehouden op 6 cM. dikte, waardoor de onder- en bovenregel 38 cM. zwaar worden, evenals de voor- en achterhar. Als afmetingen worden, om behoorlijke penverbindingen te kunnen maken, voor de achterhar 38×50 , voor de voorhar 38×45 gekozen.

Teneinde na te gaan, in hoeverre de trekbuigspanning hierbij beneden de toe te laten spanning blijft, werd ook deze nagerekend. Men kan deze vinden doordat:

$$\frac{\sigma_{\text{druk}}}{\sigma_{\text{trek}}} = \frac{l + 2 h_1}{l - 2 h_1}, \text{ of in dit geval}$$

$$\frac{225}{x} = \frac{600 + 64}{600 - 64} \quad x = 181 \text{ KG./cM.}^2,$$

hetgeen dus een ruim 7-voudige zekerheid tegen trek beteekent. De verhouding tusschen hoogte en lengte van den regel bedraagt 1 : 19, zoodat voor den regel afschuiving niet berekend behoeft te worden, immers de grens is daar, waar deze verhouding is als toe te laten schuifspanning: toe te laten trekspanning, of $18 : 205 = 1 : 11,4$.

Afgezien van andere voordeelen, is vermindering der afmetingen van het sluisdeurhout van groote beteekenis, daar dit het gebruik van balken van gemiddelde afmetingen mogelijk maakt.

Evenwel heeft die vermindering van afmetingen hare grenzen. Bij deuren van kleine afmetingen doet zich een praktisch bezwaar voor: de regels zouden hier bij gelijken afstand zóó klein worden, dat zij voor bevestigen, spijkeren enz. geen voldoende afmetingen meer bezitten; men kan hieraan tegemoet komen, door den regelafstand te vergrooten. Verder levert, voorzoover wij kunnen nagaan, eventueele toepassing bij een nieuw te bouwen sluis geen moeilijkheden op. Voor bestaande sluizen echter is men vaak aan bestaand metselwerk en daardoor aan bepaalde afmetingen van harren en onderregel gehouden. Hoe belangrijk dit bezwaar ook zij, gelooven wij toch, dat er in de meeste gevallen wel een praktische oplossing is te vinden: men kan de regels verder uit elkaar brengen en aldus de hoogteafmeting behouden. Ook kunnen breede en dikke aanslaglijsten worden aangebracht en zodoende de deuren ook bij kleinere houtafmetingen in het metselwerk passend worden gemaakt.

Om nu aan te toonen, in hoeverre uit onze berekening volgt dat Greenheartdeuren een voordeel in prijs en gewicht, vergeleken bij deuren van gelijke sterkte in eiken opleveren, geven wij hieronder den houtstaat der beide gelijken weerstand biedende deuren:

Voor eiken sluisdeuren eischt men een kwaliteit eikenhout, waarvan het specifiek gewicht vrij hoog is. Daar het gewicht van deze houtsoort (winddroog) schommelt tusschen 800 en 1060 KG./M.³ mag men wel als een gemiddelde waarde 900 KG./M.³ aannemen; bij Greenhearthout varieert dit tusschen 1093 en 1173, gemiddeld 1125 KG./M.³.

Op dezen basis wordt het gew. der beschreven deur in eikenhout $24,668 \times 900 \text{ KG.} = 22200 \text{ KG.}$
in Greenheart $14,613 \times 1125 \text{ KG.} = 16440 \text{ KG.}$

hetgeen een verhouding geeft van $\frac{16440}{22200} = 0,74$.

Een greenheartdeur van gelijke sterkte als een eiken wordt dus 25 % lichter.

Deze verhouding wordt eenigszins anders voor de deur in de sluis door de opdrijvende kracht van het water; doordat eikenhout veel water opslorpt en Greenhearthout niet, verschillen de S.G. veel minder, wat een gedeelte van de drijfkracht te niet doet, en komt men tot eene verhouding van 15 à 20 %.

Het belangrijkste voordeel echter is de groote duurzaamheid, vergeleken bij eiken en ijzeren deuren. Daar het materiaal hier te lande nog niet lang genoeg is bekend, moeten wij wel op buitenlandsche ervaringen afgaan; zoo verklaart de

| BENAMING DER STUKKEN. | IN GREENHEARTHOUT | | IN EIKENHOUT | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|
| | afmetingen | M. ³ | afmetingen | M. ³ |
| 1 achterhar | 9.65 38 × 50 | 1.833 | 9.65 54 × 60 | 3.127 |
| 1 voorhar | 10.05 38 × 45 | 1.719 | 10.05 50 × 54 | 2.713 |
| 1 onderregel | 6.56 38 × 33 | 0.823 | 6.46 43 × 54 | 1.500 |
| 1 bovenregel | 6.56 38 × 33 | 0.823 | 6.46 43 × 54 | 1.500 |
| 9 tusschenregels | 6.56 32 × 33 | 6.235 | 6.46 43 × 48 | 12.000 |
| 1 schrankshoor | 10.60 20 × 30 | 0.636 | 10.40 30 × 40 | 1.248 |
| 14 stijlen | 0.72 25 × 20 | 0.504 | 0.60 25 × 30 | 0.630 |
| 1 beplanking | 34.— M. ² × 0.06 | 2.040 | 32.50 M. ² × 0.06 | 1.950 |
| | | 14.613 | | 24.668 |

Een verhouding dus in kubieken inhoud als 3:5 die de verhouding van den prijs der beide houtsoorten verre overtreft. Hierbij moet in aanmerking worden genomen, dat de prijs voor het bewerken 7 à 10 % hooger is dan voor eikenhout; dit meegerekend, zal nog het gebruik van Greenhearthout voordeliger uitkomen.

ingenieur Lyster, dat de deuren van het Canada-Dock te Liverpool bij vernieuwing na 52 jaar nog even gaaf bleken te zijn als bij den bouw. De heer Hunter, hoofdingenieur van het scheepvaartkanaal te Manchester, sprak op het scheepvaartkongres te Dusseldorf in 1902:

„Het schijnt praktisch onmogelijk om een grens

te trekken aan de duurzaamheid van goed gekonstrueerde sluisdeuren van Greenhearthout. Het eenige element dat deze duurzaamheid begrenst, is feitelijk het ijzer, dat in den vorm van bouten als anderszins voor de verbinding der houtkonstruktie moet worden gebezigd; doch men ondervindt in de praktijk geen ernstige moeilijkheden om houten deuren uit te nemen en het ijzerwerk door nieuw te vervangen tegen den tijd, dat het zijn leeftijds-grens heeft bereikt."

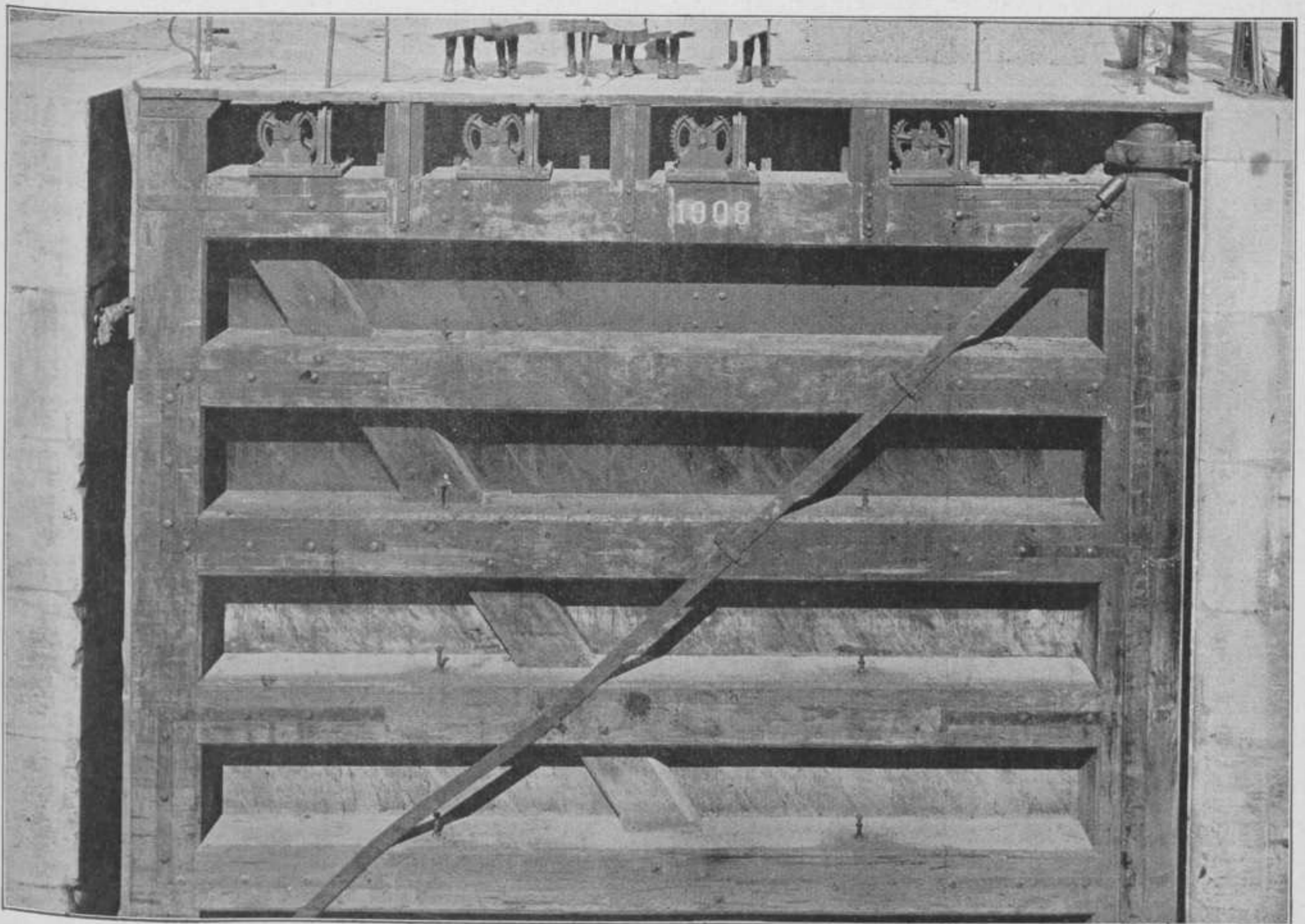
Het is bekend, dat ijzeren bouten in eikenhout door afscheiding van organische zuren gaan roesten en het hout aantasten; is eenmaal hierdoor de verbinding losgewerkt, dan kan men geen nieuwe bouten in de oude gaten aanbrengen, daar het hout daar totaal is vergaan. Bij Greenhearthout dat niet onderhevig is aan aantasting door micro-organismen, doet zich dit bezwaar niet voor, zoodat men den dubbelen leeftijdsduur kan bereiken. Wij wijzen er op, dat Engelsche ingenieurs aan

houten deuren verre de voorkeur geven boven ijzeren; zoo zijn de panden in het Manchester kanaal gescheiden door 50 stel Greenheartdeuren. Men kan dit materiaal ook bij veel grootere doorvaartwijdten gebruiken dan eikenhout, waardoor een van de voornaamste voordeelen ook der ijzerkonstruktie vervalst.

De onderhoudskosten zijn gering, hiervoor geeft Hunter op £ 3.—/— per stel deuren per jaar.

Uit het bovenstaande blijkt, dat men bij oordeelkundige samenstelling en kennis der bouwstof, een nieuw te bouwen sluisdeur goedkoper van Greenhearthout dan van eikenhout opbouwt, terwijl dan de houdbaarheid zeer is vergroot. Het behoeft ons dan ook niet te verwonderen, dat dit hier te lande voor het eerst in 1894 tot dit doel gebruikte materiaal steeds meer verbreiding vindt, ook buiten de regioenen van den paalworm.

J. J. I. S.



Demarara Greenhearthouten sluisdeuren uitgevoerd in 1908.

Kapillariteit of oppervlakte-werking.

De naam *kapillariteit* slaat op het meest, en ook de lezers welbekende, verschijnsel van *oppervlakte-werking*, nl. het opstijgen van vloeistoffen in zeer nauwe buizen, haar buizen of kapillaire buizen genaamd. Dit verschijnsel was reeds in 1490 door het alzijdig genie Leonardo da Vinci opgemerkt, terwijl het neerdrücken van andere vloeistoffen door haarbuizen in 1666 door Isaac Vossius, en wel bij kwik, werd waargenomen. Aan dit verschijnsel dankt nu deze wetenschap haar naam. Juister zou het zijn in het algemeen van *oppervlakte-werking* te spreken, waarbij dan inbegrepen moet worden de *adsorptie*.

Borelli & Jurin (1650—1860) onderzochten onafhankelijk van elkaar deze verschijnselen wat nauwkeuriger. Zoo vond de eerste dat water in vochtige haarbuizen sneller en tot grooter hoogte steeg dan in droge. Beide vonden de wet, dat de opstijghoogten omgekeerd evenredig waren met de buisdiameters, welke wet meest de naam van Jurin draagt.

