TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCHRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCHRIFT,

ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Abonnementsprijs per jaar f 4,—.

Druk en Administratie Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

6e Jaargang. N°. 3. 15 Nov. 1915.

Inhoud.

Graphische benaderingsoplossing van Knikvraagstukken door H. J. Oosterbeek Jr.

In aansluiting met, en onder verwijzing naar, het artikel in het T. S. T. van 1 October 1915 zal besproken worden de berekening van den stijfheidsfactor voor een rechte staaf met scharnierende uiteinden, die door meerdere krachten axiaal is belast.

Het eigengewicht wordt verwaarloosd. De stijfheidsfactor EI wordt geacht constant te zijn over de volle staaflengte.

Het in bovengenoemd artikel omschreven beginsel zal ook hier worden toegepast. Dientengevolge dragen de uitkomsten der berekening slechts een benaderd karakter.

Er wordt ondersteld dat in de elastische lijn geen buigpunten zullen voorkomen. Men stelle zich voor dat de aangrijpingspunten van alle axiale krachten oorspronkelijk een zeer kleine excentriciteit bezitten, die voor alle krachten aan den zelfden kant der staafas is gelegen. Dan bestaat in dit opzicht zekerheid.

De elastische lijn van de geknikte staaf is een vloeiende kromme, die voor elk veld tusschen twee op elkaar volgende lasten een afzonderlijke vergelijking bezit. Men kan deze vergelijkingen wel vinden, doch zulks vereischt, naast de oplossing van meerdere differentiaalvergelijkingen, ook de bepaling van elliptische integralen. Zelfs als men van vereenvoudigde differentiaalvergelijkingen uitgaat — hetgeen geoorloofd is zoolang de doorbuigingen uiterst klein blijven — worden de berekening en de formules allerminst eenvoudig; de eigenlijke cijferarbeid wordt bij toepassing op een bepaald vraagstuk buitengewoon langwijlig.

Een en ander is oorzaak dat men zich gaarne tevreden stelt met een benaderende rekenwijze, mits deze gemakkelijk is in het gebruik en op beginselen berust, die het waarschijnlijk maken dat de uitkomsten de waarheid tamelijk dicht nabijkomen.

Het hier te behandelen knikvraagstuk zal men in den gestelden vorm niet, of hoogst zelden, in de werkelijke praktijk ontmoeten. Wel zal men dikwijls te doen krijgen met gevallen, welke er mee verwant zijn, doch die zoo ingewikkeld zijn, dat zij voor zuivere wiskundige behandeling geheel of nagenoeg ontoegankelijk blijken. Juist in zulke gevallen zal men met voorliefde benaderingsberekeningen uitvoeren, teneinde eenig houvast te hebben bij de bepaling der afmetingen. De vertrouwbaarheid der berekening zal ten nauwste samenhangen met de beginselen waarop zij steunt; zij zal toenemen naarmate het hypothetisch karakter van het uitgangspunt der berekening geringer is.

Zoodra de staaf in doorgebogen stand is gekomen, (fig. 1), treden, naast de gegeven verticale krachten P_1 P_2 P_3, ook horizontale krachten H op.

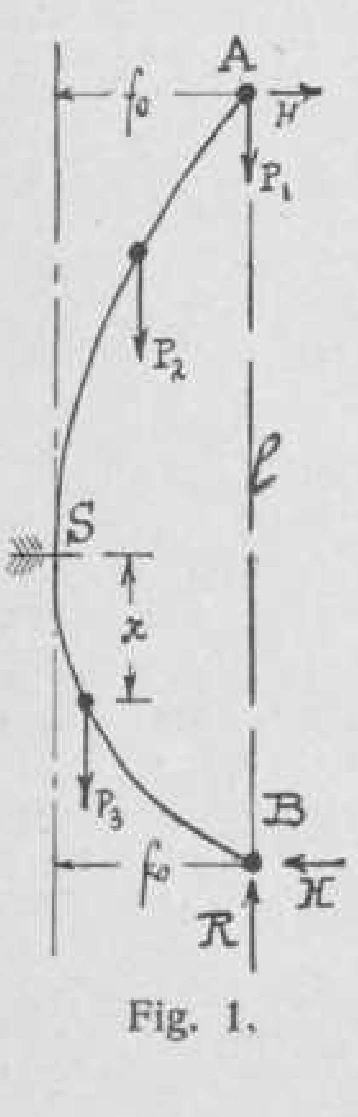


Fig. 1.

Deze krachten H zijn de zijdelingsche reacties der scharnieren; zij verzekeren het evenwicht tegen wenteling van de staaf in haar geheel.

Zoolang de doorbuigingen zeer klein blijven, zullen de momenten, die door de krachten P veroorzaakt worden, nog zeer klein zijn. En dus zullen de krachten H, die werken aan den arm l, nog zeer gering wezen. Dit neemt niet weg dat het buigende moment, hetwelk door H in een willekeurige staafdoorsnede wordt veroorzaakt, van dezelfde orde van grootheid zal zijn als het buigende moment, dat door de krachten P in die doorsnede wordt teweeggebracht.

Hieruit volgt dat de krachten H een belangrijken invloed kunnen hebben op den vorm der elastische lijn, d.w.z. op het z.g. knikgevaar.

Zoolang de doorbuigingen klein blijven, zal, als f_0 voorstelt de grootste plaatselijke doorbuiging, de grootte van H recht evenredig met f_0 gesteld mogen worden. De afstand der scharnieren zal dan nog gelijk genomen mogen worden aan de oorspronkelijke staaflengte l.

De doorsnede S terplaatse van f_0 is niet gedraaid. Zij kan beschouwd worden als een inklemming voor de twee staafdeelen AS en BS.

Men denke zich, om de gedachten te bepalen, dat de staaf oorspronkelijk verticaal stond.

Dan is de raaklijn in S aan de elastische lijn verticaal. De zijdelingsche afwijkingen der scharnierpunten A en B uit de raaklijn in de inklemming zijn even groot

De plaats van S is onbekend. Doch hetgeen opgemerkt werd, is reeds voldoende voor de berekening. Immers men kan als volgt redeneeren:

Neem aan dat, zoolang de doorbuigingen uiterst gering blijven, de elastische lijnen van AS en BS elk voor zich voldoende benaderd kunnen worden door een gewone parabool; S is de top dier parabolen.

Kies in een willekeurig veld tusschen twee op elkaar volgende lasten een doorsnede S, voorloopig geheel willekeurig. Analytisch is de gepleegde willekeur uit te drukken door het invoeren van een onbekende x voor den afstand van S tot één der uiteinden van het veld.

Neem vervolgens f_0 aan en bereken H; deze zal rechtevenredig met f_0 zijn.

Schrijf op, voor elk der staafdeelen AS en BS, het bekende verband:

$EI\, f_0 = \Sigma$ (stat. mom. der mom. vlakken t/o horizontaal door scharnier.)

Het tweede lid bevat f_0 als factor. Deze valt dus weg. En men vindt voor elk der twee staafdeelen een waarde voor EI, uitgedrukt als functie van x.

Aangezien beide EI-waarden gelijk zijn, moet men de tweede leden dier vergelijkingen aan elkaar gelijk stellen.

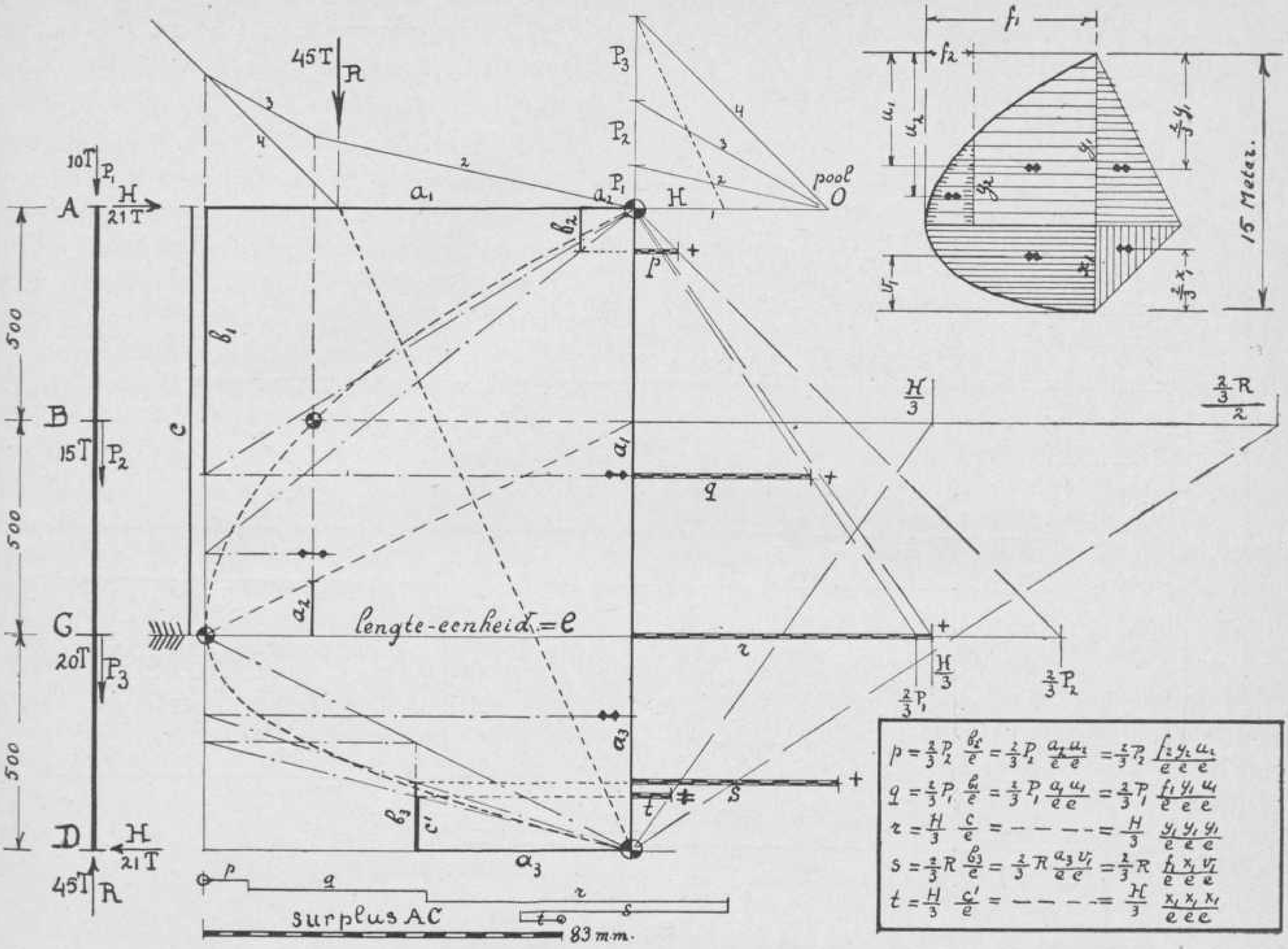


Fig. 2.

Men verkrijgt dan een vergelijking in x; bij nader onderzoek blijkt deze te zijn van den 5[en] graad; zij bezit dus zeker een reëelen wortel.

Die wortel moet kleiner blijken te zijn dan de lengte van het veld, waar men S heeft aangenomen. Wordt hieraan niet voldaan, dan is zulks het bewijs dat men S in een ander veld moet kiezen.

Steeds zal men S zoo kunnen aannemen dat aan dezen eisch voldaan wordt. Waarna de aldus bepaalde waarde voor x tevens de waarde van EI doet kennen.

Het is zeker dat men, door op deze wijze te werk te gaan, het gevraagde kan berekenen. Doch het is van meetaf duidelijk dat het cijferwerk zeer langwijlig dreigt te worden.

Daarom is het aanteraden, een graphische oplossing te bedenken. Deze kan ingericht worden als volgt:

In fig. 2 is C als inklemming gekozen en zijn twee parabolen geteekend. De grootste doorbuiging e is willekeurig aangenomen. Zij is hier e genoemd omdat zij in de verdere berekeningen de rol van lengte-eenheid speelt; dienovereenkomstig is e een rond aantal (hier 10) centimeters lang gemaakt.

Men moet bedenken dat alle doorbuigingen zeer sterk vergroot zijn voorgesteld. Dit verklaart waarom de tusschenpunten B en C op de oorspronkelijke hoogten blijven liggen, evengoed als de scharnieren A en D.

Het punt B is in teekening gebracht met de paraboolconstructie van fig. 3, die hier de meest practische is.

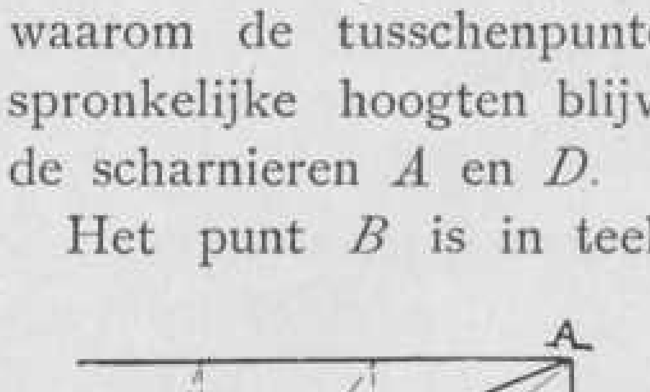


Fig. 3.

Duidelijkheidshalve is de geheele parabool geteekend, ofschoon zulks voor de berekening overbodig was. Wij hebben die parabool

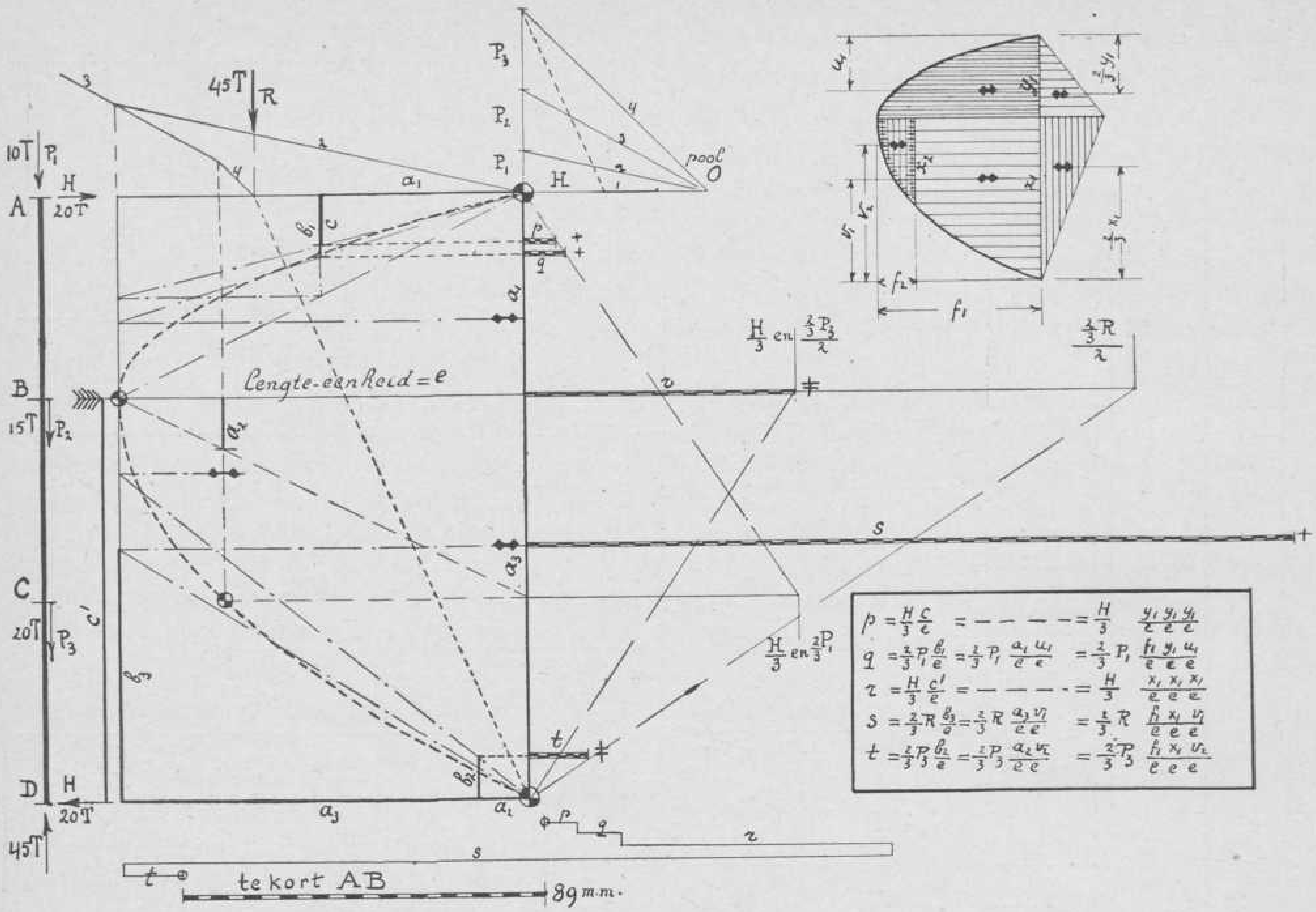


Fig. 4.

geteekend, na het inkten van de eigenlijke berekeningsconstructie teneinde niet gestoord te worden door de daarvoor noodige hulplijnen.