Later werd deze wet door Gay-Lussac getoetst (1799).

Segner gaf in 1751 de cohaesie op als oorzaak van het verschijnsel. Young schrijft in 1805 de kapillaire-werking reeds toe aan een spanning in de grenslaag, en moet daarom als grondlegger van de moderne theorie beschouwd worden. Dit waren zoo ongeveer de schapen, die 't eerst over de dam kwamen, en waarop er, getrouw aan het spreekwoord, meer volgden. Met recht kan men zeggen dat haast geen onderdeel van de natuurkunde zoo vaak en van zooveel zijden gezien, is behandeld, als de *kapillaire-verschijnselen*. Oorspronkelijk zag de theorie er eenvoudig genoeg uit. Maar hoe dieper men er in doordrong, des te ingewikkelder werd zij, en een werkelijk bevredigend inzicht in de diepste grond der verschijnselen heeft men ook nu nog niet.

In 1806 ontwikkelde Laplace¹⁾ zijn theorie der kapillaire-verschijnselen uitgaande van de veronderstelling, dat tusschen de deeltjes van een stof onderling, en van meerdere stoffen ten opzichte van elkaar, krachten werken, die echter reeds op zeer geringe afstand de waarde 0 verkrijgen. Hij bouwde

hierbij voort op de theorie van Clairault, die bij zijn poging om de proeven van Jurin te verklaren een aantrekking tusschen de wand en de vloeistof zoowel als tusschen de vloeistofdeeltjes onderling aannam; proeven van Hawksbee, die bewezen dat dikwandige haarbuizen even hoog opzogen als dunwandige, maakten de aanname van spoedig uitgedoofde krachten noodzakelijk.

Laplace ging nu uit van de aantrekking, die een bol vloeistof uitoefent op een vloeistofzuiltje in de richting van de straal gelegen en op de bol rustend, en met de eenheid van doorsnede.

Is $\Phi(r)$ $dm dm'$ de cohasiekracht tusschen 2 vloeistof-elementjes op afstand r , zoo is de kracht uitgeoefend door een bolelementje P op een zuilelementje dx , op afstand x van het middelpunt gelegen (X -as is de as van het zuiltje), wanneer σ de dichtheid is,

$$- \Phi(r) \cdot \sigma^2 \cdot dx \cdot \rho d\theta \rho \sin \theta d\varphi \cdot d\rho.$$

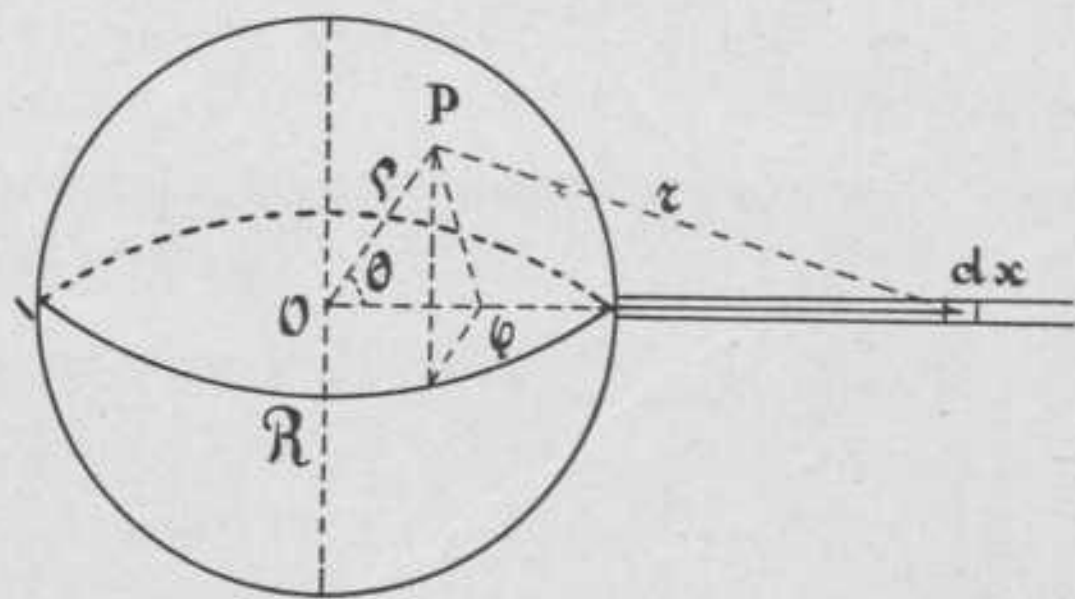


Fig. 1. *)

De ontbondene langs de x -as, waar we hier alleen mee te maken hebben, daar de andere elkaar opheffen, wordt dus voor de heele bol op de heele zuil met lengte x' .

$$Z = - \int_0^{x'} \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Phi(r) \cdot \sigma^2 \cdot \rho^2 \sin \theta d\varphi \cdot d\theta \cdot d\rho dx \cos(rx).$$

Integreeren we nu en voeren met Laplace voor $\int_r^\infty \Phi(r) dr$, $f(r)$ de negatieve potentiaal der cohaesie-

krachten in, en later $\psi(r) = \int_r^\infty f(r) r dr$, zoo

hebben, als $\Phi(r)$ met toenemende r , *toereikend* snel naar 0 convergeert, ook $f(r)$ en $\Phi(r)$ die eigenschap.

Nu wordt

$$z = \frac{2\sigma\pi^2}{R} \int_0^R \psi(R-\rho) \rho d\rho - \frac{2\pi\sigma^2}{x'} \int_0^R \psi(x'-\rho) \rho d\rho.$$

*) φ is de hoek in de driehoek met P als top.

1) *Traité de mécanique céleste*.

De 2^e integraal verdwijnt nu tengevolge van de bovengenoemde eigenschap van ψ , zoodra $x' - R$ een eindige waarde krijgt, dus zet men $R - \rho = r$.

$$Z = \frac{2\pi\sigma^2}{R} \int_0^R \psi(r) (R-r) dr,$$

$$\underline{Z = K - H/R} \quad \text{als} \quad K = 2\pi\sigma^2 \int_0^R \psi(r) dr.$$

$$H = 2\pi\sigma^2 \int_0^R \psi(r) r dr.$$

Voor een plat vlak wordt $R = \infty$ dus

$$Z = K.$$

Voor een cilindertje onder een plat vloeistofoppervlak wordt ook

$$Z = K,$$

want een cilindertje midden in de vloeistof is natuurlijk in evenwicht. Voor een cilindertje binnen een bol vloeistofoppervlak is nu makkelijk af te leiden (zie tekening)

$$Z = K + H/R.$$

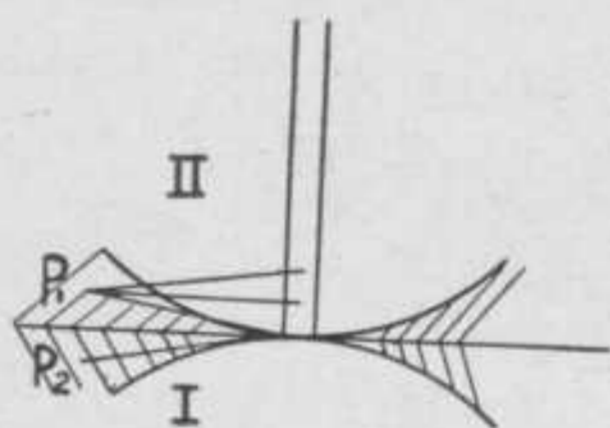


Fig. 2.

Men ziet licht in (bij beschouwing van de aantrekking door P_1 en P_2 op het zuiltje uitgeoefend) dat voor bol I, $Z = K - \frac{H}{R}$ zijnde daar de aantrekking door een plat oppervlak K , is, die van het gearceerde stuk I, $= \frac{H}{R}$ is en dito van het gearceerde stuk II, $= \frac{H}{R}$.

Uit bovenstaande formules volgt dat H/K zeer klein is, nl. van de grootte van een werkingsfeer r .

Voor een willekeurige kromming van de meniskus verdeelt Laplace deze door vlakken in sectoren en telt hun werking op. Een sector met hoek $d\varphi$ geeft voor de druk $H \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{1}{R}$, waarin R de kromtestraal van de begrenzende normaal is. Voor deze R geldt als R_1 en R_2 de hoofdkromtestralen zijn

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \varphi}{R_1} + \frac{\sin^2 \varphi}{R_2}$$

en wordt dus de totaal aantrekking der meniskus

$$\begin{aligned} &= \frac{H}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cos^2 \varphi}{R_1} + \frac{\sin^2 \varphi}{R_2} \right) d\varphi \\ &= \frac{H}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \end{aligned}$$

De oppervlakte-druk wordt dan:

$$\underline{Z = K \pm \frac{H}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad \dots \quad \text{I.}$$

Laplace berekende zijn theorie alleen voor een vloeistof aan de ledige ruimte grenzende. Nu is K onafhankelijk van het aangrenzende medium. Niet alzo H en tusschen de waarden H_{12} , H_{13} en H_{32} voor de grenzen van 3 vloeistoffen behoeft niet noodzakelijk en wettelijke betrekking te bestaan. Wel bestaat zoo'n verband als men die functie Φ onafhankelijk van de chemische aard der stoffen dus alleen afhankelijk van de dichtheid neemt, dan wordt:

$$\begin{aligned} H_{12} : H_{23} : H_{13} &= (\sigma_1 - \sigma_2)^2 : (\sigma_2 - \sigma_3)^2 : (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \\ \sqrt{H_{13}} &= \sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_{23}} \quad \dots \quad \text{a.} \end{aligned}$$

Is 3 lucht, dan is

$$\begin{aligned} \sqrt{H_1} &= \sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_2} \\ H_{12} &= H_1 - H_2 - 2\sqrt{H_2} \sqrt{H_{12}} < H_1 - H_2. \end{aligned}$$

Nu wordt de laatste betrekking, die zegt dat van 2 vloeistoffen steeds de eene zich op de andere uitbreiden moet, door het experiment bevestigd. Doch a is volkomen daarmee in strijd.

Dus de Φ -functie is voor verschillende vloeistoffen niet dezelfde.

Een bezwaar van de theorie van Laplace was dus, dat hij geen randhoeken-theorie gaf.

Hierin voorzag nu Gauss.

Gauss leidde de uitdrukking af voor de potentieele energie der cohaesiekrachten, die bij constant volume nog een veranderlijke term heeft, die evenredig is aan de oppervlakte grootte.

Door toepassing van het principe van d'Alembert (beginsel van virtueele verplaatsingen) leidde hij nu formules af overeenkomende met die van Laplace en lostte bovendien het randhoeken-vraagstuk op. Gauss ontwikkelde hiervoor zijn theorie over de variatie van dubbelintegralen met veranderlijke grenzen, waardoor het vraagstuk tevens een mathematische verhandeling werd. In eenvoudiger vorm geeft Pockels de theorie in het

handboek van Winckelmann I en Minkowski in de Encyclopaedie der Mathematischen wissenschappen. Bd. V 1, 562—564.

Randhoeken.

Nemen wij, bij de vorming van de variatie van de oppervlakte energie, de verandering, tengevolge van een oneindig kleine verandering der *rand* van de vloeistof, in aanmerking, zoo volgen daaruit de randvoorwaarde. Nemen we, als 3^o medium aan de rand, voorloopig een vaste wand aan en noemen $\alpha_{1,2}$, $\alpha_{1,3}$ en $\alpha_{2,3}$ de drie oppervlakte spanningen, zoo moeten we bedenken dat $\alpha_{1,3}$ en $\alpha_{2,3}$ ook negatief kunnen zijn, terwijl $\alpha_{1,2}$ steeds positief is. Ieder elementje ds van de rand 3 kan nu langs de vastwand in 2 tegengestelden, loodrecht op ds staande richtingen verschoven. De verschuiving δl in de richting van het grensvlak $O_{1,3}$ is dus willekeurig te kiezen en er zal evenwicht zijn, als de door de willekeurige verschuiving δl veroorzaakte variatie van de totale vrije energie nul wordt.

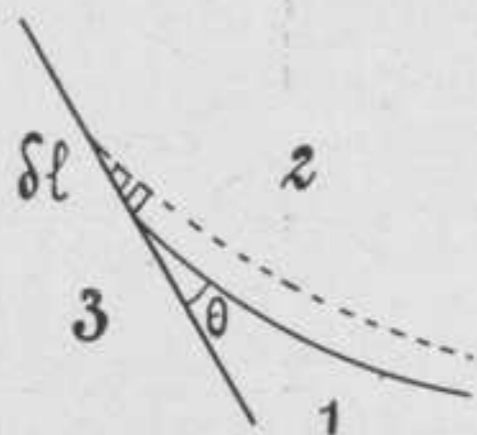


Fig. 3.

De variatie van de potentieele energie der zwaartekracht is hierbij zeer klein ten opzichte van die der oppervlakte energie, daar het volumen toegevoegd aan 1 door de verplaatsing δl , n.l. de gearceerde driehoek, oneindig klein van de 2^o orde is. Als nu de hoek tusschen $O_{1,2}$ en $O_{1,3}$, θ is, d.i. de randhoek van $O_{1,2}$ met het vaste lichaam, zoo zijn de variaties van de vlakken $O_{1,2}$, $O_{1,3}$ en $O_{2,3}$ respectievelijk $\int \delta l \cos \theta ds$, $\int \delta l ds$, en $-\int \delta l ds$ en dus luidt de evenwichts-voorwaarden

$$\int (\alpha_{1,2} \cos \theta + \alpha_{1,3} - \alpha_{2,3}) \delta l ds = 0,$$

waaruit dus volgt $\cos \theta = \frac{\alpha_{2,3} - \alpha_{1,3}}{\alpha_{1,2}}$ II

d.w.z. de randhoek is voor het grensvlak van 2 bepaalde vloeistoffen en een bepaalde vaste stof constant.

Al naarmate $\alpha_{2,3} > \alpha_{1,3}$ of $\alpha_{2,3} < \alpha_{1,3}$ kan de randhoek spits of stomp zijn.

Is $\alpha_{2,3} - \alpha_{1,3} = \alpha_{1,2}$ of $\alpha_{1,3} - \alpha_{2,3} = \alpha_{1,2}$, zoo is $\theta = 0$ of $\theta = \pi$.

Als echter $\alpha_{2,3} - \alpha_{1,3} > \alpha_{1,2}$ dus $\cos \theta > 1$ of θ imaginair is, zoo is een evenwichtstoestand, waarbij $O_{1,2}$ het vaste lichaam treft *niet* mogelijk, doch de vloeistof met kleinste α vloeit als een dunne laag over het gansche oppervlak van het vaste lichaam en bevochtigt het. Is bijv. $\alpha_{2,3} > \alpha_{1,3} + \alpha_{1,2}$ zoo geldt dit voor vloeistof 1 en voor de randvoorwaarden is het dus of 3 door 1 vervangen is. Dus is in de vergelijking $\alpha_{2,3}$ door $\alpha_{1,2}$ en $\alpha_{1,3}$ door 0 te vervangen, waaruit volgt

$$\cos \theta = 1 \quad \text{en} \quad \theta = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{Dus} \quad \alpha_{2,3} &\geq \alpha_{1,3} + \alpha_{1,2} & \theta &= 0 \\ \alpha_{1,3} &\geq \alpha_{2,3} + \alpha_{1,2} & \theta &= \pi \end{aligned}$$

Is medium 2 de damp van 1 dus $O_{1,2}$ het vrije oppervlak, zoo noemt men

$$\theta = \text{bg} \cos \frac{\alpha_{2,3} - \alpha_{1,3}}{\alpha_{1,2}}$$

de randhoek van de vloeistof ten opzichte van het vaste lichaam. Is het 3^o medium zelf een vloeistof, zoo zijn verplaatsingen van het element ds in *alle* richtingen mogelijk.

Zijn $t_{1,2}$, $t_{2,3}$, $t_{3,1}$ de richtingen van de tangenten loodrecht op de rand aan de oppervlakken $O_{1,2}$, $O_{2,3}$ en $O_{3,1}$ getrokken, zoo zijn de aangroeiingen tengevolge van een verplaatsing δl in willekeurige richting loodrecht op ds

$$\delta O_{h,k} = -\cos (l.t_{h,k}) \delta l ds$$

dus wordt de voorwaarden voor het minimum der vrije oppervlakte energie dus voor evenwicht

$$\alpha_{1,2} \cos (l.t_{1,2}) + \alpha_{2,3} \cos (l.t_{2,3}) + \alpha_{1,3} \cos (l.t_{3,1}) = 0.$$

Wat dus zegt dat de 3 volgens $t_{1,2}$, $t_{2,3}$ en $t_{3,1}$ gerichte oppervlakte spanningen evenwicht moeten maken, hetgeen van zelf spreekt. De 3 spanningen kunnen dus een driehoek vormen en de hoeken, die de grensvlakken insluiten, zijn

$$\begin{aligned} \sin \omega_1 : \sin \omega_2 : \sin \omega_3 &= \alpha_{2,3} : \alpha_{3,1} : \alpha_{1,2} \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 2\pi. \end{aligned}$$

Is nu $\alpha_{1,3} > \alpha_{2,3} + \alpha_{1,2}$, zoo gaat de genoemde voorwaarden *niet* op en vloeistof 2, spreidt zich tot een dunne laag tusschen 1 en 3 uit.

Een vloeistof 2 kan dus alleen als een druppel drijven als $\alpha_{1,2} > \alpha_1 - \alpha_2$

en dan is $\cos \omega_2 = \frac{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2 - \alpha_{1,2}^2)}{2\alpha_2\alpha_{1,2}}$
 α_1 en α_2 dus oppervlaktenspanning van 1 en 2 t/o van lucht.

De formules van Laplace en Gauss beschouwend, komen we tot het resultaat dat $\frac{H}{2} = \alpha$.

Weinstein vond echter in een kritiek op de beide theoriën dat de K 's van Laplace en Gauss **niet** gelijk waren en evenmin de H 's (zie Thermodynamik und Kinetik der Körper II).

G. Bakker toonde echter aan dat deze K 's wel onderling gelijk worden, en bovendien gelijk aan de K van Poisson (zie later), indien men als potentiaalfunctie de vorm

$$-f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r}$$

aanneemt zie (Zeitschrift f. Phys. Chem. 89 1—48 1914).

Poisson had het bezwaar tegen de theorie van Laplace, dat ze geen rekening hield met de verdichting van vloeistoffen aan de vaste wand en de verdunning bij het oppervlak dat aan de damp grensde en ontwikkelde, met vrij ingewikkelde mathematische berekeningen, een theorie, waarbij deze beperking vermeden was. Hij kwam weer tot dezelfde formules als Laplace en Gauss, doch kreeg wel *andere* betrekkingen tusschen K en H en de cohesiekrachten. (Nouvelle théorie de l'action capillaire).

Genoemde theoriën namen niet in aanmerking, dat de vloeistoffen opgebouwd zijn uit *bewegende* molekulen en lieten daarom ook de invloed der warmte, een gevolg van die beweging, buiten beschouwing. Nu leverde een kinetische kapillariteitstheorie groote bezwaren op¹⁾ en daarom greep men, om de theorie te ontwikkelen zonder de thermische invloeden te verwaarloozen, naar de *thermodynamika*.

De eerste die dit deed was Gibbs. Hij liet daarbij de dichtheid buiten beschouwing, doch nam aan dat ter weerszijde van het grensvlak (een discontinuïteitsvlak) tot op een zeer kleine afstand daarvan, de eigenschappen van vloeistof en damp veranderd waren. Een gevolg was dan, dat in deze grens-lagen de energie en entropie der massa-eenheid andere waarden bezaten als in de homogene media. Daaruit volgde dus dat de vrije energie van het systeem een term bevatte evenredig aan het grensvlak, waaruit dus de oppervlakte-spanning, enz. volgde. (Thermodynamische Studiën von J. W. Gibbs).

De tweede, die dit vraagstuk aangreep, was

Van der Waals.¹⁾ Deze ontwikkelde zijn theorie onder aanname van een *continue*-overgang van vloeistof in damp, wat ook logisch is, want bij een discontinuïteitsvlak zou de toestand niet stabiel zijn, door de *grootere* aantrekking van de dampmolekulen door de *vloeistof* als door de *damp*.

Een tweede eigenaardigheid die Van der Waals belangstelling had opgewekt, was de beteekenis van K .

Met de vergelijking van Laplace konden toch tal van vraagstukken over vloeistofevenwichten opgelost, doch de grootheid K viel altijd daarbij weg. De zoo beroemde theorie van Van der Waals over de continuïteit der vloeibare en gasvormige toestand is uit die nieuwsgierigheid voortgesproten.

De constante a uit zijn vergelijking

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT,$$

is gelijk aan $\frac{K}{\sigma^2}$. Die K is in het geheel geen geringe grootheid, dat meende trouwens Laplace ook al.

Uit de formule van Van der Waals volgt voor K , de *moleculaire druk*, voor water = **10700** atm., voor alcohol = **2400** atmosferen. K is ook nog te berekenen uit de verdampingswarmte.

Stefan vond daarvoor de formule²⁾

$$(K - p)v = \frac{1}{2}Q$$

p -spanning der verzadigde damp, v = vol. van 1 gr. vloeistof, Q verdampingswarmte uitgedrukt in mechanische eenheden.

Hij kwam tot de formule door de gevolgtrekking dat om een molecuul van uit de vloeistof aan de oppervlakte te brengen, waar er slechts de *halve* *attractiesfeer* op werkt, men *half* zooveel arbeid te verrichten heeft als om dit molecuul van uit de vloeistof in de damp te brengen, dus te verdampen.

Ook is K te berekenen uit de volume-contractie plaats vindend bij oplossen van electrolieten in water.

Verder voerde Van der Waals een uitdrukking voor de potentiaal der attractiekrachten n.l.

$$-\bar{f}(r) = f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r}$$

de cohasiekrachten worden dan

$$\frac{d\bar{f}(r)}{dr} = f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r^2} + \frac{1}{\lambda} f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r}$$

1) Van der Waals-Kohnstamm. Thermodynamik I S 207—287.

2) Ann. d. Phys. (3) 29. 655 (1886).

1) Ornstein stelde een *statistisch mechanische* kapillariteitstheorie op. Versl. Kon. Ak. 1909.

Voor zeer kleine waarden van r waarvoor $e^{-\frac{r}{\lambda}} = 1$ wordt, houdt de eerste term de overhand en is de kracht omgekeerd evenredig het kwadraat van de afstand, bij groote waarden voor r neemt hij zeer gauw af.

Neemt men voor λ een grootheid van de dimensie's van een molecuul, zoo moeten $\bar{f}(r)$ en ψr voor alle meetbare waarden van r verdwijnen.

Van der Waals gaat nu de potentiaal na van de massa-eenheid in het punt A tengevolge van een horizontale laag, die wij ons oneindig uitgebreid denken of tenminste grooter dan de werkingssfeer.

Een ring met straal R om het punt waar de loodlijn u uit A het vlak snijdt, levert voor de potentiaal de waarde

$$P = -2\pi R dR \sigma_u \bar{f}(r) du,$$

$\bar{f}(r)$ dus de potentiaal der attractie-krachten.

σ_u de dichtheid in de laag du ,

voor de potentiaal der gansche laag krijgen we dus de uitdrukking

$$P = -2\pi \sigma_u du \psi(u)$$

daar $R dR = r dr$ en we integreeren tusschen $r = u$ en $r = \infty$, terwijl we weer $-\bar{f}(r) r dr$ met $d\psi(r)$ bestempelen.

Voor de potentiaal door 2 lagen op hoogte $h + u$ en $h - u$ als A op hoogte h ligt.

$$P = -2\pi du \psi(u) (\sigma_{h+u} + \sigma_{h-u}),$$

en in het algemeene geval van volgens willekeurige functie wisselende dichtheid, volgens Mac Laurin.

$$\sigma_{h+u} + \sigma_{h-u} = 2 \left(\sigma_h + \frac{u^2 d^2 \sigma}{2! dh^2} + \frac{u^4 d^4 \sigma}{4! dh^4} + \dots \right)$$

$$P = -2\pi du \psi(u) 2 \left(\sigma_h + \frac{u^2 d^2 \sigma}{2! dh^2} + \frac{u^4 d^4 \sigma}{4! dh^4} + \dots \right)$$

dus de potentiaal der aantrekkingskracht der molekulen wordt door integratie tusschen 0 en ∞ ,

$$P = -\int_0^{\infty} 4\pi \left(\sigma_h + \frac{u^2 d^2 \sigma}{2! dh^2} + \dots \right) \psi(u) du$$

$$P = -2a\sigma_h - 2 \frac{c_2}{2!} \frac{d^2 \sigma}{dh^2} - 2 \frac{c_4}{4!} \frac{d^4 \sigma}{dh^4} - \dots$$

en dus E

$$E = -a\sigma - \frac{c^2}{2!} \frac{d^2 \sigma}{dh^2} - \frac{c_4}{4!} \frac{d^4 \sigma}{dh^4} - \dots$$

hierin is dus

$$a = K' = 2\pi \int_0^{\infty} \psi(u) du, \quad c_2 = 2\pi \int_0^{\infty} u^2 \psi(u) du \text{ enz.}$$

Eigenaardig is nu dat in deze formule wel K voorkomt van Laplace maar niet $H = \int u \psi(u) du$, doch een veel kleinere grootheid $\int u^2 \psi(u) du$ evenveel kleiner dan H als H kleiner is dan K .