Rechts bovenaan (Fig. 3) is geteekend het schema der momentenvlakken met hunne zwaartepunten; ze zijn deels parabolisch begrensd, deels driehoekig; de driehoekige vlakken zijn afkomstig van H; bij de paraboolsegmenten ligt het zwaartepunt op $\frac{5}{8}$ van de koorde, gemeten van uit de parabool.

In een poolfiguur zijn, op betrekkelijk kleine schaal, de drie krachten P_1 P_2 P_3 uitgezet. De werklijnen dier krachten zijn de verticalen door ABC. Er is een stangenveelhoek bij geteekend. De reactie H van het scharnier A snijdt de resultante R in een punt, dat met D verbonden, de richting aangeeft van de totale reactie van het scharnier D. Deze richting, overgebracht in de poolfiguur, geeft de grootte van H.

Daarna zijn, met den reeds genoemden regel, de zwaartepunten der paraboolsegmenten duidelijk aangegeven, wat betreft hun afstanden tot de horizontale leeslijnen door de scharnieren. Want er moet telkens bepaald worden het statisch moment van een momentenvlak tenopzichte van die leeslijnen; dus oppervlakte maal zwaartepuntsafstand.

De oppervlakte van een paraboolsegment is „$\frac{2}{3}$ pijl maal koorde"; de factor $\frac{2}{3}$ is voorloopig weggelaten.

Door middel van de bekende graphische vermenigvuldiging — zoeken van een 4[e] evenredige bij de gegeven lijnlengten „koorde, pijl en e" — zijn de oppervlakten voorgesteld als lijnlengten. Deze zijn weer graphisch met de bijbehoorende zwaartepuntsafstanden vermenigvuldigd. En tenslotte zijn de aldus gevonden lijnlengten vermenigvuldigd met $\frac{2}{3}$ P. Hiertoe is, vanuit het bijbehoorende scharnier, de lengte-eenheid verticaal afgezet; en zijn, met behulp van een krachtschaal, de krachten $\frac{2}{3}$ P in horizontale richting uitgezet.

Ook $\frac{2}{3}$ R is uitgezet. Doch omdat dit te veel papier zou vorderen, is de daarvoor gebruikte krachtschaal wat anders gekozen; later is hier weer rekening mee gehouden.

Wat betreft de driehoekige momentenvlakken, deze zijn van den vorm $\frac{1}{2}y^2$; de zwaartepuntsafstand is $\frac{2}{3}y$; de kracht is H; het gezochte statische moment is dus $\frac{1}{3}Hy^3$. Daarom is y eerst graphisch tot de 3e macht gebracht en is als kracht $\frac{1}{3}H$ uitgezet.

Zoo zijn de zwaargeteekende horizontale lijnlengten $p\,q\,r\,s\,t$ ontstaan.

Zij zijn deels positief, deels negatief in verband met de overeenkomstige momentenvlakken

Wanneer C werkelijk goed was gekozen, zou hebben moeten blijken dat $(p+q+r)$, die afkomstig is van het staafdeel AC, gelijk werd aan $(s+t)$, die afkomstig is van staafdeel DC.

Er trad een tegenstrijdigheid op, een surplus; het is afzonderlijk aangegeven en er blijkt uit dat, als C inklemming was, de staaf AC verder zou doorbuigen dan de staaf DC.

Daarom is in fig. 4 uitgegaan van B als inklemming. Ook dit bleek verkeerd. De tegenstrijdigheid werd juist andersom.

De bijschriften op beide figuren trachten het verloop der bewerkingen toe te lichten.

Schattenderwijze is toen fig. 5 geteekend. Deze bleek tamelijk goed te zijn en is verder aangehouden.

De bijschriften op die figuur doen zien hoe men EI berekent. Men heeft niets anders te doen dan $(p+q+r)$ te meten met de krachtschaal en dit te vermenigvuldigen met het kwadraat van de lengte van e, gemeten met de schaal van teekening, d.w.z. met dezelfde schaal als waarop de staaflengte l is afgebeeld.

Eenvoudiger kan het o. i. niet.

Teneinde de duidelijkheid der figuur te bevorderen, zal men wel doen e gelijk of grooter te kiezen dan de lengte van het langste der twee staafgedeelten; men zou b.v. e ongeveer gelijk kunnen maken aan l, teneinde hiervan zeker te zijn; steeds kieze men voor e een rond aantal centimeters.

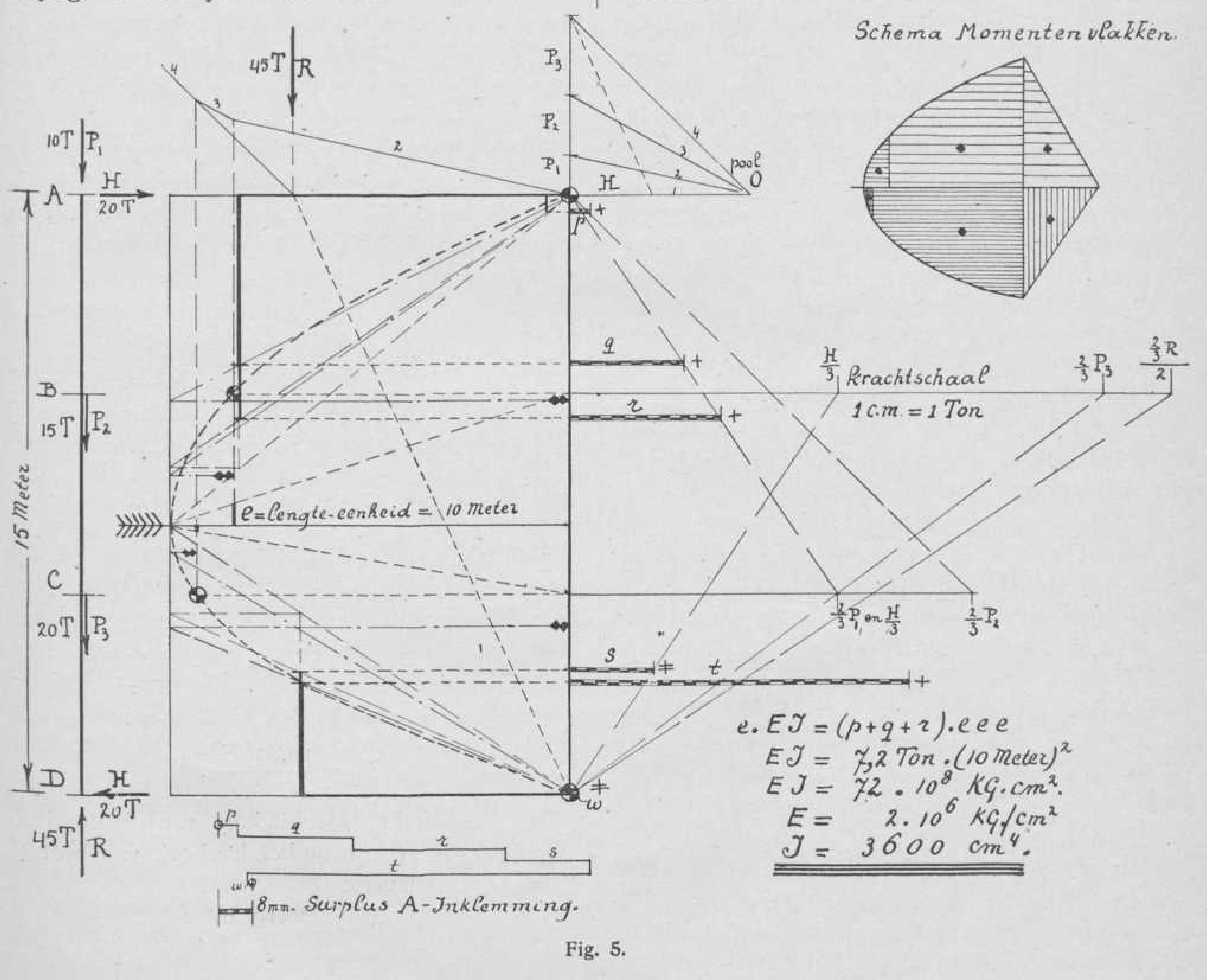


Fig. 5.

Teekent men met niet te hard potlood, dan kan men de proeffiguren weer uitvegen, nadat de gevonden tegenstrijdigheden in teeken en grootte zijn genoteerd; dit dient om, met behulp van een regula falsi of doorgestrookte kromme, snel te ontdekken welke doorsnede, als inklemming gekozen, de meeste kans biedt de tegenstrijdigheden tot nul te doen naderen. De hier gegeven figuren zijn opzettelijk ongunstig gekozen, teneinde de methode duidelijker te kunnen verklaren; ook is met de laatst geteekende figuur genoegen genomen, ofschoon het een kleine moeite zou zijn geweest haar te verbeteren De gevonden waarde $I = 3600$ cm^4 zal waarschijnlijk iets te groot zijn.

Tijdroovend is de berekening geenszins. Zij is na het aanbrengen van doelmatige wijzingen, ook geschikt bij excentrische belasting of als I veranderlijk is. Hierop wordt nog teruggekomen.

Wanneer de aangenomen elastische lijn — hier dus de twee parabolen — voldoende juist is, zal een stangenveelhoek, dien men kan teekenen door het momentenvlak als belastingvlak te beschouwen, weer nagenoeg denzelfden vorm moeten vertoonen.

Door dit na te gaan kan men den parabolischen vorm zoo noodig corrigeeren, doch het vereischt het gebruik van stangenveelhoeken, het opmeten van oppervlakten enz. Een en ander wordt weer eenigszins omslachtig en tijdroovend. Maar in elk geval heeft men hierin een middel om na te gaan of de berekeningsresultaten wel voldoende betrouwbaar zijn. Men zou een groot aantal gevallen kunnen onderzoeken; door de elastische lijn, die uit parabolen bestaat, en de contrôlestangenveelhoek naast elkaar te teekenen en de uitkomsten der onderzoekingen hier mede te deelen, zou een definitief oordeel over de voorgestelde berekeningswijze geveld kunnen worden.

Wij twijfelen niet of een dusdanig onderzoek zou de practische bruikbaarheid ervan bevestigen.

Deze bruikbaarheid blijkt o. a. als men de rekenwijze toepast op het volgende klassieke vraagstuk.

Een rechte verticale staaf met constanten stijfheidsfactor is aan het ondereinde ingeklemd. Het boveneinde wordt door middel van een rechtgeleiding — b.v. een oneindig lange horizontale staaf — gedwongen in de oorspronkelijke verticaal te blijven; het is op te vatten als een scharnier dat zich volgens die verticaal moet blijven bewegen. De staaf draagt een verticale toplast P.

Met verwaarloozing van het eigengewicht der staaf zal dit vraagstuk analytisch worden opgelost.

De elastische lijn wordt in beginsel zooals in fig. 6 is geschetst. Bij C komt een buigpunt. Bij A treedt een horizontale reactie H op. De resultante van H en P gaat door C

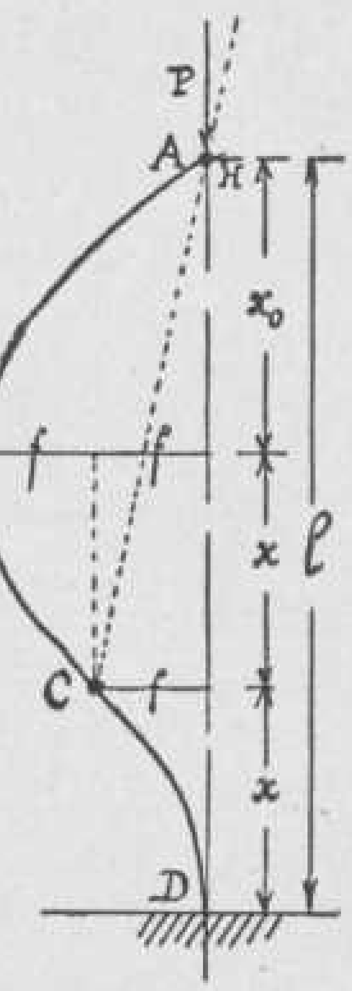


Fig. 6.

De elastische lijn wordt benaderd door drie parabolen. Hiervan zijn er twee gelijk, n.l. BC en CD. Afzonderlijk beschouwd, ziet men dadelijk in dat ze beide veroorzaakt worden door een verticale kracht P en een horizontale kracht H. En omdat de hoekverdraaiing (raaklijnrichting) van C tenopzichte van inklemming B dezelfde is als die van C tenopzichte van inklemming D moeten de oppervlakken der momentenvlakken, die bij BC en CD behooren, gelijk zijn. Bijgevolg komt het buigpunt C halverwege tusschen B en D te liggen.

Schrijft men op dat de horizontale afwijking van A tenopzichte van de raaklijn in B gelijk is aan tweemaal de horizontale afwijking van C tenopzichte van diezelfde raaklijn, dan komt er:

$$\tfrac{2}{3} \cdot P\, 2f \,.\, x_0 \cdot \tfrac{5}{8}\, x_0 - \tfrac{1}{3}\, H\, x_0^3 =$$
$$2\left(\tfrac{2}{3} \,.\, P f x \,.\, \tfrac{5}{8}\, x + \tfrac{1}{3}\, H\, x^3\right).$$

Hierin is $x_0 = l - 2\,x$; en $H = \dfrac{Pf}{l - x}$ Zet men deze waarden in de gevonden vergelijking, waarbij men ter vereenvoudiging $l = 1$ neemt, dan vindt men:

$$3\,x^3 - 11\,x^2 + 13\,x - 2 = 0$$

waarvan een wortel is $x = 0{,}3$.

Gebruikt men deze waarde $x = 0.3\,l$ in de voor het stuk BC opgeschreven vergelijking:

$$E I f = \tfrac{2}{3} \,.\, P f \,.\, x \,.\, \tfrac{5}{8}\, x + \tfrac{1}{3}\, \frac{P f}{l - x} \,.\, x^3$$

die deelbaar is door f, dan vindt men:

$$P = \frac{19{,}85\ EI}{l^2}.$$

Een berekening met behulp van differentiaalvergelijkingen (zie o. a. het leerboek van prof. J. Klopper, c. i) levert:

$$P = \frac{20{,}19\ EI}{l^2}.$$

De benaderingsberekening is hier dus zeer goed en overschat het knikgevaar zelfs een weinig.

Men kan nadat gevonden is $x = 0{,}3\ l$, dit vraagstuk op nog andere wijze vervolgen.

Want het deel AC (Fig. 6) is een staaf, lang $0{,}7 l$, met scharnierende uiteinden, die axiaal belast is door de resultante van P en H. Aan de limiet verkrijgt die resultante de waarde P, na weglating der oneindig kleinen van de 2e orde. De formule van Euler geeft dus:

$$P = \frac{\pi^2\ EI}{(0{,}7 l)^2} = \frac{20{,}14\ EI}{l^2}.$$

Dit is vrijwel de mathematisch juiste uitkomst. En hiermede is tegelijk bewezen dat $x = 0{,}3\ l$ goed is. Doch bovendien dat het vervangen van de sinusoïde AC door twee ongelijke parabolen AB en BC geen bezwaren oplevert.

De geschiktheid van de aanname dat men de elastische lijn door parabolen mag benaderen, kan in het algemeen als volgt duidelijk worden gemaakt.