Weinstein besloot hieruit dat de theorie fout moest zijn, daarvoor $\sigma = \text{constant}$ de formule toch in dien van Gauss moest overgaan, wiens theorie toch een voorbeeld is van een streng wiskundige afleiding (Thermodynamik und Kinetik der Körper band II).

Ja, hij vind zelfs dat Van der Waals dan ook bij het oplossen van het kapillariteitsvraagstuk voor een bol tot een zeer onwaarschijnlijke formule komt.

Om de vrije energie te vinden moet nu nog de entropie in de onafhankelijk veranderlijke uitgedrukt en hiervoor neemt Van der Waals aan, dat nu in de grenslaag ook geldt de formule van Van der Waals, wat volgens Minkowski de draagwijdte van de formule nu wel wat verder nemen is als waartoe de afleiding aanleiding geeft. Dus wordt

$$\eta = R \log(v - b).$$

Voor de thermodynamische potentiaal krijgen we dus

$$\psi = \int \sigma \left\{ -a\sigma - \frac{c^2}{2!} \frac{d^2 \sigma}{dh^2} - \dots - RT \log \left(\frac{1}{\sigma} - b \right) \right\} dh.$$

Er is dus evenwicht als de variatie van de thermodynamische potentiaal = 0 is, of $\delta\psi = 0$.

$\psi =$ vrije energie of thermodyn. pot. bij constant volumen. Van der Waals-Kohnstamm S 232.

Voor de oppervlakte-spanning vindt Van der Waals tenslotte een grootheid van dezelfde orde als Gauss.

Deze theorie werd verder uitgewerkt door Bakker en Hulshof, vooral door de eerste (zie diens talrijke stukken in Z. f. Phys. Chem. en ook: Theorie de la couche capillaire des corps purs, Scientia no. 32 en 33 Gauthier-Villars 1911 en 1912).

G. Bakker gaat uit van de reeds in 1894 door hem gevonden betrekking:

$$d\theta = -\sigma dV,$$

$\theta =$ kinetische of thermische druk, σ dichtheid, V de potentiaal der attractie-krachten en de vergelijking

$$p = \theta - S,$$

p = hydrost. druk; S = cohasiekrachten.

Volgens de theorie van Van der Waals is dus

$$\theta = \frac{RT}{v-b}$$

en leidt verder de oppervlakte-spanning af uit de afwijking van de wet van Pascal,

$$\alpha = \int_1^2 (p_N - p_T) dh$$

p_N = hydrostatische druk in de richting loodrecht op de kapillaire laag,

p_T = hydrostatische druk in de richting van de kapillaire laag.

Deze hydrostatische druk wordt dus een vector-grootheid in de kapillaire laag.

Verder vindt hij

$$p_N - p_T = S_T - S_N$$

en dus ook

$$\alpha = \int_1^2 (S_T - S_N) dh.$$

Voor het inwendige der vloeistof zijn S_T en S_N gelijk. Het onderscheidt tusschen S_T en S_N berekend Bakker eerst algemeen uit de resulterende van de cohaesie-krachten op een vloeistofzuiltje en dan onder de speciale aanname van de functie

$f(r) = -f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r}$ waarbij hij tot een aardige overeenkomst komt met de formules voor het elektrisch veld. (Z. f. Phys. Chem. 33 1900, 477—499).

Bakker leidde verder in 1899 (Z. f. Phys. Chem. 28, 1899, blz. 708—718) reeds bovengenoemde formule van Van der Waals af op zuiver statische en dynamische prinzipen en vindt, dat daaruit dus blijkt, dat de hypothese van Van der Waals, dat η in de capillaire laag alleen van σ afhing (zie boven), een gelukkige was. Van der Waals kwam echter tot de aanname omdat hij niet wist wat hij anders zou stellen. (Z. f. Phys. Chem. B 657 (1894).¹⁾

Wij zagen boven dat de druk in de kapillaire laag een vektorgrootheid is. Loodrecht erop is zij nu steeds gelijk aan de dampdruk, evenwijdig aan het grensvlak neemt de druk van damp tot vloeistof gaande, waarbij iedere laag aan een waarde van v tusschen v_D en v_{vl} beantwoordt, eerst toe tot een

¹⁾ Ornstein bewees dat de aanname van Van der Waals onder bepaalde voorwaarden juist was.

maximum daalt dan weer tot de dampdruk, zinkt lager dan deze tot een minimum en stijgt per slot weer tot de dampdruk. De graphische voorstelling wordt dus een S-lijn die overeenkomst vertoont met de metastabiele tak van de kromme van Van der Waals, wat wel merkwaardig is.¹⁾

Behandelen we nu de bekendste verschijnselen, die uit de theorie kunnen worden afgeleid, of liever omgekeerd, die een bewijs voor de theorie zijn. Tal van deze geven aanleiding tot aardige *mathematische* vraagstukken, waardoor de kapillariteit juist misschien zoo'n geliefd onderwerp der verschillende wiskundige was.

We kunnen beginnen met de oppervlakte-spanning zelf. Laplace leidde al zijn berekeningen af op grond van boven beschouwde druk loodrecht op vloeistofoppervlak (zie hieronder) en vele na hem vonden daarom het denkbeeld van *oppervlakte-spanning* door Young voor Laplace geopperd *niet* noodzakelijk en *verkeerd*. Andere, opvolgers van Young, wilden juist alleen van de oppervlakte-spanning weten, en er zijn ook feiten genoeg die deze opvatting steunen, n.l.:

1°. Vult men een plat bakje $ABCD$ (fig. 4) met water en brandt de draad ED door, zoo neemt de om C draaibare wand de stand CD' in; de oorzaak is de spanning langs AD .

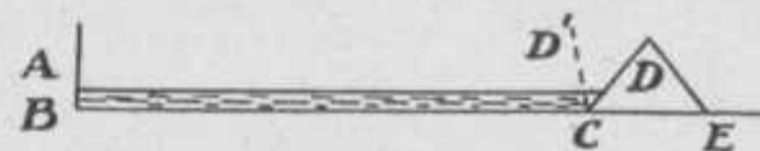


Fig. 4.

2°. Op het oppervlak van een dikke kwiklaag stroomt men 't een of ander poeier. Steekt men nu een glasstaaf loodrecht in het kwik, zoo wordt dit poeier geheel in de om de staaf gevormde holte meegetrokken, alsof het kwik met een huid was bedekt, die bij het insteken niet scheurt.

3°. De aan het einde van een verticale buis hangende druppel neemt precies dezelfde vorm aan als een dun caoutchouc zakje gevuld met vloeistof, die analogie blijft bestaan bij het grooter maken van de druppel.

4°. Een naainaald kan op water drijven en ligt dan op het wateroppervlak als op een elastisch vlies.

5°. Een ondergedompelde areometer met een kopergaasje even boven het instelpunt blijft, als

¹⁾ Zie vooral Z. f. Phys. Chem. 1915 B XC 359—380.

hij losgelaten wordt, met het kopergaasje tegen het wateroppervlak steken.

6°. De oppervlakte-spanning van verschillende vloeistoffen is zeer verschillend, zoo bijv. voor aether veel geringer dan voor water en giet men nu op het onder 5 bedoelde wateroppervlak wat aether zoo schiet de areometer direkt naar boven.

7°. Bestrooit men water met lycopodiumpoeder en laat er middenin een druppel aether vallen, zoo wordt de α daar veel kleiner, en de grootere α van het water er om heen trekt het poeier van het midden weg zooals een gespannen caoutchoucvlies openspalkt bij doorprikking.

8°. Vloeistof in vlies vorm (zeeplamel, zeepbel, enz.) vertoont geheel de eigenschappen van een gespannen membraan; er is arbeid voor nodig om het oppervlak te vergrooten; een lusje zijdraad erop gebracht wordt een cirkel als het vlies er binnen in doorstoken wordt.

9°. De mogelijkheid om vloeistof in een vat te houden waarvan de bodem uit gaas bestaat.

10°. De capillaire golven (oppervlakte-golven) van Faraday en John Scott Russel.

11°. De arbeid nodig om een oppervlak te doorsteken, waargenomen door Schütt in 1904.

Hulshof leidde per slot af, dat als men een binnendruk aanneemt, men noodzakelijk tot het bestaan van een oppervlakte-spanning, ook in een vlak grensvlak komt, en wel $\alpha = c \int \left(\frac{d\sigma}{dh} \right)^2 dh$ en gaf dus beide theoriën gelijk.

Ten tweede kan men de vorm van vloeistofmassa's nagaan wanneer deze *alleen* onderhevig zijn aan capillaire krachten.

Daarvoor zijn twee methoden:

1°. De zwaartekracht opheffen door zeer geringe massa's te nemen, dus vloeistofvliesjes, zeepbellen, enz.

2°. Zwaartekracht opheffen door opwaartsche druk in een evendicht medium, zoo bijv. de zeer *fraaie* proeven van Plateau 1843—'63 met olie in een alcohol-watarmengsel, enz. proeven, die hij door zijn blindheid (1840) zelf nooit zag.¹⁾ Ook gebruikte hij een mengsel van benzol en broom-aethyleen met \mathcal{F} gekleurd in een *NaCl*-oplossing van gelijk soortelijk gewicht. De zwevende vloeistof nam

1) Statique des liquides soumis aux seules forces molécul. Gand et Paris 1873.

steeds de *bolvorm* aan. Stak men er een naald doorheen en liet de massa draaien, zoo kreeg men afplatting in de asrichting, bij zeer snel draaien afsplitsing van aequatoriale ringen, enz. Om een draadring kan men een *lensvormige* vloeistofmassa krijgen. Laat men zoo'n kogel rusten op een ring en trekt haar van boven met een andere dito ring op, zoo krijgt men verschillende vormen. Bijv. een cylinder welks eindvlakken *bolsegmenten* zijn waarvoor dan, tengevolge van de formule van Laplace geldt: (straal bol) $r = 2R$ (straal cylinder).

Voor het cylindervlak geldt toch $R_2 = R$ en $R_1 = \infty$ dus

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} &= \frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \\ \frac{2}{r} &= \frac{1}{R} \\ r &= 2R. \end{aligned}$$

Tilt men de ring nog hoger, zoo krijgt de cylinder een insnoering, de vorm herinnert aan een hyperboloïde. Bij een bepaalde hoogte worden grond- en bovenvlak *plat*, dus $R_1 = R_2 = \infty$, dus moet volgens Laplace voor het *zijvlak* gelden

$$R_1 = -R_2,$$

het vlak wordt een katenoïde (wenteling van kettinglijn om bepaalde rechte).

Heft men de bovenring nog meer op, zoo krijgt men een *reeks* insnoeringen, een *undoloid*. Heeft men bovendien een draad als as, zoo kan men een toestand krijgen, zeer weinig van een reeks bollen verschillend, die echter onbestendig is en licht in een werkelijke reeks bollen uiteen valt (dito een cylinder met $l > 2\pi R$).

Plateau verkreeg ook polyeders op draadgeraamten, enz. enz.

Bij de vloeistoflamellen interesseeren ons van kindsher natuurlijk de zeepbellen. Voor de buitenzijde geldt als de straal der bel R is

$$P_1 = K + \alpha \left(\frac{2}{R} \right)$$

voor de binnenkant

$$P_2 = K - \alpha \left(\frac{2}{R} \right)$$

en dus de druk naar binnen

$$P = 2\alpha \cdot \frac{2}{R} = \frac{4\alpha}{R}.$$

De gasdruk in de bel moet dus de atmosferische druk met dit bedrag overtreffen om evenwicht te vormen. De druk is dus *omgekeerd* evenredig aan

de straal, dus als een kleine en groote bel met elkaar in verbinding worden gebracht, groeit de groote ten koste van de kleine.

Door gebruik te maken van draadringen kan men dito figuren krijgen als Plateau met zijn zwevende vloeistoffen, n.l.:

Bol → convex zijvlak en convexe eindvlakken
→ cylinder met bolvormige eindvlakken $r = 2R$

→ katenoïde en vlakke eindvlakken $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0$

→ nodoïde met sterk concaaf zijvlak en concave-eindvlakken, doorsteekt men de eindvlakken, zoo wordt het zijvlak een katenoïde.

Nu kunnen we ook de verschijnselen behandelen van vloeistof in aanraking met vaste lichamen. We zagen, dat daarbij meest een randhoek optrad en dientengevolge bezit de vloeistof bij die wand een concaaf of convex gedeelte; komen de wanden dicht genoeg bij elkaar, zoo gaan die gedeelten in elkaar over en verdwijnt het vlakke middendeel van het vloeistof-oppervlak en de vloeistof heeft aldaar een holle of bolle meniscus. Tengevolge van deze vormverandering van het oppervlak verandert ook de binnendruk, zooals de vorm van Laplace vereischt en hierop berusten de talrijke verschijnselen van kapillariteit.

Beginnen we met het verschijnsel van Leonardo da Vinci.