Wanneer het betreffende momentenvlak door een kromme is begrensd, welker kromming sterker veranderlijk is, b.v. door een sinusoïde, zoo is de oppervlakte kleiner, doch de zwaartepuntsafstand grooter dan bij aanname van een parabool; is de kromming meer standvastig, zooals bij een cirkel, dan is de oppervlakte grooter, doch de zwaartepuntsafstand kleiner. Dus de producten zullen nimmer zoo heel veel kunnen verschillen van hetgeen men met behulp van parabolen berekent. Hypothetisch is die voldoende overeenstemming dus allerminst; zij staat van meetaf vast.

Zoodra een oorspronkelijk rechte staaf niet meer zuiver centrisch is belast — in de practijk is dit een veel voorkomend geval — zullen de excentriciteiten der verticale lasten en scharnierreacties vooraf met juistheid bekend moeten zijn.

Er zullen dan in het algemeen krachten H optreden. Als de excentriciteiten betrekkelijk groot zijn tenopzichte van de toegelaten maximale doorbuiging van de staaf, zal H nagenoeg onafhankelijk zijn van de buiging en kan vooraf worden berekend uit de evenwichtsvoorwaarde tegen wenteling. Dan zal tevens vooraf voldoende juist bekend zijn het momentenvlak, zooals dit door de excentrische krachten P en de krachten H gevormd wordt. Door dit momentenvlak als belastingvlak te beschouwen, is de elastische lijn te vinden enz. En nu kan EI zoo bepaald worden dat de grootste doorbuiging de vooraf gekozen waarde bereikt. Na een keuze van het profiel kan, — eventueel uit een momentenvlak dat verbeterd is met het oog op de doorbuigingen enz. — in elke doorsnede het moment worden afgelezen. En zal de grootste randspanning — als gevolg van dit moment en van de normaalkracht — een bepaalde grens niet mogen overschrijden.

In zoo'n geval verloopt de bepaling van EI eigenlijk geheel onafhankelijk van kniktheorieën.

Het is van belang de oorzaak hiervan op te sporen. Doet men dit dan komt men tot de uitspraak:

De eigenlijke kniktheorieën verliezen grootendeels hunne beteekenis voor de bepaling van EI zoodra de toelaatbare vormverandering van de staaf slechts geringen invloed oefent op de grootte der buigende momenten, d.w.z. op den vorm van het momentenvlak.

Men kan dus het geval van excentrische belasting, met het oog op de practische wijze van berekening, in twee verschillende gevallen onderscheiden.

Het tweede geval treedt op als de excentriciteiten en de toegelaten doorbuigingen van dezelfde orde van grootheid zijn, d. w. z. als hunne verhouding binnen zekere grenzen blijft.

Stel b.v. dat bij de behandelde staaf de excentriciteiten van P_1, P_2 en P_3 respectievelijk waren 1, 2 en 3 cm. En dat men aannam een maximum toelaatbare doorbuiging van $\frac{1}{500}\ l$, dus van 3 cm. Dan zou men moeten beginnen met weer parabolen te teekenen, b.v. zoo dat $e = 3$ cm. was; dus op ware grootte. Vervolgens zou men dan de krachten P excentrisch plaatsen tenopzichte van deze parabolen. En H graphisch bepalen. Aangenomen dat de werklijn der resultante van $P_1\ P_2\ P_3\ H$, de parabolen niet snijdt, dus dat er geen buigpunten in de elastische lijn ontstaan — hetgeen reeds dadelijk op de onjuistheid der parabolen zou wijzen — kan men dan de berekening doorvoeren op de manier als wij aantoonden voor zuiver axiale belasting. Hierbij zal het schema van de verschillende momentenvlakken iets anders worden, omdat elk paraboolsegment met een rechthoek moet worden vergroot.

Ook nu zal uit de overeenstemming van lijnlengten als $(p + q + r)$ en $(s + t)$ blijken, hoe groot EI ongeveer moet zijn; controle met een stangenveelhoek is bij dit soort vraagstukken gewenscht; niet al te groote tegenstrijdigheden worden gedekt door den veiligheidscoëfficiënt.

Samenvattend zou men kunnen zeggen:

Bij zuiver centrische belasting is H rechtevenredig met de doorbuigingen, zoolang deze kleine blijven. Het uitgewerkte voorbeeld wijst in dezen den weg. Een onderzoek naar de optredende spanning blijft noodig.

Bij excentrische belasting is H nagenoeg constant als de excentriciteiten groot zijn tenopzichte van de toegelaten grootste doorbuiging. De kniktheorieën verliezen hier een deel hunner beteekenis. De berekening geschiedt direct, op grond van toegelaten doorbuiging en van spanningen; de toe te passen waarde van EI moet grooter zijn dan wanneer dezelfde lasten centrisch geplaatst worden.

Bij excentrische belasting is H zeer veranderlijk als de excentriciteiten niet groot zijn tenopzichte van de toegelaten grootste doorbuiging. De berekening geschiedt in beginsel als voor zuiver centrische belasting. Ook hier is een onderzoek naar de grootste optredende randspanning noodzakelijk.

Als bij excentrische belasting het geval zich voordoet, dat in een of meerdere tusschengelegen doorsneden het buigend moment nul wordt, is hetgeen in dit artikel werd beweerd niet meer dadelijk van toepassing. De gevallen hiervan zijn in de praktijk veelvuldig.

Het kan mijne bedoeling niet zijn over dit onderwerp een twistgeschrijf te beginnen met den heer MANTEL, die zoo vriendelijk was een nabetrachting te houden bij mijn vorige artikel. Maar evenmin mag ik den heer MANTEL mijne meening onthouden, nu deze belangrijk blijkt af te wijken van de zijne. Kon ik in een vorig artikel verklaren dat de hypothese van den heer MANTEL mij bruikbaar voorkwam, — wat betreft de berekening van knikvraagstukken zooals hij die oorspronkelijk aan de orde stelde, — zoo geldt dit niet meer voor de uitbreiding welke in bedoelde nabetrachting aan de hypothese werd gegeven.

Oppervlakkig geoordeeld — de gegevens om anders te oordeelen ontbreken mij in dezen — schijnt het dat de heer MANTEL onvoldoende gelet heeft op de krachten H. Men zou zelfs kunnen meenen, dat zij over het hoofd werden gezien, dus dat een labiele constructie werd berekend.

Immers in de bekende Eulersche formule $P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$, — die waarschijnlijk het door den heer MANTEL gekozen beginsel inhoudt, ofschoon ik het er niet in vermag te ontdekken —, spelen krachten H geen enkele rol.

Hoe het ook zij, zeker is het dat de staaf, waarvoor ik $I = 3600$ cm^4 berekende, volgens de berekening van den heer MANTEL slechts een $I = 2153$ cm^4 zou vorderen. Dit is een belangrijk verschil, al zou het ook door den „man der praktijk", — welke door den heer MANTEL als arbiter werd ingeroepen en die een vijand schijnt te zijn van eenvoudige rekenkundige bewerkingen — waarschijnlijk niet zijn opgemerkt.

Gelukkig dat het hier een meer theoretisch dan practisch vraagstuk gold en dezelfde man der praktijk geen getuige is van het bezwijken der staaf met $I = 2153$ cm^4. Want dat zij knikken zou, absoluut zeker knikken zou, staat voor mij volkomen vast.

De heer MANTEL koos in zijne nabetrachting een voorbeeld, waarbij de tusschenlasten van 1,4 en 1,2 Ton zeer gering waren tenopzichte van de toplast van 34,1 Ton. De reactie was dus 36,7 Ton.

Voor zoo'n vraagstuk zou ik, — wanneer ik met de opvatting van den heer MANTEL wenschte mee te gaan, hetgeen hier niet het geval is — in de praktijk zelfs in 't geheel niet trachten te reduceeren, doch eenvoudig de formule van Euler toepassen met $P = 36{,}7$ Ton, overwegende dat de traagheidsmomenten der normaalprofillen, die gebruikt moeten worden, de quasi-nauwkeurigheid der berekening geheel overbodig maken.

Antwoord van den Heer MANTEL.

De heer OOSTERBEEK heeft wel gelijk geen twistgeschrijf te willen; er is geen onderwerp, waarover wij zouden moeten twisten. De zoek is naar een bruikbare rekenwijze voor de knikkracht van een staaf met eenige lasten In mijn opstel in *De Ingenieur* van 29 Mei 1915 staat een figuur, die met een parabolische mal geteekend is; de heer O. past de parabool toe voor berekening.

De heer O. komt tot de slotsom, dat mijne formule beperkt moet blijven tot het geval van een ingeklemde staaf met vrij einde en voor een staaf met eindscharnieren te kleine waarde geeft voor de knikkracht; hij vermoedt, dat zijn methode te groote waarde geeft. Ik ben in staat dit te bevestigen; zoo komen wij dus tezamen verder. Ik heb namelijk de knikformule afgeleid voor een prismatische staaf met eindscharnieren, aan een einde gedrukt door een last P_1, in het midden door een last $P_2 - P_1$; is de lengte $2l$ en stelt men

$$\frac{P_1 l^2}{EI} = u^2, \qquad \frac{P_2 l^2}{EI} = v^2$$

dan is de formule:

$$\left(\frac{1}{u^2} - \frac{cotg\ u}{u}\right) + \left(\frac{1}{v^2} - \frac{cotg\ v}{v}\right) - \frac{4}{u^2 + v^2} = 0.$$

Met deze formule heb ik eenige overeenstemmende waarden van P_1 en P_2 berekend, namelijk:

P_1	P_2
0,000	1,89
0,012	1,88
0,049	1,85
0,111	1,81
0,198	1,73
0,309	1,64
0,444	1,52
0,595	1,38
0,694	1,30
0,790	1,21
0,892	1,11
1,000	1,00

$$\text{Eenheid} = \frac{\pi^2 EI}{4 l^2}.$$

Zet men deze waarden als coördinaten uit, dan vindt men punten, welke vrijwel op een rechte lijn liggen. Men zou $P_1 + q\,(P_2 - P_1)$ als knikkracht kunnen stellen, waarbij q afwikkelt van 0,5 tot 0,529. Mijne formule $\Sigma\ (P\ a^2 : l^2)$ zou op $q = 0,25$ neerkomen, en geeft dus te kleine waarden.

Brengen wij de tusschen-lasten van het door den Heer O. behandelde voorbeeld naar het midden over, dan zal de toestand wel ongunstiger worden; als knikkracht zou men nu hebben $P_1 + 0,52\ (P_2 - P_1) = 10 + 0,52 \times 35 = 28,2$. Het cijfer $I = 3600$ van den Heer O. komt overeen met een knikkracht van 31,6. Het is dus zeker te hoog, maar waarschijnlijk dichter bij de waarheid dan de knikkracht van 18,9, welke mijne eerste formule zou geven.

Het is te wenschen, dat de Heer O. zijn onderzoek voortzette.

W. MANTEL.

Artillerie Projectielen,

door H. TH. HALLEGRAEFF, 2de luit. artie.

In het T. S. T. van 1 October 1915 troffen wij eene beschouwing aan omtrent het vervaardigen van projectielen. Deze beschouwing werd ingeleid door enkele mededeelingen omtrent de projectielen zelve. 't Is naar aanleiding van deze laatste, die niet geheel juist waren, dat ik besloot een korte verhandeling in elkaar te zetten, hoofdzakelijk betreffende de soorten projectielen, hare inrichting, de middelen om ze tot ontploffing te brengen enz.

De indeeling der projectielen in soorten zoude ik willen geven, naar gelang van de doelen, welke er mede bevuurd moeten worden, en niet naar de verschillende soorten vuurmonden, waaruit ze verschoten worden, immers een granaat uit een kanon van 6 cM. middellijn (kaliber) verschoten heeft eene minder hevige uitwerking dan een granaat van 15 cM., doch de hoedanigheid van hare uitwerking is dezelfde.

Als oudste soort kunnen we in de eerste plaats noemen:

De kogel. Dit is een massief projectiel, waar dus geen springlading in zit. Indringen is dan ook haar eenige werking. De kogel is behalve voor het geweer, nog bij enkele kustvuurmonden in gebruik tot het doorboren van pantseringen, en in ronden vorm als vulkogel voor de granaatkartets.

Een nog veel en algemeen gebruikte soort projectielen zijn:

Granaten (*obus*). Dit is eigenlijk een verzamelnaam voor drie groepen van projectielen, en wel:

1°. Granaten voor levende doelen.
2°. Granaten voor allerlei soort dekkingen en materiëel.
3°. Granaten, bestemd tot het beschieten van zeer sterk weerstandbiedende doelen.

Alvorens over te gaan tot de bespreking van deze drie soorten, wil ik met een enkel woord beschrijven de inrichting van een granaat in het algemeen.

Waar men vroeger slechts één soort kende, was deze gemaakt van grauw gietijzer. De vorm is een cylinder met een ojiefvormigen kop. Deze kop-vorm is de meest gunstige voor de luchtweerstand. Voorts zien we op het projectiel 2 koperen banden (fig. 1). Deze dienen om het projectiel eene

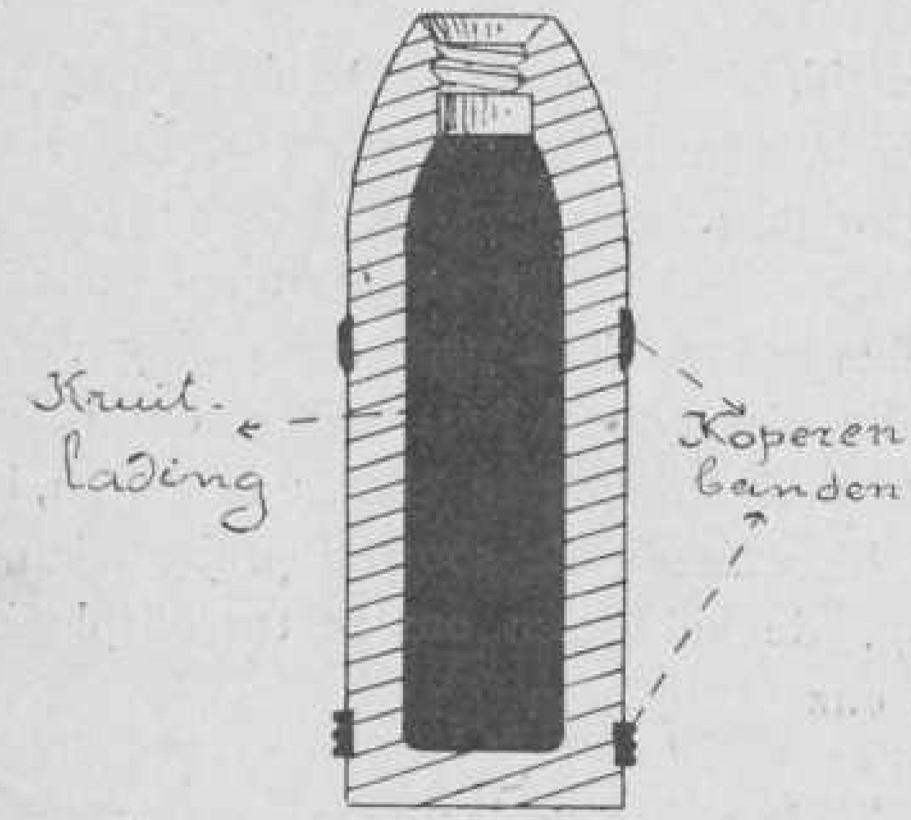


Fig. 1.

draaiende beweging om de lengte-as te geven, en om de lengte-as van het projectiel in den vuurmond te doen samenvallen met hartlijn (ziel-as) van het kanon.

Zooals wellicht bekend is, heeft men een gedeelte van den binnenwand van het kanon weggenomen, waardoor de z.g. trekken ontstaan zijn. Deze zijn in den regel schroefvormig. De overblijvende ruggen heeten velden. De middellijn van het kanon over de velden gemeten is nu het kaliber van den vuurmond. Om slijtage, te grooten weerstand enz., te voorkomen, is de diameter van het projectiel een weinig kleiner genomen.

De diameter van de onderste koperen band is weer grooter gemaakt dan het kaliber van den vuurmond, zoodat door de velden het koper, bij voorwaartsche beweging van het projectiel weggedrukt wordt en er nokken overblijven, die het beloop der trekken volgen, waardoor het projectiel een roteerende beweging krijgt.

De bovenste band scheelt in diameter zoo weinig met 't kaliber, dat hierdoor het projectiel, wat men noemt gecentreerd wordt.

Dit laatste geschiedt bij meer moderne projectielen niet door een koperen band, maar door een verdikking van het metaal van het projectiel, o. a. bij de projectielen der Nederlandsche Veld-Artillerie.

Om op de granaat terug te komen, deze is, behoudens een enkele uitzondering, waarover later, voorzien van eene inrichting om de lading tot ontsteking te brengen. Over deze inrichtingen, „buizen", later.

De granaat is hol en gevuld met een springlading, die kan zijn buskruit, pikrinezuur, ammonol, trinitrotoluol, trolyt enz.

Fig. 1 geeft de doorsnede aan van een gietijzeren granaat, gevuld met rookgevend buskruit.

Na deze beschouwing over granaten in het algemeen is een meer speciale betrachting van de

1⁰. *Granaten tot bestrijding van levende doelen*, aan de beurt.

De bedoeling is, dat de granaat kort vóór- of in het doel springt en op deze wijze een groot aantal scherven verspreidt, die in staat zijn een mensch of paard buiten gevecht te stellen. Het gewicht van die scherven mag niet beneden een zeker minimum (± 13 gram) dalen.

Voor granaten met een meer explosieve stof gevuld dan buskruit, is de snelheid der scherven iets grooter, dus kan 't gewicht iets kleiner zijn, om nog voldoende uitwerking te hebben.

Om bij buskruitgranaten een groot aantal scherven van de gewilde grootte te krijgen, heeft men allerlei methoden, zooals de granaat inwendig van groeven voorzien, waarlangs het metaal bij de explosie verbreekt. Voorts heeft men soms binnen in de granaat een aantal getande ringen, die op elkaar liggen, aangebracht. De ringen verbreken bij de dunste gedeelten, als 't projectiel explodeert, enz. Door toepassing van deze verschillende methoden voorkomt men, dat men te kleine scherven krijgt, of te groote, waarvan men dus meer nuttig effekt zou kunnen hebben.

Naderhand is men er toe gekomen om de mogelijkheid te probeeren, met een granaat, die in de lucht explodeert, doelen welke zich achter verticale dekkingen bevinden, te treffen. Theoretisch is men hierin geslaagd en ook werkelijk in de practijk is deze methode tot uitvoering gekomen en gaf het levenslicht aan de z. g.:

Brisantgranaat. (B. G.)

Om redenen, die ik zoo dadelijk noemen zal, is de B. G. weer aan het verdwijnen, genoeg zij, dat men onder een B. G. (fig. 2) verstaat een ijzeren projectiel, gevuld met buskruit. Midden in dit buskruit steekt een pijp, welke gevuld is met pikrinezuur. Het buskruit nu heeft een tweeledig doel. In de eerste plaats, zou bij een geheele vulling met pikrinezuur, de explosie zoo hevig worden, dat men scherven zou krijgen, van een veel te klein gewicht. Men zou de buskruitlading dus als een soort rem kunnen beschouwen. Het tweede doel is het teweeg brengen van een flinke rookwolk, die noodig is om te kunnen waarnemen hoe het schot terecht komt, tenopzichte van het doel.

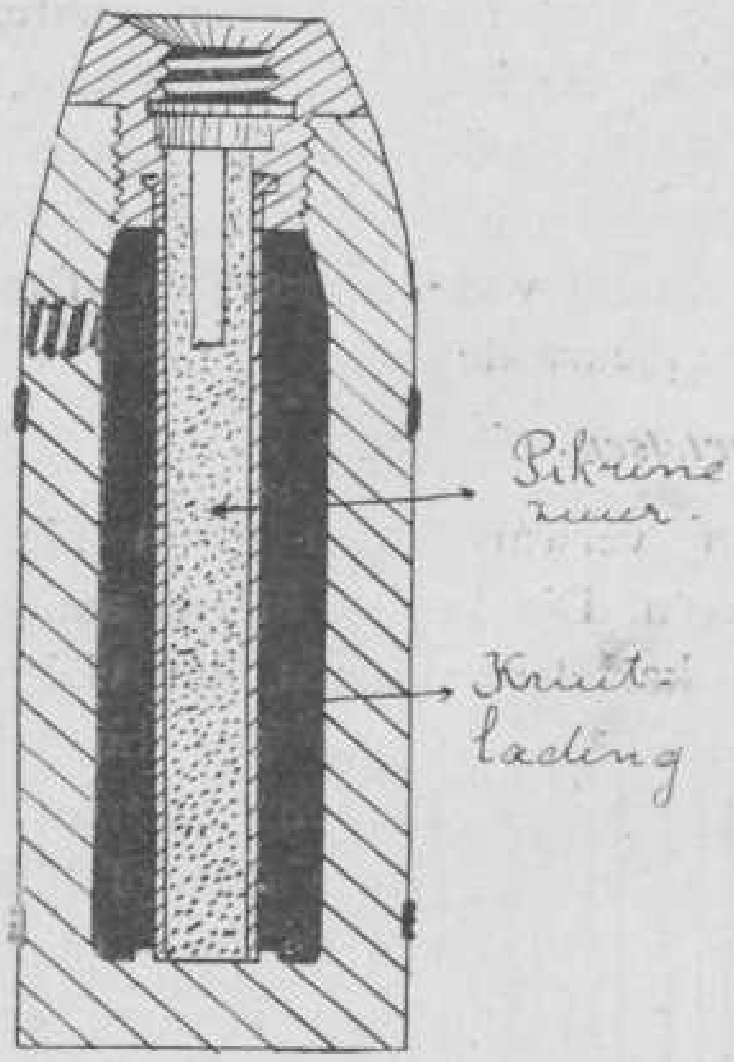


Fig. 2.

Men wil nu het projectiel laten explodeeren, wanneer het zich bevindt ongeveer boven de achterkant der verticale dekking.

Fig 3 geeft aan, hoe men dan een scherfbundel krijgt, die ongeveer loodrecht naar beneden slaat en op zij uit. De bundel, welke naar boven gaat kan vrijwel als verloren worden beschouwd.

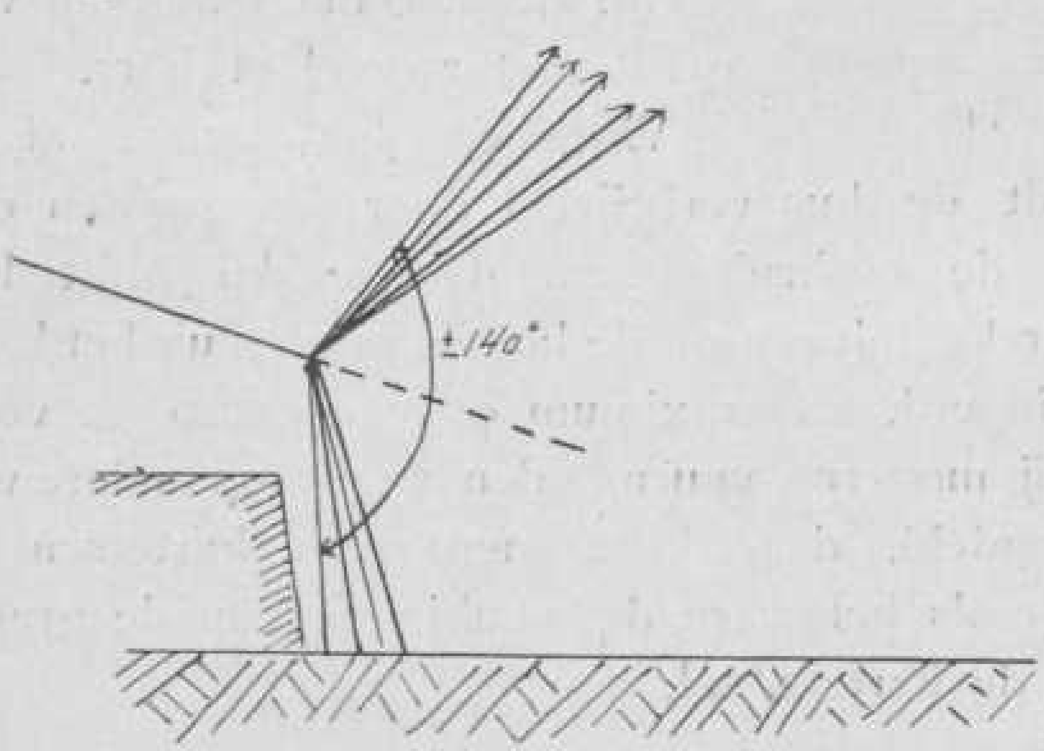


Fig. 3.

De reden, dat men toch niet tot een algemeene invoering is overgegaan, is, dat, wil men uitwerking hebben, de springpunten der projectielen allen moeten liggen ongeveer ter hoogte van meergenoemden achterkant der dekking. En dit nu is door de spreiding, die er ontstaat door het niet even lang branden van de ontstekingsinrichting, niet mogelijk.

Men heeft meer heil gezien in de kamergranaatkartets met tijdschokbuis. Hierover later.

Wel had men noodig een projectiel ter bestrijding van artillerie, gedekt door schilden, want garnaatkartetskogels dringen niet door de moderne schilden heen.

Daarom voerde men in de z.g. Brisante Scherfgranaat met schokbuis (niet te verwarren met de B. G.) Deze springt bij treffen in of kort achter het schild en is zoodoende in staat de personen achter dat schild buiten gevecht te stellen. In de lucht is dit projectiel niet tot explosie te brengen.

De Ned. Veld-Artillerie heeft een dergelijke granaat.

2. *Granaten voor allerlei soort dekkingen en materiaal.*

Deze granaten moeten voldoende sterk zijn om de krachten, die er uitwendig op worden uitgeoefend bij het treffen der dekking, het aanslaan op den grond enz. te weerstaan. Waar men ze vroeger van gietijzer maakte, gebeurt dit tegenwoordig van staal.

Voorts moeten zij een groote lading hebben om een goede mijnwerking te kunnen uitoefenen.

Onder deze rubriek kunnen we weer rangschikken de B. G., doch dan laat men deze ontploffen bij aanslag op den grond.

Het hoofdprojectiel van deze soort is de z.g. mijngranaat. Dit is een projectiel, voorzien van een zoo groot mogelijke springlading. De buis, die het projectiel tot springen brengt, is voorzien van een z. g. vertragingsinrichting, die uitgeschakeld kan worden. De werking hiervan is als volgt: 't Projectiel komt op de dekking, de ontstekingsbuis brengt een vlam voort, die de lading moet ontsteken. Nu is er een cylinder bijzonder buskruit aangebracht, die eerst af moet branden, alvorens de vlam in de lading van het projectiel komt. Dit is inmiddels een eind in de dekking gedrongen en de gassen maken er een groot gat in. Deze vertraging is natuurlijk slechts een onderdeel van een secunde.

Bij enkele geschutsoorten (zwaar- en middelbaar worpgeschut) past men vaak in verhouding langere projectielen toe, eveneens van staal en met een zeer groote lading. Men noemt deze verlengde- of torpedo-granaten.

3°. *Granaten, bestemd tot het beschieten van zeer sterk weerstandbiedende doelen.*

Als verzamelnaam kan het woord: Pantsergranaat gebruikt worden. Wanneer we de ontwikkelingsgang van de Artillerie-techniek nagaan, dan zien we een voortdurende strijd tusschen Pantserplaat en granaat. Op de uitvinding van een betere pantserplaat, aan eene fabriek werd soms door denzelfden firmant geantwoord met een nieuw projectiel, in staat de nieuwe plaat te bestrijden.

Men heeft, gedeeltelijk als gevolg hiervan verschillende soorten pantsergranaten.

Enkele zijn niet met een springlading gevuld, andere weer wel.

Wanneer er een springlading in is, dan wordt deze, door de wrijvingswarmte bij het indringen, ontstoken, indien althans de snelheid van treffen minstens 300 M. per sec. bedraagd.

De projectielen mogen bij treffen niet verbrijzeld worden. Daartoe is een zeer taai materiaal noodig. De kop echter moet zeer gunstig en uiterst hard zijn.

Van gietijzeren projectielen is men langzamerhand gekomen op stalen, nikkel- en chroomstalen enz.

Om het breken van de glasharde punt bij het treffen te voorkomen, voorziet men veelal de pantsergranaten van een kap. Deze is van zachter staal dan de kop van het projectiel. De kap doet dienst als de kurk bij een naald, die men in de tafel wil slaan. De vorm van deze kappen is zeer verschillend. (fig. 4).

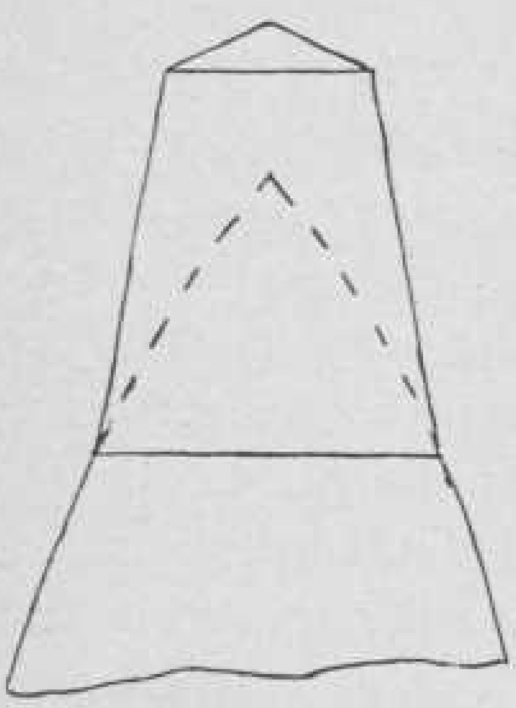


Fig. 4.

Om voorts het breken te voorkomen, mag het projectiel niet te lang zijn. De massa moet evenwel groot zijn, zoodat men de wanddikte grooter ziet dan bij een gewone granaat.

Bovendien bestaan, nog om lichtere pantseringen te bestrijden, de z.g. half-pantsergranaten. Zij hebben een buis in den bodem om de lading te ontsteken. De buis kan hier niet in de kop van het projectiel aangebracht worden omdat deze scherp puntig moet worden. Deze buis is voorzien van een vertraging, zoodat bij dikkere pantseringen de granaat springt als ze zich nog in de pantsering bevindt. Daardoor wordt het gemaakte gat vergroot.

Bij minder dikke pantseringen zal de granaat explodeeren, wanneer de pantsering geheel doorboord is en dan richt ze de noodige verwoesting aan onder het zich achter de pantsering bevindende personeel en materiëel.

Om de vitale deelen van schepen te treffen, zijn de z. g. Briantpantsergranaten tot invoering gekomen. Ze kunnen een pantser, ongeveer even dik als hun middellijn, doorboren en explodeeren daarna.

Hiermede van de granaten afstappende, komen aan de beurt de

Kartetsen. (fig. 5).

Men verwarre den naam niet met granaatkartetsen. Die komen hierna aan de beurt.

De kartetsen dienen om vlak voor den vuurmond een bundel kogels uit te werpen. Daartoe bestaan zij uit een zinken of blikken bus, waarvan de voor- en achterzijde afgesloten is door een dikke ijzeren plaat, aangezien de bodem niet verbrijzeld mag worden. Bij de nieuwere is de kop peervormig en dun.

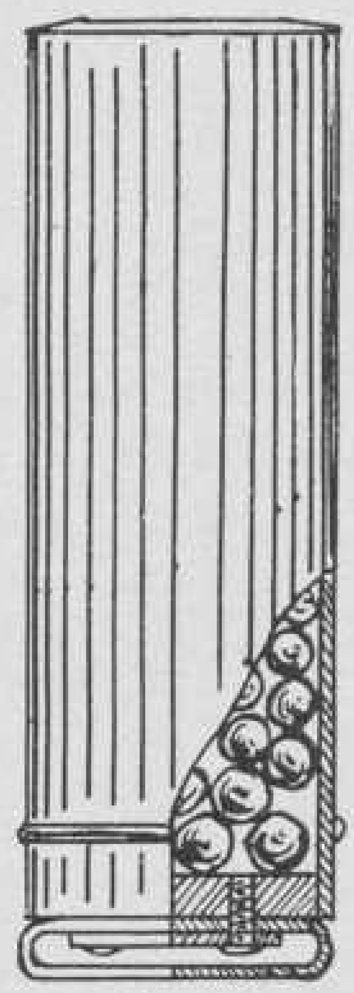


Fig. 5.

Het geheel is gevuld met ronde kogels, die zwaar en hard moeten zijn. In den regel zijn ze van hardlood gemaakt. Ze zijn soms los in de bus, maar meestal vastgezet met zwavel of hars.

Wanneer het schot afgaat, wordt de bus verbrijzeld door den grooten druk van de buskruitgassen. De bodem blijft heel, maar kantelt om en de kogels worden uit het kanon geslingerd, tot maximum ongeveer 400 M. ver.