Onder het vlakke gedeelte van het oppervlak is de binnendruk K , onder de holle meniscus in de haarbuis echter $K - \frac{H}{R}$ waarbij R afhangt van de buisdiameter en de randhoek, en bij volkomen bevochtiging dus $= \frac{d}{2}$ is, als $d =$ diameter is.

De vloeistof wordt dus in de haarbuis op gedrukt tot de hydrostatische druk $= \frac{H}{R}$ is, dus daar

$$H = 2\alpha \text{ of } \frac{2\alpha}{d} = h \cdot \sigma \text{ of } h = \frac{4\alpha}{d \cdot \sigma} \text{ of } \alpha = \frac{h \cdot d \cdot \sigma}{4}$$

(Zie ook de redeneering van Bakker, Z. f. Phys. Chem. 33, 1900, § 477—78).

We zien dus dat we voor de verklaring van het verschijnsel *geen* oppervlakte-spanning hoeven aan te nemen, wanneer we de theorie van Laplace gebruiken (zie boven).

We zien licht in, dat als de randhoek θ is, dan

$$R = \frac{d}{2 \cos \theta} \text{ wordt}$$

$$\text{en dus } h = \frac{4\alpha}{\sigma} \frac{\cos \theta}{d}$$

Men kan ook het vloeistofzuiltje opgehangen denken aan de rand van de meniscus, waar deze toch de wand raakt, werkt de oppervlakte-spanning met kracht α per lengte-eenheid tangentieel aan het oppervlak, dus als de randhoek θ is, is de dragende vertikale resultante:

$$2\pi\alpha \frac{d}{2} \cos \theta = \frac{1}{4} \pi d^2 h \sigma$$

$$h = \frac{4\alpha \cos \theta}{d \sigma}$$

Wanneer men 2 vlakke platen neemt en op afstand d van elkaar brengt, zoo is

$$Z = K - \frac{H}{2} \left(\frac{1}{\frac{d}{2}} + \frac{1}{\infty} \right)$$

de binnendruk onder de meniscus voor 't geval $\theta = 0$ is en de meniscus dus een halve cylinder, dus $h_1 = \frac{2\alpha}{d\sigma}$.

Laten we de platen een *hoek* met elkaar maken, zoo wordt d steeds kleiner en h dus steeds *hooger* bij nadering tot de ribbe.

Bevindt zich in een buis een rij vloeistofzuiltjes, zoo kan een aanmerkelijke druk noodig zijn om deze in de buis te verschuiven, onverschillig of zij de wand bevochtigen of niet, daar de meniscussen zoo gewijzigd worden dat een *tegendruk* ontstaat. Zie fig. 5.



Fig. 5. *)

Om dezelfde reden beweegt een druppel in een conische buis zich naar het *nauwere* gedeelte als zij de buis wel *bevochtigd*, naar het *wijdere* gedeelte als zij dit *niet* doet, (bijv. water in een bolkoeler, in een pipet, enz. en kwik in een pipet).

Een ander bij chemikers wel bekend verschijnsel is het elkaar aantrekken en afstooten van gedeeltelijk in de vloeistof stekende lichamen, zoo bijv. het vuiltje op een preparaat of analyse vloeistof drijvend en het lepeltje waarmee men het eruit wil visschen. Wanneer beide lichamen bevochtigd of beide niet bevochtigd worden, zoeken zij elkaar te naderen, wordt het eene lichaam bevochtigd, het andere niet, zoo stooten zij elkaar af.

*) Door een vergissing is de cliché fout; de stippe lijn i/h gearceerde deel moet een grootere kromming hebben, de andere een kleinere.

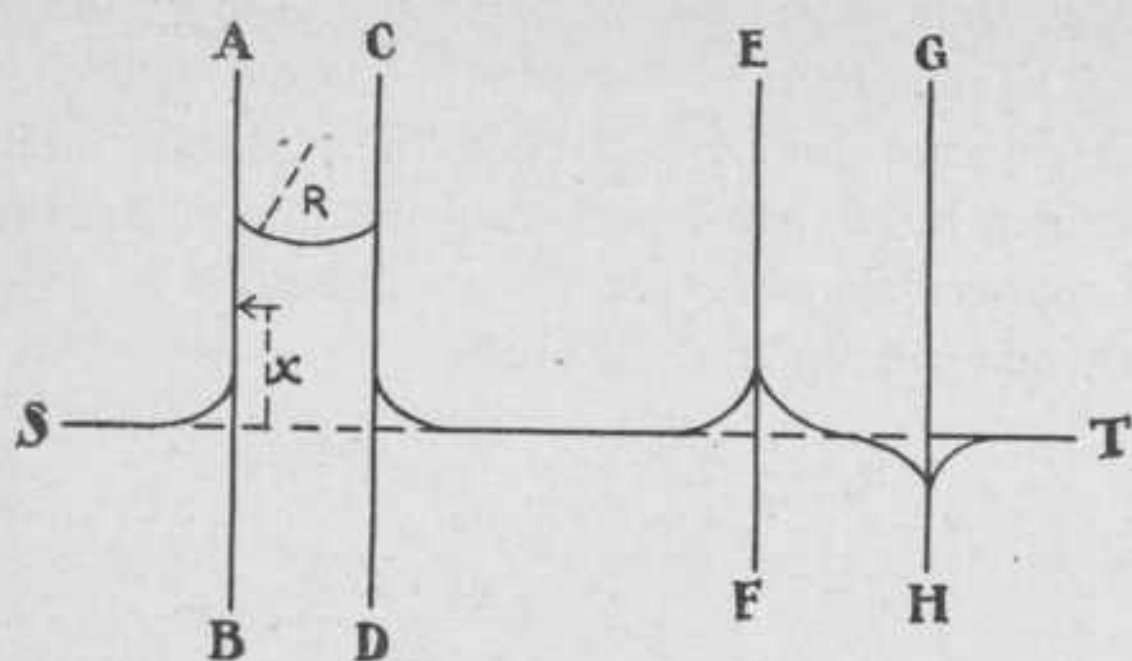


Fig. 6.

Is in fig. 6 ST het vloeistof-oppervlak en zijn AB en CD twee platen beide door vloeistof bevochtigd, zoodat dus een vloeistofzuil tusschen beide

opstijgt zoo is $h = \frac{\alpha}{\sigma \cdot R}$. De druk op hoogte x

loodrecht op AB is dan van buiten de luchtdruk H , de druk p_x binnen de vloeistof is $H + K - x\sigma$, dus daar K niet op de wand overgaat $H - x\sigma$ deze druk is kleiner dan H , dus beweegt zich AB naar rechts, dito CD naar links. De totale druk

op plaat AB wordt $l\sigma \int_0^h x dx$ als l de plaat-

breedte is. Bij de platen EF en GH ziet men licht in dat de EF naar links en GH naar rechts wordt bewogen, dus elkaar schijnen af te stooten.

We kunnen nog ons afvragen wat kleine vaste lichaampjes, bijv. poeiers zullen doen, wanneer zij met 2 vloeistoffen in aanraking zijn.

F. B. Hoffmann (*Z. f. Phys. Chem.* 83 (1913) 385) vond dat tal van fijne poeders als menie, loodglans, loodchloride-, jodide-, chromaat-, fosphaat-, sulfide-, zilver-chloride, -jodide, -sulfide, -bichromaat, -fosphaat, -carbonaat, enz., enz. aan de grenslaag water-benzol en water-chloroform quantitatief hechten. Nu wijtten Descoudres en Quincke dit aan gelijktijdige bevochtiging door beide vloeistoffen.

Hoffmann ging daarom nauwkeurig na het hechten van fijne *glasdeeltjes* aan de grens van water-chloroform, water-xylol, water-petroleum en vond volkomen parallel gaan met gelijktijdig gedeeltelijk bevochtiging van een glas-oppervlakte door de twee vloeistoffen. Dergelijke proeven deed hij met mineraalpoeders en dunne mineraalplaatjes, en vond dito, dat als de plaatjes goed aan het grensvlak hechten, ook het poeier daar quantitatief aan kwam. Hechten de plaatjes losjes, dan kwam slechts een deel van het poeier aan het grensvlak.¹⁾

1) Zie ook later.

Reinders (Delft) deed dergelijke proeven, en het feit dat de grondslag vormde van zijn redeneering was de neiging van een aan zichzelf overgelaten systeem om zijn vrije energie zoo gering mogelijk te maken. In dit geval wil de *oppervlakte-energie* dus zoo klein mogelijk worden. Noemen wij de vloeistoffen 1 en 2, de vaste stof 3, zoo moet dus $O_{1,2} \cdot \alpha_{1,2} + O_{2,3} \cdot \alpha_{2,3} + O_{1,3} \cdot \alpha_{1,3} = \text{minimum}$ zijn, verder is

$$O_{2,3} + O_{1,3} = O_3$$

en $O_{1,2} = O - xO_3$

waarin $0 < x < 1$ en O_3 is oppervlak vaste stof 3. O is grensvlak 1.2 als er geen deeltjes 3 aan hechten.

Bij de 6 mogelijke betrekkingen tusschen $\alpha_{1,2}$, $\alpha_{2,3}$ & $\alpha_{1,3}$ bestaande

$$\alpha_{1,3} > \alpha_{2,3} + \alpha_{1,2} \dots 1 \quad \alpha_{1,3} < \alpha_{2,3} + \alpha_{1,2} \dots 4,$$

$$\alpha_{2,3} > \alpha_{1,3} + \alpha_{1,2} \dots 2 \quad \alpha_{2,3} < \alpha_{1,3} + \alpha_{1,2} \dots 5,$$

$$\alpha_{1,2} > \alpha_{2,3} + \alpha_{1,3} \dots 3 \quad \alpha_{1,2} < \alpha_{2,3} + \alpha_{1,3} \dots 6.$$

Ziet men licht in dat het minimum

voor 1 optreedt als $O_{1,3} = 0$ is,

voor 2 " " $O_{2,3} = 0$ is,

voor 3 " " $O_{1,2} = \text{min.}$

is, terwijl als $\alpha_{2,3}$ daarbij $> \alpha_{1,3}$, $O_{1,3} > O_{2,3}$, dus het grootste gedeelte van het oppervlak van elk der lichaampjes 3 in vloeistof 1 steekt, bij $\alpha_{1,3} > \alpha_{2,3}$ juist omgekeerd. Gelden tegelijkertijd 4, 5 en 6 dan is ook de plaats van de lichaampjes 3 aan het grensvlak.

Bij de experimenten treden eenige bezwaren op:
1°. de zwaartekracht wier invloed men daarom door een sterk ontwikkeld oppervlak moet uitschakelen. Men neemt daarom de stof 3 als zeer fijn poeier.

2°. Onzuiverheid van het oppervlak, o. a. bijv. niet vrij zijn van lucht en daardoor slechte bevochtiging. Men poeiert daarom de stof onder vloeistof.

3°. Gaat men uit van een suspensie van 3 in 1 terwijl $\alpha_{1,3} > \alpha_{1,2} + \alpha_{2,3}$. Zoo is ook begrijpelijk (om reden 2) dat het lastig is alle stof 3 uit 1 in 2 te krijgen.

Reinders experimenteerde met een 13-tal suspensies en de vloeistof paren water en paraffineolie, amylalcohol, tetrachloorkoolstof, benzol of aether, die zich normaal gedroegen. (*Chem. Weekbl.* X 1913 700—709).

Verder nam hij ook *kolloidale* oplossingen die men tegenwoordig opvat als een tusschenvorm te zijn tusschen suspensie's of emulsie's en ware

oplossingen. Voor de ware oplossingen geldt nu de verdeelingswet van Nernst, en zoo is het te begrijpen dat voor *sterk* disperse kolloidale oplossingen de normale oppervlaktewerking achteruit treedt en de stof de verdeelingswet volgt.

Ook bij deze experimenten gedroegen de stoffen zich normaal. (Versl. Kon. Ak. XXII 280—285 1913). Het geval van afscheiding op het grensvlak is hierbij zoo algemeen, dat het vaak een reactie zal kunnen zijn om een kolloidale oplossing aan te toonen. Als een hechten aan de *grenslaag* heeft men ook op te vatten het hechten van tal van kolloide aan het oppervlak van een vaste stof zoo bijv. kolloidaal goud aan koolpoeder, barium sulfaat en vezelstoffen, koolstof aan papier, enz., een verschijnsel dat men beter met *adhesie* betitelt dan met 't tegenwoordig meest gebruikte *adsorptie*, dat voor *moleculaire* oplossingen de naam is.