Bij moderne vuurmonden wordt op andere wijze gehandeld, daar kent men geen kartetsen. Nu volgt als het ware de combinatie van de granaat met de kartets, n.l. de

Granaatkartetsen. (shrapnel).

Deze dienen om levende doelen te beschieten, slechts in uitzonderingsgevallen tegen andere.

Het beste beschouwt men de garnaatkartets als een klein kanon in de lucht. Het projectiel wordt n.l. verschoten met een buis, dien men ná een gewilden tijd het projectiel kan doen springen. Men zorgt nu dien tijd zoodanig te kiezen, dat het projectiel zich bevindt vóór en hooger dan het doel. Een regen van kogels, waarmede de granaatkartets gevuld is, wordt dus over het doel uitgegoten.

De Granaatkartetsen waren holle bolvormige projectielen, die gevuld waren met kogels en kruit.

Een bepaald eind lont brandde af en bracht het projectiel tot springen.

Later is het een langwerpig projectiel geworden, van gietijzer en tenslotte een stalen bus.

De inrichting is nu als volgt (fig. 6). Een stalen bus is gevuld met ronde hard-looden kogels, die onderling met hars, of zwavel, (bij de oudere soorten) zijn vastgezet. Midden hierdoorheen loopt een holle pijp naar het onderste gedeelte van de bus, dat afgesloten is door een eenigszins kegelvormige schijf, de z.g. spiegel. De bedoelde ruimte, de kamer zoowel als de pijp, zijn gevuld met buskruit. Op een gegeven moment nu ontsteekt de buis met een vuurstraal het buskruit in de pijp, waardoorheen de ontsteking gaat naar de kamer, waar al het kruit in gas omgezet wordt. Dit gas drijft de spiegel naar boven, die de kogels uit de bus drijft, de kop wordt verbroken en de kogels bewegen zich in een bundel, die hoe langer hoe ijler wordt, naar het doel.

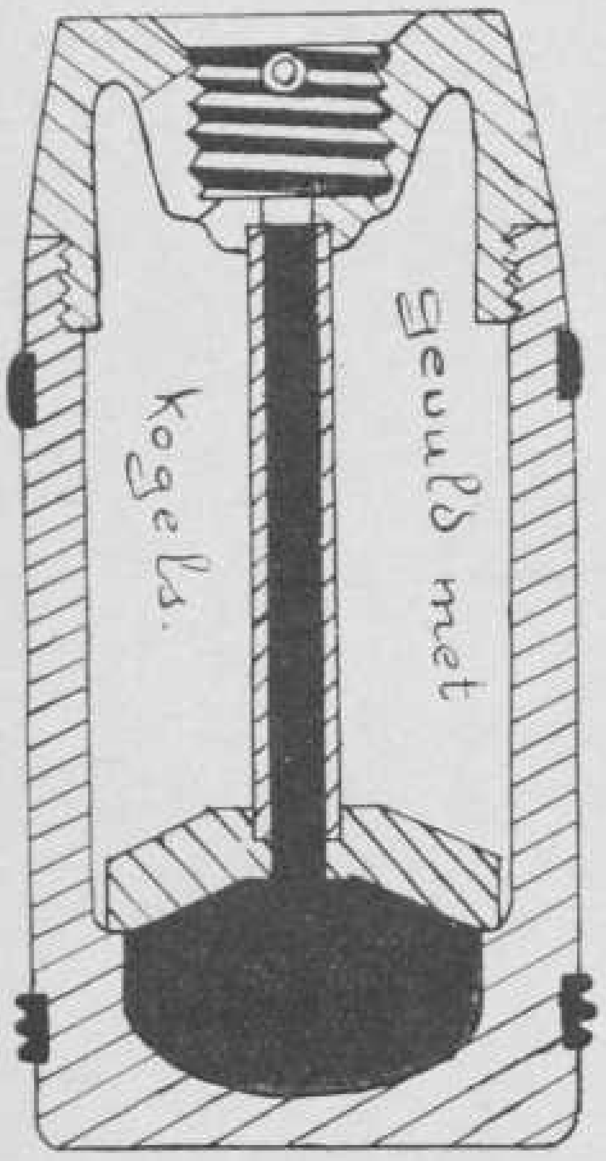


Fig. 6.

Behalve deze garnaatkartetsen heeft men er nog, waarbij de lading zich in den kop van het projectiel bevindt en weer andere met de springlading in een iets wijdere contrôlepijp. Zij springen dus geheel uitelkaar. Voor de springbundel is de kamer achter in het projectiel het meest gunstige.

Bij de Veld-Artillerie heeft men nu mede te voeren granaten en garnaatkartetsen. Een groote vraag is altijd geweest, in welke verhouding moeten deze nu medegenomen worden. De eene batterij zal veel behoefte hebben aan de eene projectielsoort, een tweede batterij aan de andere. De uitvinding van het z.g. eenheidsprojectiel heeft hiervoor een oplossing gebracht. Hierbij zijn als het ware in één projectiel de granaat en de granaatkartets vereenigd, d. w. z. het kan als granaat en als granaatkartets gebruikt worden.

Een veelvuldig in gebruik zijnde soort is die, uitgevonden door een Nederlandsch Artillerie officier, P. D. van Essen, en vervaardigd door de fabriek van Ehrhardt.

Het voorste gedeelte van het projectiel is het granaatgedeelte, het achterste deel de granaatkartets. Op de gewone wijze wordt deze laatste tot explosie gebracht, en dringt dan tevens het voorste granaatgedeelte van zich af, dat verder vrijwel dezelfde baan volgt en bij aanslag op den grond door een afzonderlijke schokinrichting ook nog explodeert.

Springt echter het granaatgedeelte uit elkaar, door een aanslag op den grond, dan zal de vlam ook het granaatkartetsgedeelte doen ontploffen, want de kogels zijn hier met springstof vastgezet. Voorste en achterste gedeelte zijn eenvoudig opelkaar vastgeklemd. Dit laatste geschiedt natuurlijk als men het projectiel zuiver als granaat gebruikt.

Nu rest mij nog een korte bespreking van de middelen, die de projectielen tot explosie brengen. Deze zijn de Schokbuis, de Tijdbuis en de Tijdschokbuis.

1. *De Schokbuis*, (fig. 7).

Vooropgesteld zij, dat er een groot aantal verschillende exemplaren van alle drie soorten bestaan, die principiëel op hetzelfde neerkomen. Doel is, van elk één voorbeeld te geven en hiervoor kies ik de bij de Nederlandsche Artillerie ingebruik zijnde.

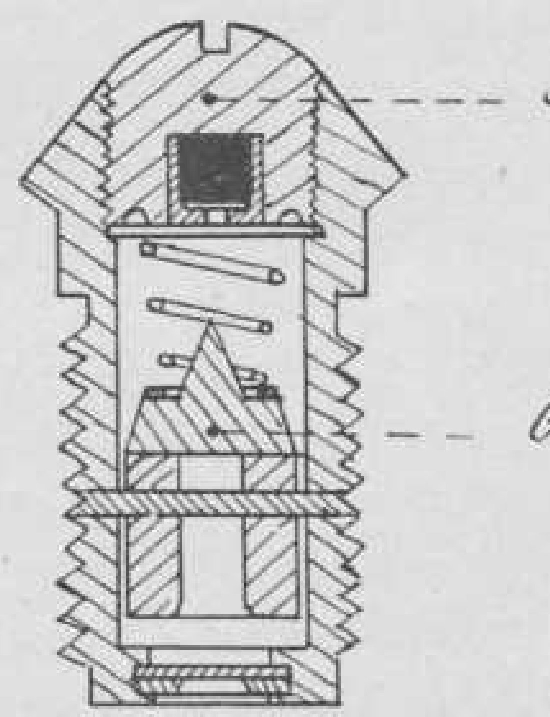


Fig. 7.

De buis is van messing, cylindervormig, met een schroefdraad, waarmede zij in de kop van het projectiel geschroefd wordt. Inwendig is de buis op verschillende diameters uitgeboord.

Van boven is de buis afgesloten door een dop, die aan de onderzijde een uitbreiding heeft, welke gevuld is met z.g. slagsas, d. i. een stof, die bij een slag, heftig ontbrandt. *(a)*.

In de buis is aan een draad van messing opgehangen een hol cylindrisch lichaam *(b)*, aan de bovenzijde voorzien van een scherpen punt, die de uitboring niet afsluit. De onderzijde der buis is door een licht verkapsel afgesloten.

Gaat het schot af, dan krijgt het projectiel een sterken klap naar voren; door de traagheid zal het opgehangen lichaam achterblijven en daarbij de ophangdraad verbreken, en dus op den bodem van de buis blijven liggen. Komt het projectiel op den grond, dan wordt het plotseling sterk vertraagd, het nu losliggende lichaam schiet vooruit, en de punt dringt in de slagas, die dadelijk een sterke vlam geeft, die zich naar de buis voortplant, het verkapsel verbreekt en de lading van het projectiel ontsteekt. Het is natuurlijk een zeer sterke vuurstraal, die een dergelijk langen weg kan afleggen. Het spiraalveertje is slechts een veiligheid, voor het geval buiten het schieten om de ophangdraad is verbroken.

Voor het gebruik in den vuurmond bestaat er natuurlijk geen gevaar voor ontsteking, doordien het lichaam met punt is bevestigd door de draad. Mocht evenwel door een of andere omstandigheid de draad afgebroken zijn, dan is het spiraalveertje krachtig genoeg om de slagas te vrijwaren voor het indringen van die punt. Aangezien de buizen tegen allerlei invloeden, als schokken bij vervoer, vocht enz., bestand moeten zijn, is het begrijpelijker wijze noodig, dat de afwerking zeer zorgvuldig zij.

De schokbuis nu dient om granaten bij het treffen van het doel, of bij den aanslag op den grond te doen springen.

Om projectielen in de lucht te doen exploderen gebruikt men de

Tijdbuis.

Het principe van dezen buis is, dat bij het afgaan van het schot een kolom van een regelmatig verbrandende stof, die we kortheidshalve sas zullen noemen, begint te branden.

De lengte van deze saskolom kan men regelen, zoodanig, dat na een bepaalden tijd de vlam van de verbrandende sas komt voor een met buskruit gevuld kanaal. Dit kanaal voert naar het inwendige, de springlading, van het projectiel, de springlading wordt ontstoken en het projectiel explodeert.

Fig. 8 geeft aan, een voorbeeld van een tijdbuis zooals die gebruikt wordt bij de Nederlandsche Vesting-Artillerie.

De buis bestaat uit het eigenlijke lichaam *a*. Dit kan in den kop van het projectiel geschroefd worden. Het boveneinde is een holle cylinder, uit- en inwendig voorzien van schroefdraad. In den bodem bevindt zich een scherpen punt.

De cylinderwand is voorzien van eenige radiale gaten.

Om het onderste, niet van schroefdraad voorziene, gedeelte van de cylinder zijn twee ringen geschoven, die aan de onderzijde een groef hebben, welke volgeperst is met sas. De onderste ring heeft uitwendig een werveltje (niet te zien in de teekening), dat door een veertje aan de onderzijde steeds naar buiten gedrukt wordt.

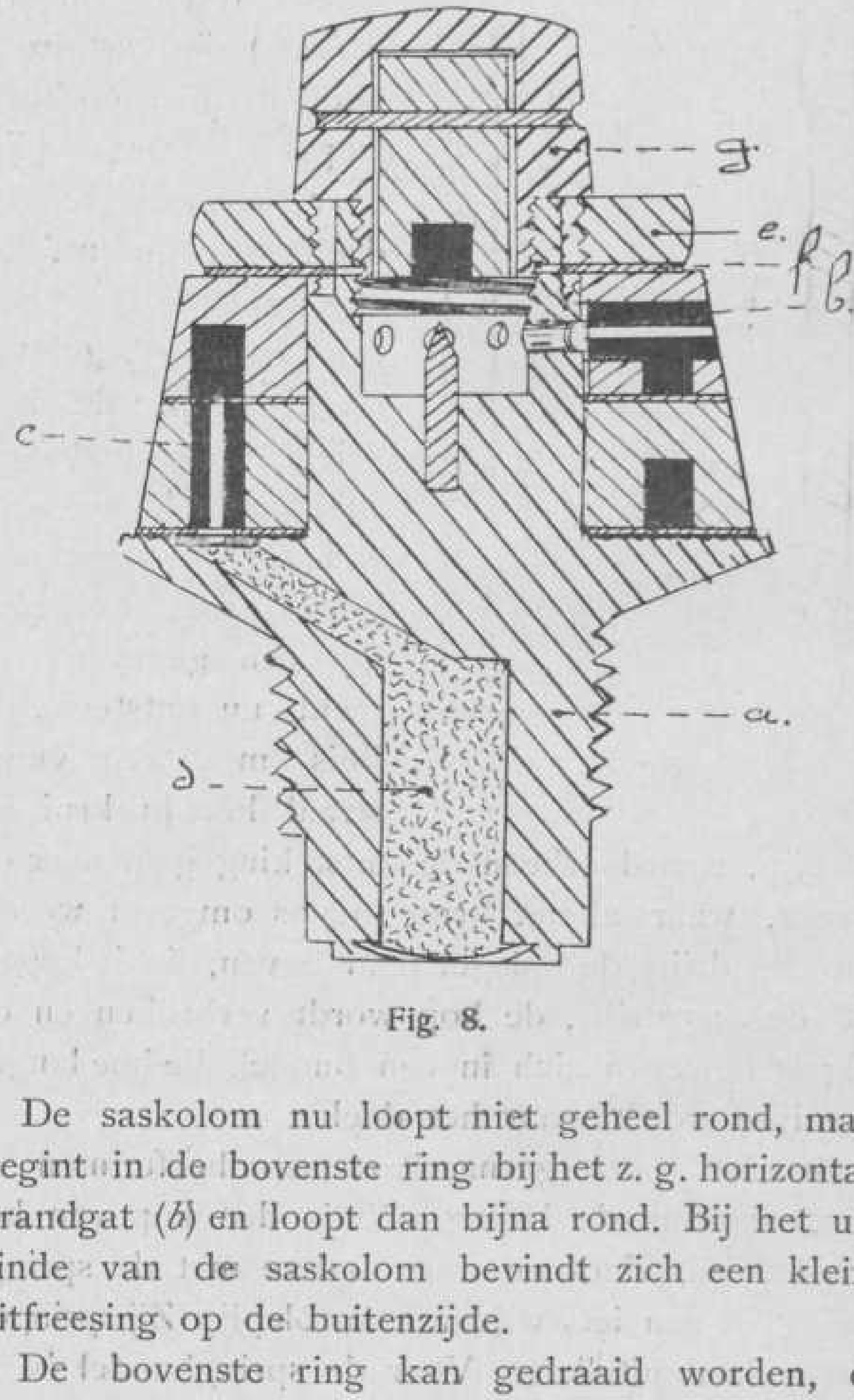


Fig. 8.

De saskolom nu loopt niet geheel rond, maar begint in de bovenste ring bij het z. g. horizontale brandgat (*b*) en loopt dan bijna rond. Bij het uiteinde van de saskolom bevindt zich een kleine uitfreesing op de buitenzijde.

De bovenste ring kan gedraaid worden, de onderste ring draait nu niet mede, want het werveltje is van onder ingedrukt en grijpt daardoor tevens in het metaal van *a* als gevolg waarvan de onderste ring geïmmobiliseerd is.

Komt echter het einde der bovenste saskolom boven het begin van de onderste, dat is bij het z. g. verticale, brandgat *c*, dan is juist de uitfreezing vóór het werveltje gekomen, dat door het veertje aan de onderzijde naar buiten gedrukt wordt en nu grijpt in de genoemde uitfreezing. Daardoor wordt de onderste ring verbonden met de bovenste en tevens vrij van het lichaam der buis.

In het lichaam bevindt zich weder een met kruit gevulde kanaal *d*, dat naar de springaflading voert.

In het geval, dat de onderste ring nu niet aan de bovenste gekoppeld is, geeft het verticale brandgat dadelijk verbinding met het kanaal naar de springlading.

Nemen we voor een oogenblik aan, dat de saskolom bij *b* begint te branden.

Buiten op de ringen staan verdeelingen, hetzij in secunden, hetzij in meters.

Tegenover het begin van het kanaal in het lichaam der buis staat een merkstreep.

Stellen we nu b.v. de verdeeling 15 (sec.) van de bovenste ring hier tegenover, dan wil dit zeggen, dat 15 secunden na het afgaan van het schot, de vlam in de springlading komt. De vlam begint bij *b*, gaat door de saskolom der bovenste ring, tot *c* bereikt wordt, slaat dadelijk door het verticale brandgat in meergenoemd kanaal.

Heeft men een langeren tijd noodig, dan met de bovenste ring gegeven kan worden, dan gebruikt men de combinatie van de beide ringen door de eerste te draaien, tot de tweede er mede verbonden is door het werveltje Het einde van de bovenste kolom bevindt zich dan geïmmobiliseerd boven het verticale brandgat, d. i. het begin van de tweede kolom.

Beide worden nu zoolang gedraaid, tot de gewenschte tijd van de onderste ring boven de merkstreep staat.

De vlam gaat nu van *b*, door de geheele bovenste saskolom, door *c* naar de onderste kolom tot boven het kanaal en slaat daar doorheen naar de springlading.

Het horizontale brandgat is doorgetrokken tot aan de buitenzijde der ring en daar afgesloten door een dun plaatje licht smeltbaar metaal. Bij de ontsteking der saskolom smelt het, daardoor kunnen de ontstane gassen gemakkelijk ontwijken en krijgen we een regelmatige verbranding.

Een klemring *e* zorgt, dat de ringen bij de snelle rotatie van het projectiel op hun plaats blijven. Een tusschenplaatje *f*, dient om bij het vastdraaien van *e* de ringen niet te verstellen. Het heeft twee nokjes, die in verticale groeven van het lichaam van de buis liggen.

Een z. g. slagdop wordt boven in de buis geschroefd (*g*). Deze dop heeft een aan een messing of tindraad opgehangen cylindertje, dat aan de onderzijde volgeperst is met slagsas.

Gaat het schot af, dan vliegt het projectiel weer plotseling vooruit, het lichaampje blijft achter, verbreekt den draad, valt in de punt en er ontstaat een sterke vlam; deze slaat nu door de radicale gaten van het lichaam der buis en moet nu het horizontale brandgat treffen, aangezien dit breeder is dan de afstand tusschen twee van de radiale gaten.

Behalve dit systeem, heeft men nog een ander systeem, dat berust op een uurwerk. Dit heeft echter in de practijk niet zoo goed voldaan.

Tijdschokbuis.

Sommige projectielen, zooals b. v. de Brisant granaat, wil men nu eens op den grond laten springen, dan weer in de lucht. Men zou dus het eene projectiel moeten voorzien van een schokbuis, het andere van een tijdbuis, een groot bezwaar natuurlijk, hetgeen overwonnen is, door de uitvinding van de tijdschokbuis. Deze buis is, zooals naam reeds aanduidt, een combinatie van de schokbuis met de tijdbuis.

Fig. 9 geeft een voorbeeld van een dergelijke buis.

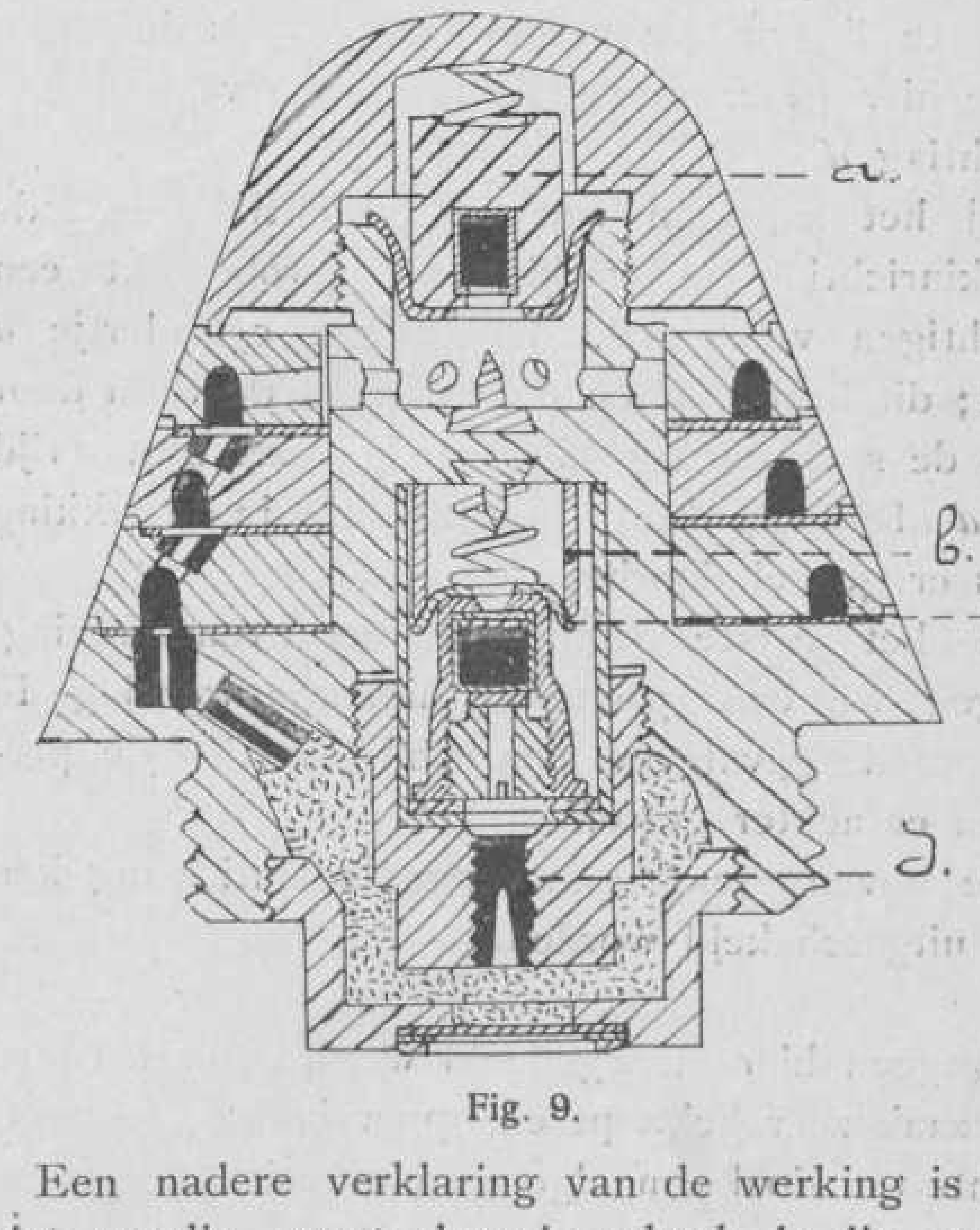


Fig. 9.

Een nadere verklaring van de werking is hier niet noodig, want deze is geheel als die van de schok- en tijdbuis afzonderlijk.

De schokinrichting werkt dus in ieder geval. Wil men de tijdinrichting laten werken, dan stelt men weer de gewilde verdeeling tegenover de merkstreep.

Wil men echter de tijdinrichting uitschakelen, dan wordt, aangezien de kolommen in de ringen niet geheel rondloopen, een vol gedeelte van den ring boven het begin van het kanaal naar de springlading geplaatst (aangegeven door een kruis op de buitenomtrek). De vlam van de saskolom kan dan niet doorslaan naar de springlading.

De hier geteekende buis heeft drie ringen. De cylinder met slagsas voor de tijdinrichting is hier in een vleugel-veertje opgehangen (*a*).

Bij het afgaan van het schot blijft het cylindertje achter, drukt de omgebogen vleugeltjes recht en valt in de er onder aangebrachte punt.

Het lichaam van de schokinrichting zien we reeds onder in de buis liggen, het wordt nu belet om naar voren te komen en met de slagsas in de daartegenover zich bevindende punt te vallen door dat er een vleugelveertje bovenop ligt, waarop weer een ring *b* steunt. Bovendien door het spiraalveertje.

Bij het afgaan van het schot en de plotselinge voorwaartsche beweging van het projectiel blijft de ring *b* achter, drukt de omgebogen vleugels van het veertje *c* plat en komt om het schoklichaam heen te liggen. De verdere werking is duidelijk.

De hier geschetste buis heeft een vertragingsinrichting *d*.

Bij het aanslaan van het projektiel treedt de schokinrichting in werking en veroorzaakt een krachtigen vuurstraal, die in het cylindertje *d* slaat; dit brandt af en daarna slaat de vlam door naar de springlading Gedurende dezen korten tijd dat *d* afbrandt, dringt het projectiel in de dekking of is er geheel doorheen.

In het eerste geval, b.v. een gronddekking, krijgen we een groote opruimende werking. In het tweede geval, b.v. een schild, worden de personen er achter getroffen

De boven geschetste vertragingsinrichting kan niet uitgeschakeld worden.

Hetgeen hier medegedeeld werd, is uit den aard der zaak zeer beknopt en oppervlakkig, en heeft slechts ten doel een algemeen overzicht te geven.

Arbeidsvermogen bij relatieve beweging.

Onder het arbeidsvermogen van beweging van een materieel punt wordt verstaan de levende kracht $^1/_2\, m\, v^2$ ten opzichte van een coördinatenstelsel. In deze uitdrukking $^1/_2\, m\, v^2$ is m de massa van het punt en v de snelheid, die dat punt heeft ten opzichte van het coördinatenstelsel. Door een ander coördinatenstelsel te kiezen, verandert de snelheid v, verandert dus ook de levende kracht $^1/_2 m\, v^2$, heeft dus geen bepaalde waarde.

In het zesde deel van zijn „Vorlesungen über Technische Mechanik" beschouwt Föppl een stelsel van materieele punten, die zich ten opzichte van elkaar bewegen. Van alle coördinatenstelsels, ten opzichte waarvan men de beweging der punten zou kunnen beschouwen, kiest Föppl er één uit en wel het stelsel, waarvan de oorsprong samenvalt met het zwaartepunt van het puntstelsel en waarvoor de drall van het punstelsel nul is. Door de keuze van dit bijzondere coördinatenstelsel, door hem „Hauptbezugssystem" genoemd, krijgt de levende kracht van het stelsel van punten een waarde, die volkomen bepaald is door de relatieve snelheden der punten en door hun massa's.

In de volgende voorbeelden moge deze kwestie nader worden toegelicht.

1. Een vlieg beweegt zich boven de aarde met een snelheid v. De vlieg heeft een massa m. Wat is nu het arbeidsvermogen van de vlieg? Wij zien, staande op de aarde, de vlieg (massa m) bewegen met een snelheid v en zeggen: het arbeidsvermogen van beweging van de vlieg is $^1/_2 m\, v^2$. Maar plaatsen we ons nu eens op het standpunt van de vlieg. Deze ziet de aarde, die de groote massa M heeft, ten opzichte van zichzelf bewegen met de snelheid v. Voor de vlieg zou dus het arbeidsvermogen van beweging van de aarde gelijk zijn aan $^1/_2\, M\, v^2$, een zeer groot bedrag.

Ieder zal wel overtuigd zijn, dat men op de aarde wèl in staat is aan de vlieg op de een of andere wijze een arbeidsvermogen $^1/_2\, m\, v^2$ te ontleenen, maar dat de vlieg niet uit de aarde het zeer groote arbeidsvermogen $^1/_2\, M\, v^2$ kan putten.

Om dit nader op te helderen kan het volgende algemeene vraagstuk worden gesteld:

Twee lichamen 1 en 2 met de massa's m_1 en m_2 bewegen zich ten opzichte van elkaar met een relatieve snelheid v. Wat is het maximum arbeidsvermogen, dat het stelsel, bestaande uit die twee lichamen alléén, kan leveren?

Men kan zich deze twee lichamen alleen in de ruimte voorstellen. Plaatst men zich nu op het lichaam 1, dan kan men van hieruit alleen arbeidsvermogen putten uit het lichaam 2, als 2 een snelheid heeft ten opzichte van 1. Heeft 2 geen snelheid meer ten opzichte van 1, m. a. w. *is hun relatieve snelheid gelijk aan nul, dan is ook het arbeidsvermogen van 2 uitgeput.*

Dit uitputten van het arbeidsvermogen van beweging kan men uitvoeren door de twee lichamen b.v. door een stuk elastiek te verbinden. Plaatst de waarnemer zich nu weer op 1, dan zal hij zien, dat, ten gevolge van de snelheid v, die 2 t. o. z. van 1 heeft, het elastiek wordt gespannen. Het elastiek vertegenwoordigt ten gevolge van zijn spanning een zekere hoeveelheid arbeidsvermogen van plaats, er is arbeidsvermogen van beweging in arbeidsvermogen van plaats omgezet.

De spanning in het elastiek en ook het arbeidsvermogen van plaats, dat het vertegenwoordigt, neemt toe, totdat de snelheid van 2 t. o. z. van 1 gelijk is geworden aan nul. Nu maakt men op dat oogenblik, als dus $v = 0$, het elastiek los, terwijl men op de een of andere wijze zorgt, dat de spanning erin blijft bestaan. Dan heeft men:

het elastiek, dat een zeker arbeidsvermogen van plaats vertegenwoordigt;

de twee lichamen, die geen snelheid meer t. o. z. van elkaar hebben.

Plaatst men zich nu op 1, dan heeft 2 geen snelheid en voor de waarnemer op 1 geen arbeidsvermogen van beweging. Eveneens heeft voor een waarnemer op 2 het lichaam 1 geen snelheid en geen arbeidsvermogen.

Men zou dit dus aldus kunnen uitdrukken:

2 heeft geen arbeidsvermogen meer ten opzichte van 1, of wat hetzelfde is: 1 heeft geen arbeidsvermogen meer ten opzichte van 2.

Voordat de twee lichamen door het elastiek waren verbonden vertegenwoordigden ze wél arbeidsvermogen ten opzichte van elkaar, daar toen hun relatieve snelheid $= v$, ongelijk aan nul was. Dit relatieve arbeidsvermogen is overgegaan in het elastiek, daar na de onttrekking van het arbeidsvermogen door het elastiek, het relatieve arbeidsvermogen van 1 en 2 gelijk nul was.

Relatief arbeidsvermogen van beweging van twee lichamen is dus het arbeidsvermogen van beweging, dat men kan omzetten in arbeidsvermogen van plaats, door de twee lichamen een kracht op *elkaar* te laten uitoefenen.

Dit relatief arbeidsvermogen is uitgeput, zoodra de relatieve snelheid van de twee punten gelijk is aan nul.

2. *Berekening van het relatieve arbeidsvermogen van beweging van twee punten.*

Twee lichamen 1 en 2, massa's m_1 en m_2 bewegen zich ten opzichte van elkaar met een snelheid v. Hoe groot is hun relatief arbeidsvermogen?

In plaats van het stelsel uit te putten door de lichamen 1 en 2 door een elastiek te verbinden, kan men ze een kracht op elkaar laten uitoefenen. K_1 is dus $= - K_2 = K$

Beschouwt men nu de absolute beweging van de punten 1 en 2, (voor het gemak is aangenomen, dat 1 stilstaat) dan is het relatief arbeidsvermogen van beweging = het arbeidsvermogen van beweging in den begintoestand, verminderd met het arbeidsvermogen van beweging in den eindtoestand. Deze eindtoestand is bepaald door $v = 0$.