Met het afscheiden van de kolloide op de grenslaag kan men zeer fraai het verschijnsel aantonen bij de randhoek-theorie besproken, n.l. dat de $\cos \theta > 1$ dus geen *reële* waarde heeft; de eene vloeistof zou dan de andere, voor zoover zij aan de vaste wand raakt, omhullen, dus een *grensvlak* vormen ook daar waar *oogenshijnlijk* geen 2 vloeistoffen met elkaar in aanraking zijn. Dit is het geval bijv. bij CS_2 en water in een reageerbuis, het onderstaande CS_2 is omgeven door een kapillaire waterlaag en raakt het glas *niet* aan. Neemt men dan ook een kolloidale goudoplossing in water en schudt deze met CS_2 , zoo gaat alle goud in de grenslaag zitten, en daar de CS_2 -phase daarmee *geheel* omgeven is, *schijnt deze* blauw door snel uit pipeteeren blijkt echter dat het CS_2 zelf *kleurloos* is.

Boven besproken verschijnselen zijn ook van groot *praktisch* belang, daar men bijv. een poedermengsel van 2 poeders, waarvan de een in de grenslaag van 2 vloeistoffen hecht, terwijl de andere dit niet doet, er *quantitatief* mee scheiden kan. Het Elmore-proces ter scheiding van ertsen berust hierop en ook de waschwerking van zeepen is een aanverwant verschijnsel. ¹⁾

We haalden boven de wet aan, die zegt, dat ieder systeem er naar streeft zijn vrije energie, dus ook zijn vrije oppervlakte-energie, tot een minimum te beperken. Gewoonlijk hebben nu de stoffen waar

we mee werken zoo'n weinig ontwikkeld oppervlak, zelfs in poedervorm, dat de oppervlakte-energie vrijwel geen gewicht in de weegschaal legt. Een gansch andere zaak is het echter als wij werkelijk *moeite* doen dit *oppervlak* zoo groot mogelijk te krijgen, *dan* moet het oppervlak als *toestandsfunctie* in aanmerking genomen. ¹⁾ Nemen we bijv. een stof dicht bij zijn smeltpunt, de *gewone* toestandsfuncties zijn dan temperatuur, druk en volume en eerst bij een bepaalde combinatie daarvan zal onze stof smelten.

Gaan we nu echter de stof *fijn* maken, dus zijn *oppervlak* en noodzakelijk daarmee zijn oppervlakte-energie *vergroten*, zoo kan er een oogenblik komen, dat de stof, al is niet de bepaalde combinatie van de *gewone* toestandsfuncties voorhanden, zijn energie aanmerkelijk zal kunnen verminderen door de *vloeibare vorm* aan te nemen, waardoor zijn oppervlak *kleiner* wordt.

Met andere woorden, een stof smelt lager naarmate hij fijner verdeeld is. Dit temperatuursverschil wordt grooter naarmate de stof een grootere α heeft in verhouding tot zijn andere energie-inhoud. De *vermindering* van zijn oppervlakte-energie bij het vloeibaar worden moet o. a. het verschil in warmte-inhoud kunnen leveren.

Zoo smelt bijv. salol bij afmetingen van ongeveer 7μ , 1.1° lager dan deeltjes van 40μ die het normale smeltpunt vertoonen. (Pawlow. Z. f. Phys. Chem. 65. 1 (1909); 74. 562 (1910).

Een volkomen analoog verschijnsel is de overgang van een stof in een *anders instabieler* modificatie alleen door fijn wrijven; bijv. de overgang van grauw metalliek seleen in de roode modificatie, eveneens die van het roode monokline HgO in het gele tetragonale door zeer fijn poeieren. ²⁾

Een aanverwant verschijnsel is ook de grootere oplosbaarheid van kleinere kristallen ten opzichte van groote dito's bijv. toegepast bij het filtreerbaar maken van $BaSO_4$ neerslag.

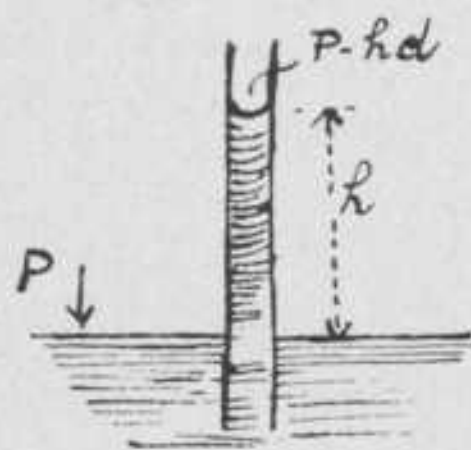
Dit heeft echter meer overeenkomst met het feit, dat boven een concaaf (convex) vloeistofoppervlak de dampdruk kleiner (grooter) is dan boven een *vlak*, welk feit o. a. te bewijzen is uit het opstijgen van vloeistof in een kapillaire buis en de onmogelijkheid van een perpetuum mobilé

¹⁾ De fasenregel in zijn *gewone* vorm gaat in dat geval ook *niet* op.

²⁾ P. von Weimarn. Z. f. Chem. und Industr. der Kolloide 12. 124—127.

¹⁾ Zie daarvoor vooral Chem. Weekbl. X, 700 (1913). Ook het ontinkten van papier met olie (patent Werst) berust hierop.

zie fig. 7. Daardoor hebben kleine druppeltjes een *grote* dampdruk, wat een oorzaak is voor het makkelijk oververzadigen van damp, waarin geen condensatie-kernen zijn, en zoo hebben kleine dampbelletjes een te kleine dampdruk als overeenkomt met de temperatuur, wat oorzaak is van het overkoken van vloeistoffen.



d is gemiddelde dampd.h.

Fig. 7.

Bespreken we nu nog zeer in het kort de methodes ter bepaling van α .

1°. Methode der kapillairen

Wij zagen boven reeds dat

$$2\pi r \alpha \cos \theta = \pi r^2 h \sigma.$$

Metten we h tot *onder* aan de meniskus, wat het beste gaat, zoo moet het gewicht van de *meniskus* erbij geteld voor $\theta = 0$ wordt dit dus

$$2\pi r \alpha = \pi r^2 h \sigma + r^2 \cdot r \sigma - \frac{2}{3} \pi r^3 \sigma = \pi r^2 \sigma \left(h + \frac{1}{3} r \right)$$

$$\alpha = \frac{r \sigma \left(h + \frac{1}{3} r \right)}{2}$$

Ook berekend men vaak $a^2 = \frac{2\alpha}{\sigma} = r \left(h + \frac{1}{3} r \right)$

α is dan de specifieke cohaesie.

De methode der stijghoogten is wel de meest gebruikte, zoo o. a. door Ramsay en Shields en vele anderen na hun.

De door de verschillende onderzoekers gevonden waarden van α , bij dezelfde temperatuur wijken echter in vele gevallen aanmerkelijk af, wat meest geweten wordt aan de zuiverheid van het proef-object. Hieronder zijn echter tal van vloeistoffen, die op zeer gemakkelijke wijze vrijwel volmaakt zuiver te krijgen zijn, zoodat een gedeelte van de afwijkingen toch zeker wel aan de methode mag geweten worden, bijv. ongenoegzaam bekende invloed der adhesie aan de wand en niet te verwaarloozen randhoek. (Jaeger Versl. Kon. Ak. 1914).

Van tal van stoffen kan men nu geen kapillairen maken, of ze niet gebruiken, doordat ze te zwak of te ondoorzichtig zouden zijn.

S. L. Bigelow en T. W. Hunter haalden nu daarvoor in 1911 een methode te voorschijn, die zij zeggen dat voorgeslagen is door Oersted (Ann. d. Physik 53. 614?) Zij nemen nl. een wijde glasbuis en sluiten deze van boven af met een plaatje van de te onderzoeken stof, waarin een kapillaire opening straal r is gemaakt en bepalen hoe hoog zij de buis, die geheel gevuld is met vloeistof, moeten ophalen, voordat de zuil van boven los liet, die hoogte is h . (Journ. of Phys. Chem. 15, 367—380).

2°. Methode van de parallelle platen.

Meet men h weer tot onder aan de meniskus, zoo wordt

$$a^2 = \frac{2\alpha}{\sigma} = d(h + 0,107d).$$

3°. Methode van het aftrekgewicht voor platen en bollen.

Een horizontale plaat met oppervlak S en omtrek s wordt hangende aan de arm van een balans in aanraking met het vloeistof-oppervlak gebracht en het gewicht P bepaald, dat noodig is om de plaat van de vloeistof af te trekken. De vloeistof wordt daarbij tot een hoogte z boven 't niveau opgetrokken en 't gewicht der opgeheven vloeistofmassa is $S \cdot z \cdot \sigma$.

Is θ de hoek die een vertikaal vlak maakt met het raakvlak aan de vloeistof, daar waar deze de plaatrand raakt, zoo is de verticale spanningscomponent $s \cdot \alpha \cdot \cos \theta$ en de belasting p is dus

$$p = S \cdot z \cdot \sigma + s \cdot \alpha \cdot \cos \theta.$$

Als de plaat loslaat is $p = P$ en $\theta = 0$, $z = h$ en dus

$$P = S \cdot h \cdot \sigma + s \cdot \alpha.$$

Nu is $h = \alpha = \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha}{\sigma}}$ dus

$$P = S \cdot \sigma \cdot a + \frac{s \cdot \sigma \cdot a^2}{2}.$$

All Ferguson leidde de formule af voor het geval de plaat door een bol vervangen werd. Voor de plaat werd de formule door Laplace en Poisson reeds afgeleid.

4°. De methode der grootte-bepaling van druppels en bellen

Men bepaalt de grootte en dimensies van een druppel vloeistof op een vlakke plaat en neemt de druppel zoo groot, dat men niet ver van de convexe rand de kromming reeds verwaarloozen kan.

Ook kan men een luchtbel gebruiken, die door

een plaat onder het vloeistof-oppervlak wordt vastgehouden.

Men komt tot het resultaat

$$y = a \sqrt{1 - \cos \varphi}.$$

Voor het punt C dus $y_0 = a$.

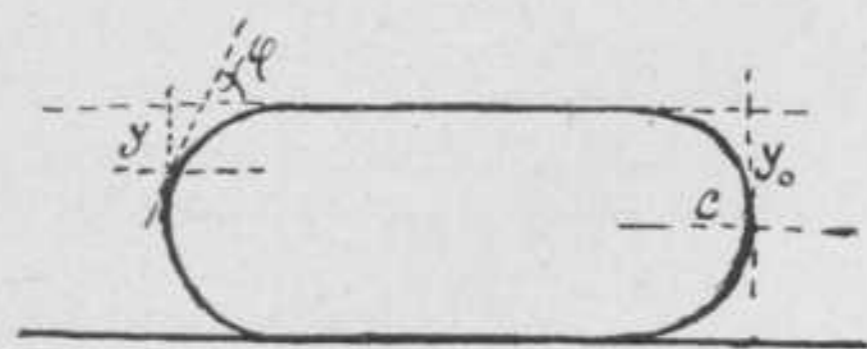


Fig. 8.

Siedentopf bepaalde zoo a^2 voor gesmolten metaaldruppels.

N. Kasterin gebruikte kleine druppels waarvoor hij de formule afleidde.

5°. Meting van α aan vloeistoflamellen bijv. door *druk* en *straal* van een (zeep)bel te meten.

6. Meting der randhoek θ door waarneming der reflectie van een lichtstraal.

7°. Methode der *druppelweging*. Men laat een aantal druppels van een buis afvallen, weegt ze en meet tevens de straal r op van de vernauwing even onder de buis ontstaande.

$$p = 2\pi r \alpha.$$

Tate leidde in 1864 de betrekking af, als d buisdoorsnee was

$$p = K_1 \alpha d,$$

en wel uit proeven. Sinds die tijd is er heel wat om te doen geweest, ten eerste ging men de regel schrijven

$$p = \pi d \alpha,$$

wat door proeven onjuist bleek, maar wat Tate ook niet beweerd had.

Lohnstein stelde volgens zijn meening de zaak op pooten en leidde de formule af

$$G_h = 2\pi r \alpha f\left(\frac{r}{a}\right)$$

waarin weer $a^2 = \frac{2\alpha}{\sigma}$ was en $f\left(\frac{r}{a}\right)$ niet door een eenvoudige analytische uitdrukking is weer te geven en niet *constant* is, doch uit een tabel is te vinden.

De laatste tijd nu publiceert J. Livingstone R. Morgan, met een aantal medewerkers,¹⁾ waarnemingen over gewichten van druppels afvallende van een dikwandige capillair met *bepaalde* vorm

van mondstuk (tegenwoordig *volkomen* vlak met *scherpe* rand). Bij zijn eerste toestellen *mat* hij daarbij met behulp van een nauwkeurig gekalibreerde kapillair het *volume* der druppels, tegenwoordig weegt hij ook wel een aantal druppels.

Hij komt daarbij o. a. tot het resultaat: het druppelgewicht is, onder overigens gelegen omstandigheden, *evenredig* de oppervlakte-spanning ten opzichte van met damp verzadigde lucht.

Dit is dus in strijd met Lohnstein's formule en over dit feit zijn de heeren op het oogenblik nog aan het kibbelen.

De proeven van Morgan lijken mij met groote zorg genomen en zijn het nalezen wel waard.

8°. De methode der oppervlakte-golven (ripples).

Deze golven worden op de vloeistof voortbewogen: 1°. door de *zwaartekracht*; 2°. door de *oppervlakte-spanning*. Is λ de golflengte, N -trillingstal zoo is de voortplantingssnelheid gegeven door

$$u^2 = N^2 \lambda^2 = g \left(\frac{\lambda}{2\pi} + \frac{\alpha}{S} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \right).$$

Bij zeer korte golven (weinige mm.) kan men het lid waar *alleen* g in voorkomt verwaarlozen dus

$$N^2 \lambda^2 = \frac{\alpha \cdot 2\pi \cdot g}{S \cdot \lambda}.$$

Er bestaan nu 2 methodes van waarneming.

Men wekt staande golven op door een trillende stemvork met *beide* beenen in de vloeistof te doopen en fotografeert het stuk tusschen de beenen en meet mikroskopisch na.

Of men houdt een been van de stemvork in de vloeistof en meet met behulp van intermitterende belichting λ op aan de loopende golven.

9°. De methode van Cantor.

Deze liet onder druk gasbellen ontwikkelen aan het uiteinde van een loodrecht in de vloeistof geplaatste capillair en mat de maximum druk daarbij optredende. Volgens Laplace moet de gasdruk maximum zijn als de straal der bel *minimum* is. De straal der bel is minimum als de bel juist een half bolletje vormt onder aan de capillair, dus als de straal daarvan r is:

$$P = \frac{2\alpha}{r}.$$

Cantor vond dat correctie noodig was door de zwaarte van de vloeistof en wel

$$\alpha = \frac{rP}{2} - \frac{1}{3} \sigma r^2 - \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 r^3}{P}.$$

In de laatste tijd zijn nu nauwkeurige onder-

1) Z. f. Phys. Chem.

zoekingen gedaan door F. M. Jaeger en medewerkers (te Groningen) over oppervlakte-spanningen in een temperatuur gebied — 80 tot + 1650°. Na tal van beproevingen leek hun de bovengenoemde methode de meest betrouwbare.

Hij kreeg toch resultaten, die op 1% reproduceerbaar waren, grootere nauwkeurigheid leek hem niet noodzakelijk, terwijl de bovengenoemde correctie binnen de waarnemingsfout viel en dus niet noodig bleek. Weldra bleek het echter, dat alle waarden met de methode-Cantor gevonden, ook die van een ander experimentator Feustel, steeds wat hooger waren dan andere methodes opleverden.

Het bleek nu, dat er bij de formule een verwaarloozing had plaats gevonden, die niet geoorloofd was. Feustel vond toch dat de formule van Cantor alleen geldig is als de hoek van de rand van het blaasje met het vloeistof-oppervlak zeer weinig van 90° verschilt en dus $\varphi = 90^\circ - \varepsilon$ (ε zeer klein) gesteld mag worden.

Feustel vond nu

$$\frac{2\alpha}{r} \cos \varphi = r \sigma_t \frac{1}{(1 - \cos \varphi)^2} \text{ en de maximale druk } H$$

$$H = \frac{r \cdot \sigma_t \sin \varphi}{\cos \varphi (1 - \cos \varphi)^2} + \frac{r \cdot \sigma_t}{3 \sin \varphi} \left(\cos \varphi + \frac{2}{1 - \cos \varphi} \right)$$

H. A. Lorentz wees er nu op dat door stellen van

$$q = \frac{2\alpha}{r^2 \sigma_t} \text{ en } p = \frac{H}{r \cdot \sigma_t}$$

gevonden werd

$$q = \frac{1}{4 \cos \varphi \sin^4 \varphi} \text{ en}$$

$$p = q \sin \varphi + \frac{1}{3} \left(\cos \varphi + \frac{1}{\sin \varphi \sin^2 \varphi} \right)$$

Men kan nu voor een heele reeks waarden van φ , p en q berekenen en grafisch voorstellen. Als men dan H meet en $r \sigma_t$ kent, kan men p berekenen, en uit de figuur direkt q en ook α grafisch interpoleeren. Door deze verandering in de berekeningswijze kan niet de vorm en richting der α - t -lijn gewijzigd worden, doch de kromme wordt evenwijdig verschoven, zoo bijv. voor diaethyl aether over — 0,4 dyne.

Als gas gebruikt Jaeger zeer zuivere stikstof, zijn kapillairen maakt hij van Pt-Rh. (10—20%), terwijl de druk werd afgelezen of een twee-vloeistof-manometer.

G. Jaeger (1891)¹⁾ gaf een wijziging aan de methode; hij plaatste 2 niet even wijde kapillaire in de vloeistof, verbindt ze met hetzelfde drukgas-reservoir en moest nu de wijde kapillair h dieper in de vloeistof plaatsen om te maken dat de gasbellen uit beide buizen tegelijkertijd ontsnapten. Hij vond nu

$$\alpha = c \frac{h \sigma}{1 + b \sigma}$$

c en b zijn constanten. Deze methode geeft alleen relatieve waarden voor α .

10. De methode der trillende druppels en stralen.

Wanneer een druppel van een buis valt is hij niet rond, maar in verticale richting wat gerekt; dit is nu geen evenwichtsstand, daar de oppervlakte-spanning van de druppel een *bol* wil maken. De oppervlakte-spanning verkort dus de verticale afmeting, maar gaat daarbij over de evenwichtsstand heen, waarna de horizontale afmeting dus te groot wordt. Uit de snelheid van deze schommeling kan men α berekenen.

Rayleigh liet een waterstraal uit een elliptische opening komen, de evenwichtsvorm is echter rond en de doorsnee van de straal gaat nu daar weer om schommelen. Rayleigh vond $\alpha = A \pi^2 \frac{\sigma v^2}{\lambda^2}$
 v is snelheid van de vallende vloeistof. $\lambda =$ golflengte.

1) Wien. Ber. 100 IIa. 258, 493. 1891.

(Wordt vervolgd).

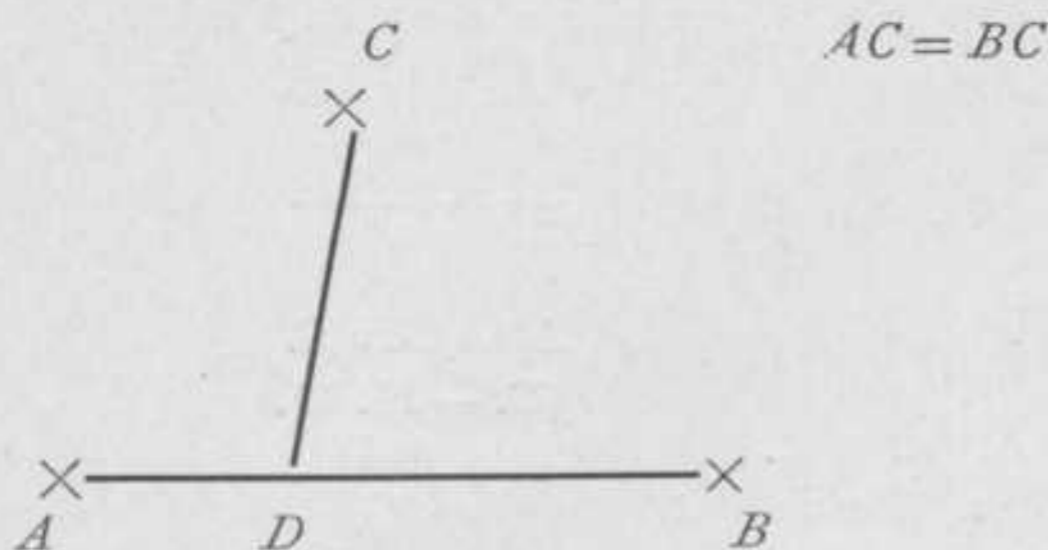
Geen vreemde ingenieurs meer.

Terwijl in dit jaar f61000 beschikbaar is gesteld voor het geven van studietoelagen ad. f 1000 's jaars aan jongelieden, die aan de Technische Hoogeschool te Delft voor civiel-ingenieur studeeren en bestemd zijn om na volbrachte studie in den Indischen dienst te treden, zal voor het volgend jaar worden gerekend voor een dergelijke toelage aan 65 studenten te Delft, die het propaedeutische examen met goed gevolg hebben afgelegd.

Daar van die beurzen, zooals te verwachten was, een ruim gebruik gemaakt wordt zullen in de komende jaren vele ingenieurs in 's lands dienst treden en behoeft derhalve aan de aanwerving van ingenieurs met een buitenlandsch diploma niet te worden gedacht.

(Favabode. 31 Mei 1915).

STRIKVRAGEN.



No. 12. Bovenstaande figuur geeft de situatie van 3 plaatsen A , B en C ; de beide eerstgenoemde zijn door een verkeersweg verbonden. Er moet een nieuwe weg worden ontworpen van C uit, dezen weg in D ontmoetende. Als het te verwachten verkeer tusschen A en C $3 \times$ zoo groot is als dat tusschen B en C , waar moet men dan D kiezen?

Oplossing van No. 11 en No. 12 in het volgende nummer.

BOEKBESPREKING.

GÜLDNER'S KALENDER FÜR BETRIEBSLEITUNG UND PRACTISCHEN MASCHINENBAU. 23 Jahrgang 1915.

Uitgegeven door H. A. Ludwig Degener. Leipzig.

Onder de vele bruikbare handboeken voor Ingenieurs en constructeurs die ons toegezonden zijn, behoort ook bovenstaand werk.

Zeer zeker is dit boek een te waardeeren werk, vooral voor den bedrijfsleider omdat de electrotechniek ook erin behandeld wordt, hoewel de schakelingen, welke achter in het boek voorkomen toch ook onder het onderwerp „electrotechniek” gebracht moesten worden.

Toch hadden de onderwerpen, electrotechniek, turbines, afsluiters en kranen, drijfstanen, stoomschuifdiagrammen, schaarbewegingen en de uitslagen daarvan, condensors enz. wel wat rijker geïllustreerd kunnen zijn. Verder schijnt de samensteller een bijzondere voorliefde voor drijfwerken te bezitten; dit is wel wat uitvoerig behandeld in vergelijking tot andere onderwerpen. Ook zoekt men tevergeefs scheepsketels, en scheepsmachines en een onderwerp over modernen bruggenbouw, niettegenstaande een bedrijfsleider vooral met de twee eerstgenoemden in aanraking komt.

Tot slot nog dit, dat sommige voorkomende figuren wel wat onduidelijk zijn.

—o—

De inhoud van het laatstverschenen nummer *Gewapend Beton*, Maandblad voor Beton en Gewapend Beton, bevat: Het Taylorsysteem toegepast bij werken in beton en gewapend beton, door B. A. Verheij c. i. — Het gewapend beton in den modernen oorlog, door P. W. Scharroo. — Boekbespreking. — Verleende Octrooien. — Literatuuroverzicht. — Uitslag van Aanbestedingen.

TECHNISCHE HOOGESCHOOL.

Prop. Examens na de Zomervacantie 1915.

DIFFERENTIAAL- EN INTEGRAALREKENING.
(C. I. — W. I. — S. I. — E. I.).

1. Bepaal

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + a}}$$

voor $a = 5$ en $a = 3$.

2. Integreer de differentiaalvergelijking:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 1 - (\lg x)^2.$$

3. Gegeven de oppervlakken

$$\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = a^2 (x^2 - y^2), \\ x^2 - y^2 - az = 0. \end{cases}$$

Bepaal den inhoud van het lichaam, gelegen in den eersten drievlakshoek, en begrensd door deze oppervlakken en de vlakken $y = 0$ en $z = 0$. (Gebruik te maken van cylindercoördinaten.)

STELKUNDE.

(C. I. — W. I. — S. I. — E. I.).

1. In het complexe z -vlak ligt een cirkel met middelpunt $x = 4$, $y = 3$ en straal 5. Welke figuur komt hiermede overeen in het Z -vlak, indien $Z = \frac{1}{z}$.

2. Bepaal de wortels der vergelijkingen

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= p_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= p_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= p_3 \end{aligned}$$

met gebruikmaking van determinanten. Bespreek de verschillende mogelijkheden, die zich kunnen voordoen, ook voor het geval de drie bekende termen nul worden.

ANALYTISCHE MEETKUNDE.

(C. I. — W. I. — S. I. — E. I.).

1. Bepaal de meetkundige plaats der middelpunten van de kegelsneden, die door de hoekpunten en door het hoogtepunt van een driehoek gaan.

2. Gegeven een bol:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 4z = 16$$

en een plat vlak:

$$x + 2y + 2z = 0.$$

Gevraagd de grootte van den straal en de coördinaten van het middelpunt van den cirkel, volgens welken dit vlak de bol snijdt.

3. Bepaal de vergelijking van den asymptotenkegel van het oppervlak :

$$2y^2 - 2xy - 2yz - 2zx + 4x + 4z - 1 = 0.$$

BESCHRIJVENDE MEETKUNDE.