Voor 1 geldt nu:

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} = K,$$

waarin v de absolute snelheid van 1,

$$m_1 \, dv_1 = K \, dt \quad (1).$$

Voor 2 geldt:

$$m_2 \frac{dv_2}{dt} = - K.$$

$$m_2 \, dv_2 = - K \, dt \quad (2).$$

Door (1) en (2) te combineeren:

$$m_1 \, dv_1 = - m_2 \, dv_2.$$

$$\int_0^t m_1 \, dv_1 = - \int_0^t m_2 \, dv_2$$

$$m_1 \Big|_0^t v_1 + m_2 \Big|_0^t v_2 = 0.$$

Op de tijd o is $v_1 = 0$ en $v_2 = v$.
Op de tijd t is $v = 0$ en dus $v_1 = v_2 = v'$.
De vergelijking wordt dus:

$$m_1 v' - m_1 0 + m_2 v' - m_2 v = 0.$$

$$m_1 v' + m_2 v' = m_2 v.$$

$$v' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v.$$

Het vrijgekomen relatief arbeidsvermogen is dus:

$$\begin{aligned}
&{}^1/_2 m_2 v^2 - ({}^1/_2 m_1 v'^2 + {}^1/_2 m_2 v'^2) = \\
&= {}^1/_2 m_2 v^2 - {}^1/_2 v'^2 (m_1 + m_2) = \\
&= {}^1/_2 m_2 v^2 - {}^1/_2 v^2 \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 (m_1 + m_2) = \\
&= {}^1/_2 m_2 v^2 - {}^1/_2 v^2 \frac{m_2{}^2}{m_1 + m_2} = \\
&= {}^1/_2 v^2 \frac{m_1 m_2 + m_2{}^2 - m_2{}^2}{m_1 + m_2} = {}^1/_2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v^2.
\end{aligned}$$

Dit is dus, zooals te verwachten was, een uitdrukking, waarin de massa's van beide lichamen op dezelfde wijze voorkomen. Waarom nu het arbeidsvermogen van de aarde ten opzichte van de vlieg gelijk is aan ${}^1/_2 m v^2$ en niet gelijk ${}^1/_2 M v^2$, wordt duidelijk, als teller en noemer van de breuk $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ door $m_1 m_2$ worden gedeeld. De uitdrukking wordt dan:

$${}^1/_2 \frac{1}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} v^2.$$

Wordt hierin gesubstitueerd: $m_1 = m$ en $m_2 = M$, dan is het relatief arbeidsvermogen:

$${}^1/_2 \frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{M}} v^2.$$

Daar intusschen M zeer vele malen grooter is dan m, is $\frac{1}{M}$ te verwaarloozen ten opzichte van $\frac{1}{m}$ en wordt dus het arbeidsvermogen bij benadering:

$${}^1/_2 \frac{1}{\frac{1}{m}} v^2 = {}^1/_2 m v^2.$$

Verder kan worden opgemerkt, dat bij volkomen onveerkrachtige botsing het relatief arbeidsvermogen van de twee met elkaar botsende lichamen wordt omgezet in warmte. De hoeveelheid warmte, die hierbij vrijkomt, is dus aequivalent met ${}^1/_2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v^2$.

3. Als van een stelsel alle punten dezelfde snelheid hebben, vertegenwoordigt het stelsel alléén geen arbeidsvermogen (van beweging). Een rivier kan b.v. arbeid leveren door middel van een watermolen, die op de vaste grond staat, daar het stroomende water een snelheid heeft ten opzichte van de vaste wal. Laat men op de rivier met de stroom een schip meedrijven, dan kan men op het schip niet van het arbeidsvermogen van het water profiteeren. Alleen als men het schip (b.v. door een touw) met de vaste wal verbindt, kan men arbeidsvermogen verkrijgen (b.v. door het touw door afwikkelen een as te laten draaien). Men is in het algemeen gewend te zeggen: „de rivier heeft arbeidsvermogen van beweging". Dit is eigenlijk minder juist, want als men geen gebruik maakt van de vaste wal, is dit arbeidsvermogen niet aanwezig. Het arbeidsvermogen zetelt niet in de rivier alleen, ook niet in de vaste wal alleen, maar in de combinatie van rivier met vaste wal, de grootte ervan wordt alleen bepaald door de massa's van het stroomende water en van de vaste grond en door hun relatieve snelheid, dit arbeidsvermogen kan dus relatief worden genoemd.

Met het arbeidsvermogen van de wind heeft men hetzelfde. Niet de wind, d. i. de bewegende lucht, vertegenwoordigt arbeidsvermogen, maar de lucht in vereeniging met de vaste grond bij een windmolen, met het water bij een zeilend schip.

H. Zanstra.

Studiebelangen.

TENTAMENS

voor studenten, welke zich onder de wapenen bevinden.

Hieronder volgt een volledige opgave van tentamens, welke **uitsluitend** door gemobiliseerde studenten afgelegd kunnen worden. Een uitzondering hierop maken de bestaande tentamens, welke ook voor niet-gemobiliseerde studenten blijven gelden. In de niet op deze lijst voorkomende studievakken worden geen tentamens afgenomen. Waar niet uitdrukkelijk anders is vermeld, moeten de aanvragen voor tentamens **vroegtijdig** worden gericht tot de betrokken hoogleeraren.

Voor nadere inlichtingen kan men zich wenden tot de Centrale Commissie.

Namens de Centrale Commissie,
W. VAN LOOKEREN CAMPAGNE, Secretaris.

Civiel Ingenieur.

Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse	W. A. Versluys	
Analyse	J. A. Schouten	
Anal. Meetkunde	J. G. Rutgers	
Beschr. Meetkunde	J. G. Rutgers	
Bouwkunde	G. N. Itz	Voldoend teekenwerk moet ingeleverd worden.
Handteekenen	A. F. Gips	Ter toelating tot dit tentamen zullen ook buiten Delft vervaardigde en gewaarmerkte teekeningen geaccepteerd worden.

Candidaats Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Theor. Mechanica	J. Cardinaal	
Toegep. Mechanica	J. Klopper	
Kennis van Bouwst.	C. K. Visser	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur".
Hydraulica	G. H. de Vries Broekman	
Architectuur	H. Evers	
Werktuigbouwkunde	Bij een der Hoogleeraren: J. C. Dijxhoorn, G. P. Holst Gzn., I. Franco, A. D. F. W. Lichtenbelt	Bij het tentamen wordt een portefeuille ingeleverd. Het tentamen omvat de verschillende gedoceerde onderwerpen. De aanvrage voor het tentamen te richten tot den voorzitter der sub-afdeeling. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering) Dijxhoorn: Donderdag 9—12 u. v.m., Franco: Maandag 9—12 u. v.m., Holst: Dinsdag 2—5 u. n.m., Lichtenbelt: Maandag en Dinsdag n.m.
Electrotechniek	C. L. van der Bilt	Candidaatsexamen Januari: tentamen moet afgelegd worden vóór 15 December. Candidaatsexamen Juni: tentamen moet afgelegd worden vóór 15 Mei. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): Vrijdag 2—4½ u. n.m.
Staatsrecht	J. H. Valckenier Kips	
Administr. Recht	D. van Blom	

Bouwkundig Ingenieur.

Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse	W. H. L. JANSSEN V. RAAY	Zie opmerking hierover bij: „Scheikundig Ingenieur."
Anal. Meetkunde	J. A. SCHOUTEN	
Handteeken	A. F. GIPS	Zie bovenstaande opmerking.

Candidaats Examen.

1ste DEEL.		
Beschr. Meetkunde	J. G. RUTGERS	Bestaand tentamen.
Mechanica	J. KLOPPER	
Architectuur	G. N. ITZ	Voldoend teekenwerk moet ingeleverd worden.
Handteekenen	A. F. GIPS	Zie opmerking onder Prop. examen.
2de DEEL.		
Mechanica	J. KLOPPER	Zie opmerking onder: „Cand. examen, 1ste deel."
Staatsrecht	J. H. VALCKENIER KIPS	
Administr. Recht	D. VAN BLOM	
3de DEEL.		
Waterbouwkunde	J. NELEMANS	Vereischte teekeningen moeten geheel klaar zijn.
Kennis van Bouwst.	C. K. VISSER	

Werktuigkundig Ingenieur.

Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse	W. A. VERSLUYS	
Anal. Meetkunde	J. G. RUTGERS	
Beschr. Meetkunde	J. A. SCHOUTEN	Zie opmerking bij: „Scheikundig Ingenieur."
Werktuigbouwkunde	Bij één der Hoogleeraren:	
	I. FRANCO	
	C. P. HOLST GZN.	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
	A. D. F. W. LICHTENBELT	
	door de sub. afd. aan te wijzen	
Mech. Technologie	L. A. VAN ROYEN	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
Handteekenen	A. F. GIPS	Zie opmerking bij: „Scheikundig Ingenieur."

Candidaats Examen.

1ste DEEL.		
Toegep. Mechanica	C. B. BIEZENO	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
Theor. Mechanica	J. CARDINAAL	
Electrotechniek	C. L. VAN DER BILT	Zie opmerking bij: „Civiel Ingenieur."
Administr. Recht	D. VAN BLOM	
Staatsrecht	J. H. VALCKENIER KIPS	
Kennis van Bouwst.	C. K. VISSER	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
2de DEEL.		
Werktuigbouwkunde	G. BROUWER, Stoomverdeeling. J. C. DIJXSHOORN, Pompen, Stoomturbines, Meetwerktuigen. I. FRANCO, Locomotieven, Hefwerktuigen. C. P. HOLST GZN., Stoomwerktuigen, Stoomketels, Regulateurs.	Het examen omvat: de inlevering van een portefeuille en van verslagen, het maken van schriftelijk werk voor de onderwerpen, waarin geen tentamen werd afgelegd en een mondeling examen. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): BROUWER: Woensdag 2—4 u. n.m., Vrijdag 1—4 u. n.m., DIJXHOORN: Donderdag 9—12 u. v.m., FRANCO: Maandag 9—12 u. v.m., HOLST: Dinsdag 2—5 u. nm.
Mech. Technologie	L. A. VAN ROYEN Is. P. DE VOOYS	Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): VAN ROYEN: Maandag, Dinsdag, Vrijdag en Zaterdag n.m. 2—4 u. DE VOOYS.

Scheepsbouwkundig Ingenieur.

Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse	W. A. VERSLUYS	
Anal. Meetkunde	J. G. RUTGERS	
Beschr. Meetkunde	J. A. SCHOUTEN	Zie opmerking bij: „Scheikundig Ingenieur."
Werktuigbouwkunde	Bij één der Hoogleeraren: I. FRANCO C. P. HOLST GZN. A. D. F. W. LICHTENBELT door de sub afd aan te wijzen	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
Scheepsbouwkunde	H. COP E. VOSSNACK	Portefeuille, geheel of nagenoeg volledig, in te leveren.
Mech. Technologie	L. A. VAN ROYEN	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
Handteekenen.	A. F. GIPS	Zie opmerking hierover bij: „Scheikundig Ingenieur."

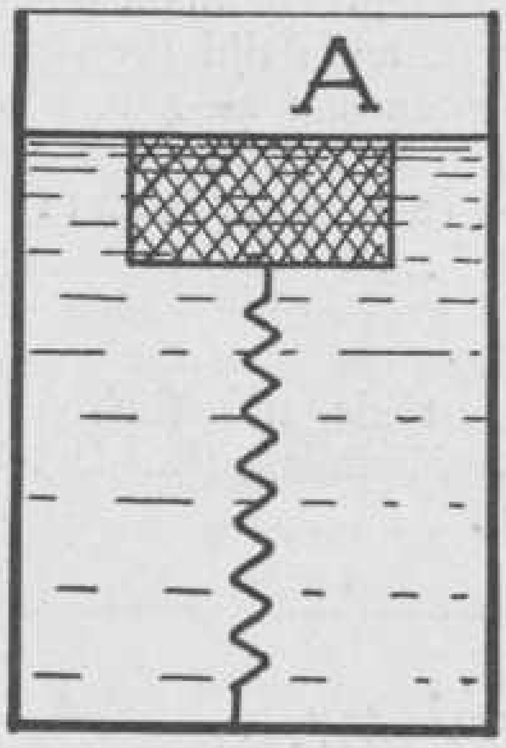
Candidaats Examen.

Toegep. Mechanica	C. B. BIEZENO	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
Theor. Mechanica	J. CARDINAAL	
Waterbouwkunde	W. K. BEHRENS J. NELEMANS	Portefeuille in te leveren.
Werktuigbouwkunde	A. D. F. W. LICHTENBELT	Bij het examen wordt een portefeuille ingeleverd. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): Maandag, Dinsdagnamiddag.
Scheepsbouwkunde	H. COP E. VOSSNACK	Portefeuille, geheel of nagenoeg volledig, in te leveren.
Electrotechniek	C. L. VAN DER BILT	Zie opmerking bij: „Civiel Ingenieur."
Kennis van Bouwst.	C. K. VISSER	Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur."
Staatsrecht	J. H. VALCKENIER KIPS	
Administr. Recht	D. VAN BLOM	

(Wordt vervolgd).

STRIKVRAGEN.

Voor onze nieuwe abonnée's diene de mededeeling, dat oplossingen, alsmede nieuwe problemen gaarne door de redactie worden ingewacht; zoo zij daarvoor in aanmerking komen, volgt plaatsing met vermelding van initialen.



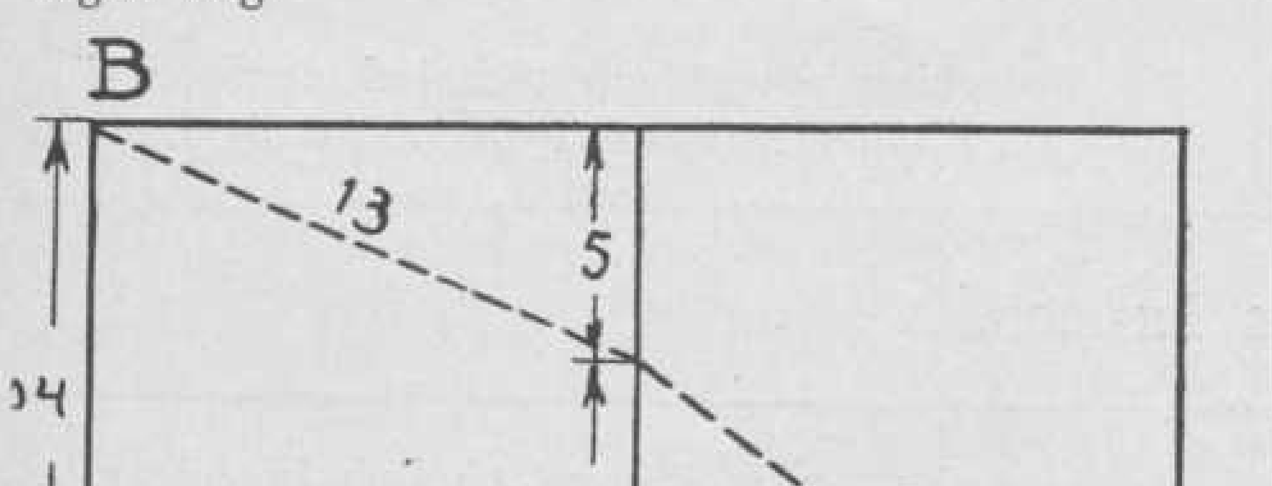
No. 13. Een glas is gedeeltelijk gevuld met water. *A* is een stuk kurk, dat door een gespannen veer, die onder aan den bodem van het glas bevestigd is, in den geteekenden stand gehouden wordt.

Men laat nu glas met inhoud vallen.

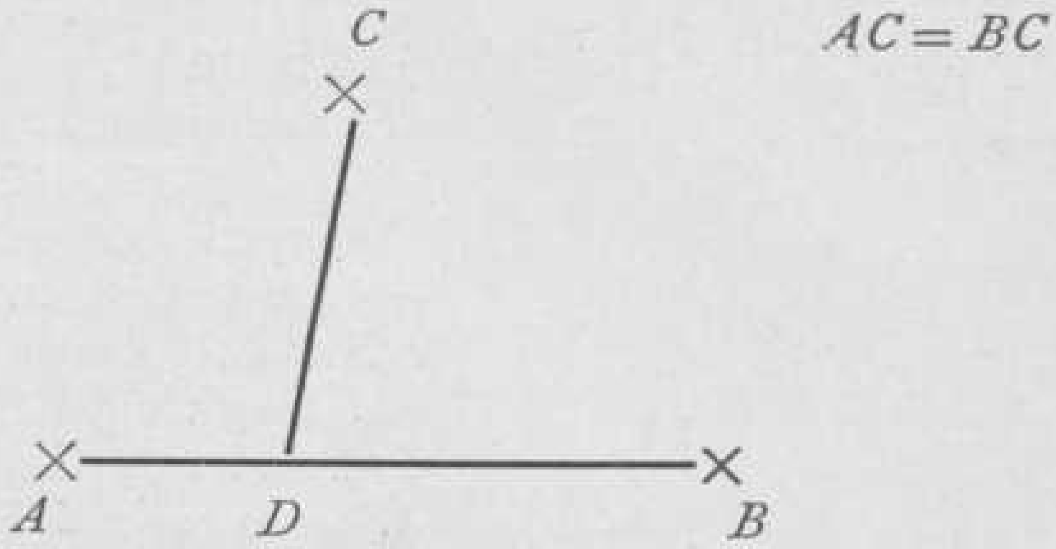
Wat gebeurt er tijdens den val: verandert de stand van de kurk ten opzichte van den bodem van het glas? Wordt de veer dus meer of minder gespannen gedurende den val?

Ingezonden door A. O. S.

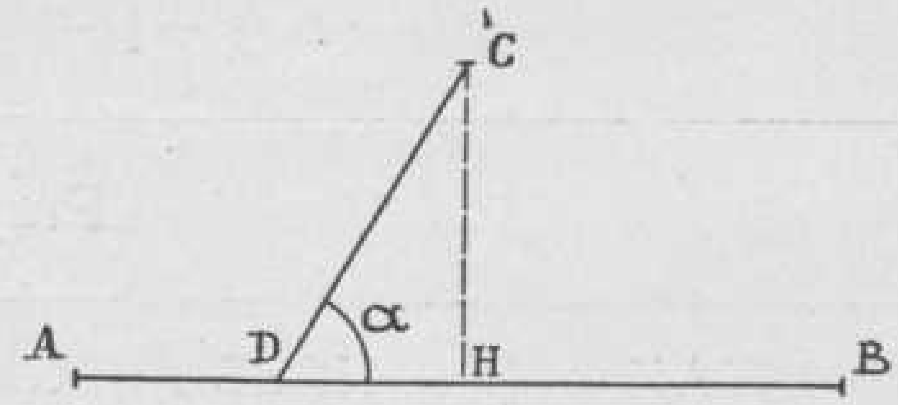
Strikvraag No. 11. Een troep soldaten moet op onderstaand stuk oorlogsterrein van *A* naar *B*; in het linker gedeelte zijn prikkeldraadversperringen, waardoor de marschsnelheid van 3,9 K.M. per uur tot 2,5 per uur wordt teruggebracht. Men vraagt *wiskundig te berekenen* den kortst mogelijken tijd, welke de troep noodig heeft om in *B* te komen en den te volgen weg.

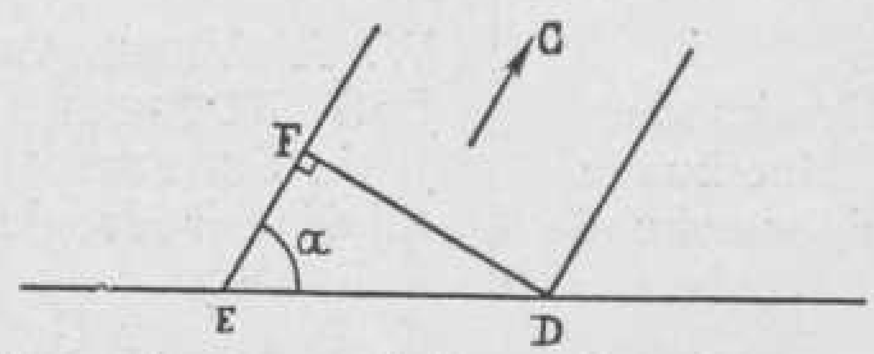


Oplossing. Evenals bij de breking van het licht wordt hier de gevraagde tijd een minimum, wanneer de sinussen van invals- en brekingshoek zich verhouden als de voortplantingssnelheden; dat is met differentiëeren gemakkelijk aan te toonen. Stelt men nu het stuk, dat van de grens van prikkeldraadterrein wordt afgesneden, $= x$, zoo komt er een 4[de] machtsvergelijking, waaruit x is op te lossen; men vindt een wortel $x = 9$ KM. De af te leggen weg wordt 28 KM., en de daarvoor benoodigde tijd $\frac{15}{3.9} + \frac{13}{2.5}$ uur = 9 uur 3 minuten.



No. 12. Bovenstaande figuur geeft de situatie van 3 plaatsen *A*, *B* en *C*; de beide eerstgenoemde zijn door een verkeersweg verbonden. Er moet een nieuwe weg worden ontworpen van *G* uit, dezen weg in *D* ontmoetende. Als het te verwachten verkeer tusschen *A* en *C* 3 × zoo groot is als dat tusschen *B* en *C*, waar moet men dan *D* kiezen?





Oplossing. Het aangeduide verkeer is te vervangen door drie wagens van *C* naar *A* en één van *C* naar *B* gaande, die met gelijke snelheid rijden (bovenste figuur).

We willen nu ervoor zorgen, dat die vier wagens te samen niet meer tijd besteden dan noodig is, d.w.z. de gezamenlijk afgelegde weg moet minimum zijn.

We voeren in: $AH = k$, $CH = l$ en $\angle CDB = \alpha$.

$$3\,CDA + CDB = \text{min.}$$

$$3\left(\frac{l}{\sin\alpha} + k - \frac{l}{tg\,\alpha}\right) + \frac{l}{\sin\alpha} + k + \frac{l}{tg\,\alpha} = \text{min.}$$

$$\frac{4\,l}{\sin\alpha} + 4\,k - \frac{2\,l}{tg\,\alpha} = \text{min.}$$

door 2 deelende en differentieerende naar α:

$$-\frac{2\,l\cos\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{l}{\sin^2\alpha} = 0$$

$$-2\cos\alpha + 1 = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2},\ \alpha = 60^\circ.$$

Sneller komen we tot deze uitkomst door te overwegen, dat indien het punt *D* juist gekozen is, de gezamenlijke weg geen verandering ondergaat bij een zeer kleine verplaatsing van het punt *D*.

Stel de plaats van *D* is juist gekozen. Verplaatsen we nu de driesprong naar *E*.

DE = zeer klein, dan wordt de weg naar A verkort en die naar B verlengd.

Nu moeten de drie wagens naar A samen evenveel tijd uitwinnen als de wagen naar B er langer over zal doen. Bij een andere verhouding der rijtijdsveranderingen begaat men onrecht.

Dit geeft: verlenging weg $CDB - 3 \times$ verkorting weg $CDA = 0$.

$$FE + ED - 3(DE - FE) = 0.$$
$$2\,DE - 4\,FE = 0.$$
$$DE = 2\,FE.$$
$$Cos\,\alpha = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 60^\circ.$$

Hierbij maakten we dus gebruik van een algemeene stelling van de differentiaalrekening (analoog aan de voorwaarde dat voor evenwicht de virtueele arbeid = 0). We merken op, dat alleen de hoek α ter zake doet. Het punt C kan dus ergens tusschen lijnen liggen, die AB in A resp. B snijden onder een hoek van 60°.

Was de verhouding der wagens op A en B niet 3 maar n, dan wordt $cos\,\alpha = \frac{n-1}{n+1}$. v. B.

Oplossing. Wij zullen uitgaan van het beginsel dat de totale kosten van uit te voeren werken minimum worden.

Stel de kosten van aanleg voor de weg $CD = a$ gulden per M1.

Nemen wij aan, dat de kosten van verbetering aan de wegen AD en DB evenredig zijn met het meerdere verkeer, en stellen wij deze voor $DB = b$ per M1, dan worden zij voor $DA = 3\,b$ per M1.

Totale kosten minimum, dus:

$$CD \times a + AD \times 3\,b + DB \times b = \text{min.}$$
$$CD \times a + AD \times 2\,b + (AD + DB) \times b = \text{min.}$$
$$CD \times a + AD \times 2\,b = \text{min.} \qquad (1)$$

Het stuk AE heeft een constante lengte, dus:

$$CD\,cos\,\alpha + AD = C_1$$
$$2\,b\,CD\,cos\,\alpha + 2\,b\,AD = C_2 \qquad (2)$$

(1)—(2) geeft:

$$CD\,(a - 2\,b\,cos\,\alpha) = \text{min.}$$
$$CD = \frac{CH}{sin\,\alpha}$$
$$\frac{a - 2\,b\,cos\,\alpha}{sin\,\alpha}\ \text{min.}$$

De eenige variant is α.

$$\frac{2\,b\,sin^2\,\alpha - (a - 2\,b\,cos\,\alpha)\,cos\,\alpha}{sin^2\,\alpha} = 0$$
$$\frac{2\,b - a\,cos\,\alpha}{sin^2\,\alpha} = 0$$
$$2\,b - a\,cos\,\alpha = 0$$
$$cos\,\alpha = \frac{2\,b}{a}.$$

Dit resultaat wordt hetzelfde als bij de vorige oplossing, indien $a = 4\,b$; wanneer men dus in het onzekere verkeert, welke aanname te maken, kan men zich daar uitredden, door per strekkenden meter aan den bestaanden weg DB een verbetering aan te brengen, welke $\frac{1}{4}$ bedraagt van de aanlegkosten van een nieuwen weg. RED.

BOEKBESPREKING.

LEERBOEK DER BESCHRIJVENDE MEETKUNDE ten dienste van het Middelbaar Onderwijs, door W. A. Piets c.i, leeraar a/d. R. H. B. S. te Gouda, uitgegeven door Js. Bootsma te 's-Gravenhage.

De heer Piets is voor ons geen onbekende. Zijn leerboeken der Beschrijvende en Analytische Meetkunde, voornamelijk ten dienste van studeerenden aan de T. H. en voor de Akte Wiskunde M. O., worden — en terecht — te Delft hoe langer hoe meer gebruikt.

Thans heeft de schrijver ook ten dienste van het Middelbaar Onderwijs een leerboek der Beschrijvende Meetkunde samengesteld. Op het gebied der lagere wiskunde zijn voor ons M. O. zeer vele en daaronder zeer goede leerboeken verschenen. Dat de Heer Piets dit aantal met een nieuw werkje vermeerdert, zal dan ook wel niet tot reden hebben, dat dit boekje in „de bekende behoefte" voorziet. De schrijver erkent dit trouwens ook in zijn voorrede.

Het werkje biedt overigens veel goeds. Bij een leerboek der Beschrijvende Meetkunde voor eerstbeginnenden is het een hoofdvereischte, dat vooral de eerste hoofdstukken, die den leerling in het nieuwe vak inleiden, zoo duidelijk mogelijk zijn. De schrijver is hierin zeer zeker geslaagd. Zijn methode van projecteeren, waarbij het verticale vlak in het horizontale wordt neergeslagen, verdient de voorkeur boven den dikwijls ingeslagen weg, waarbij men het horizontale vlak neerslaat. De hier gevolgde werkwijze is natuurlijker en het zal den leerling gemakkelijker vallen zich een voorstelling te maken van hetgeen hij anders dikwijls machinaal pleegt uit te voeren.

Wenschelijk ware het geweest, wanneer de schrijver, vooral in het begin, doch eveneens bij de volgende hoofdstukken, ook de stereometrische stellingen vermeld had, waarop de verschillende constructies berusten. Dit brengt den leerling tot nadenken en beter inzicht.

Juist gezien is het, eerst een hoofdstukje te wijden aan de rechte lijn met hare twee doorgangspunten, vóór wordt overgegaan tot het aannemen van een derde projectievlak. De ondervinding toch leert dat deze doorgangspunten voor eerstbeginnenden dikwijls een struikelblok zijn, zoodat het beter is eerst de twee projecties met de doorgangspunten van een lijn duidelijk te behandelen, vóór wordt overgegaan tot het aannemen van een derde projectievlak, waardoor de begripsverwarring slechts grooter kan worden.

Aan het neerslaan van vlakken heeft de schrijver een afzonderlijk hoofdstukje gewijd. Het is logischer de hierop betrekking hebbende vraagstukken tegelijk en als één geheel met het aannemen van nieuwe projectievlakken te behandelen. Trouwens over dit laatste had misschien nog wel iets meer mogen worden gezegd, dan de schrijver gemeend heeft te moeten geven.

De wenteling van figuren en lichamen, de regelmatige lichamen, de snijding van lichamen door vlakken en lijnen enz. worden duidelijk en beknopt behandeld.

Een zeer verdienstelijk hoofdstukje heeft de schrijver aan het theoretisch gedeelte nog toegevoegd over het oplossen van vraagstukken. Gemakkelijk voor den leerling is de daar gegeven lijst van Meetkundige plaatsen, terwijl tevens door een paar goedgekozen voorbeelden den weg wordt gewezen, hoe in 't algemeen door analyse en constructie een vraagstuk der Beschrijvende Meetkunde dient te worden opgelost.

Verschillende opgaven vindt men in de tekst, terwijl het boekje sluit met een verzameling examenopgaven, ontleend aan de eindexamens der H. B. S. etc.

De figuren, die in een afzonderlijke atlas zijn bijeengebracht, laten aan duidelijkheid niets te wenschen over.

Hoewel er reeds vele goede leerboeken der Beschrijvende Meetkunde bij 't M. O. in gebruik zijn, zal ook dit werkje ongetwijfeld zijn weg wel vinden. Naast duidelijkheid van behandeling is de beknopte vorm, waarin de schrijver zijn leerboek heeft weten samen te stellen, een der hoofddeugden; want zoowel het programma der H. B. S. als vele leerboeken lijden helaas, aan bedenkelijke overlading. K.

—o—

De inhoud van het laatstverschenen nummer *Gewapend Beton*, Maandblad voor Beton en Gewapend Beton, bevat: Opvanging van metselwerk door middel van een gewapend betonboog, door A. A. Boon c. i. — Het gewapend beton in den modernen oorlog, door P. W. Scharroo. — Berekening van cylindervormige reservoirwanden, die in den bodem zijn ingeklemd, door G. J. M. — Verleende Octrooien. — Boekbespreking. — Literatuuroverzicht. — Korte Berichten. — Uitslag van Aanbestedingen.

BERICHTEN EN MEDEDEELINGEN.

Candidaats-Examens in Januari 1916.

Het College van Rector-Magnificus en Assessoren der Technische Hoogeschool maakt bekend, dat zij, die wenschen deel te nemen aan één der in de maand Januari 1916 af te nemen candidaats-examens, genoemd in de artikelen 8—14 van het Koninklijk besluit van 4 Juli 1905 (Stbl. No. 227), of aan eenig deel dier examens, zooals deze gedeelten zijn vastgesteld bij beschikking van den Minister van Binnenlandsche Zaken dd. 3 Februari 1908 No. 357 H. M. O., hebben zorg te dragen, dat hunne schriftelijke aanmelding, vergezeld van het getuigschrift wegens met gunstig gevolg afgelegd propaedeutisch examen, uiterlijk 26 November 1915 zal zijn ingekomen bij den Secretaris van de Afdeeling, welke het af te leggen examen afneemt.

Voor verdere bijzonderheden wordt verwezen naar de aankondigingen in de gebouwen der Technische Hoogeschool.

De Voorzitter van de Afdeeling der Scheikundige Technologie van de Technische Hoogeschool maakt bekend, dat zij, die wenschen deel te nemen aan het Ingenieurs-Examen voor Scheikundig Ingenieur, dat zal worden afgenomen in Januari 1916, zich daartoe schriftelijk moeten aanmelden bij den Secretaris Prof. Dr. Alph. Steger, Westvest 24, Delft, vóór den 1sten December 1915.

Formulieren voor de aanmelding zijn verkrijgbaar in den Technischen Boekhandel van J. Waltman Jr., Delft

—o—

De Voorzitter van de Afdeeling der Mijnbouwkunde der Technische Hoogeschool maakt bekend, dat zij, die wenschen deel te nemen aan het Ingenieurs-examen voor Mijningenieur, dat zal worden afgenomen in de maand Januari 1916, zich hiervoor schriftelijk hebben aan te melden bij den Secretaris der Afdeeling, Professor W. A. Knol m.i., Instituut voor Mijnbouwkunde, Delft, vóór den 1en December 1915.

Formulieren voor de aanmelding zijn verkrijgbaar in den Technischen Boekhandel J. Waltman Jr. te Delft.

—o—

Bij beschikking van den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken van 11 November 1915 No. 16954 Afdeeling O is met ingang van 1 December 1915 aan Dr. W. D. Cohen, technoloog te Delt, op zijn verzoek eervol ontslag verleend als assistent voor de organische scheikunde aan de Technische Hoogeschool te Delft, en voor het tijdvak van 1 December 1915 tot en met 31 Augustus 1916 als opvolger benoemd Chr. van Loon, alhier, Markt 9.

—o—

Het Bestuur der Electrotechnische Vereeniging is samengesteld als volgt:

J. Weyland,	Voorzitter.
W. Th. Bähler,	Secretaris-Penningmeester.
J. B. Leeuwenberg,	Bibliothecaris-Archivaris, tevens afgevaardigde naar de C. C.

—o—

Het Bestuur van het Technologisch Gezelschap heeft zich als volgt samengesteld:

J. H. W. Rost van Tonningen,	President.
H. W. Mauser Jr.,	Secretaris. (Spoorsingel 68).
E. Bunschoten,	Penningmeester.
Mej. A. Brons,	2e Secretaresse. 2e Penningmeesteresse.
W. L. Utermark,	Vice-President. Afgevaardigde naar de C. C.