1. *Perspectief.*

Een regelmatige vijfzijdige pyramide staat op den grond; de straal van den omgeschreven cirkel van het grondvlak is 5 cm, de hoogte 15 cm. Het hoekpunt A van het grondvlak heeft een afstand van 5 cm tot het tafereel, terwijl de tegenover A gelegen ribbe van het grondvlak op grooteren afstand evenwijdig loopt aan het tafereel. De pyramide wordt gewenteld om een der ribben van het grondvlak, die in A samenkomen, totdat de top in het tafereel ligt.

Gevraagd wordt de perspectief der pyramide in dezen stand met schaduw bij zonlicht.

Horizonhoogte 15 cm; distantie 25 cm; het vlak door het oog, loodrecht op de grondlijn, 15 cm links van A . De lichtstralen loopen evenwijdig aan het tafereel en maken hoeken van 45° met den grond (opening dezer hoeken naar links).

2. *Rechthoekige projectie.*

Van een omwentelingshyperboloïde staat de as loodrecht op het horizontale projectievlak in een punt, dat zich 12 cm vóór het verticale projectievlak bevindt; de keelcirkel heeft een straal van 4 cm en ligt 10 cm boven het horizontale vlak; de beschrijvende lijnen maken hoeken van 45° met de omwentelingsas.

Het oppervlak wordt verlicht door evenwijdige lichtstralen, waarvan de verticale projecties hoeken van 60° met de as van projectie maken (opening dezer hoeken boven de as naar links); hare horizontale projecties maken hoeken van 45° met de as van projectie (opening dezer hoeken onder de as ook naar links).

Bepaal de projecties der assen van de eigenschaduw-grens der hyperboloïde en een willekeurig punt dier grens.

3. *Axonometrie.*

Van het geprojecteerde assenkruis $O'XYZ$ is bekend :

$$\angle YO'Z = 135^\circ, \quad \text{tg } XO'Z = -3.$$

Gegeven de lijnen :

- 1) $x = 0, \quad z = 8;$
- 2) $x^2 + y^2 = 49, \quad z = 0;$
- 3) $y = 0, \quad z = -8;$
- 4) $x = y, \quad 3x = 2z.$

De lijnen 1), 2) en 3) zijn de richtlijnen van een regelvlak; lijn 1) beschrijft, wentelende om lijn 4), een omwentelingshyperboloïde.

Bepaal een punt der doorsnijding van beide oppervlakken, gelegen in den eersten driehoeksvlak en in het raakvlak aan de hyperboloïde, dat gaat door het punt $x = 5, y = 0, z = 0$ en de lijn 1).

Construeer in dit punt het raakvlak aan het regelvlak.

ANALYSE.

(T. — M. I.).

1. Bewijs dat

$$\begin{vmatrix} \sin \alpha & \sin \beta & \sin \gamma \\ \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \end{vmatrix} = 4 \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \sin \frac{1}{2}(\beta - \gamma) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \gamma).$$

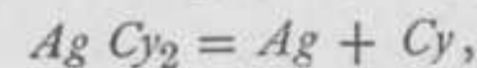
2. In eene verhandeling van C. BRUECKNER, M. CONRAD en W. HECHT (Zeitschr. für phys. Chemie, Dl. 4, 1889, blz. 273) wordt gesproken over de limiet der uitdrukking

$$\frac{1}{n-1} \left(\log \frac{na-x}{a-x} - \log n \right),$$

als n tot de eenheid nadert.

Men vraagt deze limiet te vinden.

3. In eene verhandeling van A. EUCKEN: *Ueber den Einfluss von Ionenreaktionsgeschwindigkeiten auf die Gestalt der Stromspannungskurven* (Zeitschr. für phys. Chemie, Dl. 64, 1908, blz. 562), wordt naar aanleiding der dissociatie van zilvecyanide, volgens de vergelijking



gewag gemaakt van de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2y}{dx^2} = a - by.$$

Gevraagd deze te integreeren voor $a = 3$ en $b = 4$.

ANALYSE.

(B. I.).

$$\begin{vmatrix} \sin \alpha & \sin \beta & \sin \gamma \\ \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \end{vmatrix} = 4 \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \sin \frac{1}{2}(\beta - \gamma) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \gamma).$$

2. Een raam heeft den vorm van een rechthoek, waarop een halve cirkel staat.

Welke verhouding bestaat tusschen de verschillende afmetingen, als het bij gegeven omtrek zooveel mogelijk licht moet doorlaten?

3. Een koepel, waarvan de hoogte 6 M bedraagt en de middellijn van de basis 4,4 M lang is, heeft den vorm van een omwentelingsparaboloïde.

Bereken den inhoud en het ronde oppervlak.

ANALYTISCHE MEETKUNDE

(B. I. — T. — M. I.).

1. Op twee onderling loodrechte stralen van een cirkel bewegen zich twee punten P en Q zóó, dat de som der afstanden van P en Q tot het middelpunt, met inachtneming der teekens, steeds gelijk is aan de middellijn van den cirkel.

Onderzoek en teeken de meetkundige plaats van het snijpunt der poollijnen van P en Q ten opzichte van den cirkel.

2. Van een ellipsis de vergelijking $x^2 + 49(y^2 - 1) = 0$. Gevraagd wordt de vergelijking eener rechte lijn, die evenwijdig loopt met de lijn $x = y$ en die de ellips in uiteinden van toegevoegde middellijnen snijdt.

Tevens wordt gevraagd die lijn te construeeren zonder gebruik te maken van de resultaten der voorgaande berekening.

3. Een bol, die tot straal heeft den afstand van twee gegeven elkaar kruisende lijnen l_1 en l_2 , raakt aan l_1 in het snijpunt van l_1 met de gemeenschappelijke loodlijn van l_1 en l_2 , en gaat bovendien door een gegeven punt P .

Zoo l_1 samenvalt met de X -as van een rechthoekig assenkruis, l_2 gegeven is door de vergelijkingen $7x + 5z + 1 = 0$ en $4y - 3z = 25$ en het punt P tot coördinaten heeft $x = -1$, $y = 1$, $z = 4$, vraagt men de vergelijking van den bol te bepalen.

THEORETISCHE MECHANICA.
(TECHNOLOGEN).

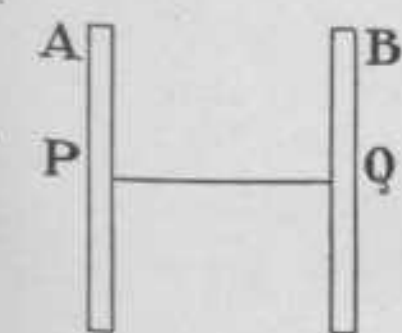
1. Zoek eene formule voor de aantrekkingskracht, die bestaat tusschen een stoffelijk punt en eene onbegrensde stoffelijke rechte lijn, die zich op een afstand a van elkaar bevinden.

2. Als mag worden aangenomen dat een lichaam, van eene hoogte h vallende, een weerstand ondervindt, die evenredig met de valsnelheid is, zoek dan eene formule voor den valtijd.

NATUURKUNDE.

Algemeene cursus, 1^{ste} deel.

1.



Twee ronde staven A en B zijn verbonden door een metaaldraad PQ , waarvoor men de contractieverhouding m wil bepalen (proef van SEARLE). Daartoe worden de staven opgehangen aan twee in P en Q bevestigde vertikale draden, zoodat de staven in een horizontaal vlak komen te liggen, en daaraan door buiging van den verbindingsdraad een slingerbeweging gegeven. In twee minuten worden 198 slingeringen uitgevoerd. Vervolgens wordt de staaf A horizontaal bevestigd, zoo dat de verbindingsdraad vertikaal naar

beneden hangt, en met B een torieslinger vormt. Er geschieden dan 124 slingeringen in twee minuten.

Bereken daaruit m , met afleiding van de benodigde formules.

2.

Stel in een p - v -diagram graphisch voor de adiabatiscche samendrukking van een kilogram van een ideaal gas, van een begintemperatuur van 0° C. tot een eindtemperatuur van 50° C. Bereken den inhoud van de figuur begrensd door dezen adiabaat, door twee lijnen evenwijdig aan de v -as getrokken door begin- en eindpunt van den adiabaat, en door de p -as.

Gegeven: $c_p = 0,238$, $E = 427$.

Algemeene cursus, 2^{de} deel.

1.

Een draad, gebogen in den vorm van een vierkant, met zijden van 12 cm, wordt doorlopen door een stroom van 5 ampère. Bereken de magnetische kracht in een punt, gelegen in de lijn door het middelpunt van het vierkant loodrecht op het vlak daarvan getrokken, op een afstand van 17 cm van dat vlak.

2.

Een oplossing van $CuSO_4$ wordt doorlopen door een stroom van $\frac{1}{10}$ ampère. De doorsnede loodrecht op de stroomrichting is 50 cm^2 . Bereken de snelheden, waarmede de beide ionensoorten zich in of tegengesteld aan de stroomrichting verplaatsen, als gegeven zijn:

de concentratie = 10^{-5} gr. aeq./ cm^3 ,

de dissociatiegraad = 0,62,

het electrochemisch equivalent van $Cu = 0,3294$ mg/amp. sec,

de verhouding der beide snelheden $\frac{V_{Cu}}{V_{SO_4}} = 0,69$,

het atoomgewicht van koper = 63,6.

Technische Warmteleer.

1.

In een cilinder, afgesloten door een zuiger, bevindt zich een ideaal gas van de absolute temperatuur T . Het gas wordt langs omkeerbaren weg afgekoeld door middel van een calorische machine, waarin het werkende lichaam een kringloop van CARNOT volbrengt. Het gas dient voor deze machine als warmte-reservoir, terwijl als tweede warmte-reservoir een lichaam van de constante temperatuur T_0 wordt gebruikt.

Gevraagd, hoeveel arbeid (in cal) totaal door dit stelsel is geleverd, als 10 kg van het gas is afgekoeld van T tot T_0 en daarbij steeds dezelfde spanning behoudt. De warmtecapaciteit van den cilinder zelf wordt buiten rekening gelaten.

Te substitueeren: $T = 600^\circ$ abs., $T_0 = 300$ abs. $c_p = 0,238$, $c_v = 0,169$.

2.

Te bewijzen, dat natte stoom door smoren droger wordt.

Bijzondere onderwerpen.

1.

Te bewijzen, dat de kookpuntsverhooging τ , die optreedt door de oplossing van n grammolekullen in 100 gr van een oplosmiddel, wordt gegeven door

$$\tau = 0,0198 \frac{T^2}{T} n,$$

waarin T het kookpunt en r de verdampingswarmte bij T^0 van het zuivere oplosmiddel voorstelt.

Hoe verandert deze uitdrukking, als er dissociatie optreedt?

2.

Een evenwijdige bundel enkelvoudig licht doorloopt een polarisator, daarna een kwartsplaat in normale richting en ten slotte een analysator. De kwartsplaat is dik $\frac{3}{8}$ mm, geslepen evenwijdig aan de optische as, en zoodanig opgesteld, dat de optische as een hoek van 60° maakt met de trillingsrichting van den polarisator, terwijl de trillingsrichting van den analysator dezen hoek middendoor deelt.

Gegeven: de brekingsindex van kwarts $\omega = 1,544$, $\varepsilon = 1,553$, de golflengte van het licht $\lambda = 0,60 \mu$.

Gevraagd te berekenen de verhouding van de intensiteit van het licht, dat uit den analysator treedt, tot die van het licht, dat op de kwartsplaat valt, wanneer verliezen door terugkaatsing en opslorping buiten rekening worden gelaten.

BERICHTEN EN MEDEDEELINGEN.

Het Bestuur der Mijnbouwkundige Vereeniging heeft zich als volgt geconstitueerd:

| | |
|----------------------------|--|
| Voorzitter, | J. F. van Diermen. |
| Secretaris, | J. R. J. de Greve. |
| Penningmeester, | P. de Haart. |
| Archivaris-bibliothecaris, | W. F. C. Engelbert van Bevervoorde. |
| Afgevaardigde C. C., | J. Grandjean. |

—o—

Bij beschikking van den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken van 14 October 1915 No. 15596¹ Afdeeling O. is met ingang van 16 October 1915 aan H. W. van Ockenburg technoloog te Delft op zijn verzoek eervol ontslag verleend als assistent voor de analytische scheikunde aan de Technische Hoogeschool, terwijl als opvolger is benoemd voor het tijdvak van 16 October 1915 tot en met 31 Augustus 1916 C. F. Rüter te Delft.

—o—

Bij beschikking van den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken van 14 October 1915 No. 15459 Afdeeling O. is voor het tijdvak van 16 October tot en met 31 Augustus 1916 benoemd tot assistent voor de toegepaste mechanica aan de Technische Hoogeschool te Delft, C. H. Holgen te Rijswijk (Z.H.), Regentesselaan 56.