

# TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCHRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCHRIFT,

ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Hoofdredacteur: M. C. KORT.

Redactie:

J. C. DEKNATEL,  
L. M. VAN DEN BERG,  
A. G. VON BAUMHAUER,  
W. P. VAN ZON,  
J. B. LEEUWENBERG,  
S. DE WAARD,  
M. C. KORT,

Civiele faculteit,  
Bouwkundige faculteit,  
Werktuigkundige faculteit,  
Scheepsbouwkundige faculteit,  
Electrotechnische faculteit,  
Scheikundige faculteit,  
Mijnbouwkundige faculteit,

Oude Delft 209.  
Redactie-adres.  
Van Leeuwenhoeksingel 5.  
Nieuwe Plantage 74.  
Van Leeuwenhoeksingel 18.  
Van Leeuwenhoeksingel 12.  
Poortlandlaan 32.

Vlaamsche Sub-Redactie:

M. STEENBRUGGE,  
M. VAN DER HAEGHEN,

Werktuigkunde,  
Burgerlijke Bouwkunde,

St. Machariusstraat 1, Gent.  
Coupure 155, Gent.

Luchtvaart: G. D. BOERLAGE, Nieuwelaan 22.

en met welwillende medewerking van verscheidene Hoogleraren aan de T. H.

Abonnementsprijs per jaar f 4,—.

Druk en Administratie Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

6<sup>e</sup> Jaargang.      N<sup>o</sup>. 4.      1 Dec. 1915.

Het auteursrecht van dit tijdschrift wordt  
gewaARBORGD door de Auteurswet 1912.

Alle berichten en mededeelingen zijn buiten  
verantwoordelijkheid van de Redactie.

## Inhoud.

Kapillariteit of oppervlakte-werking, II.

Het Gotische Kruisgewelf, door L. M. van den Berg, b. i.

Betrekkelijke massa, door H. Zanstra.

Absolute massa, door v. B.

De Petersburger Paradox, door H. T. Hoven,  
gep. kapt. ter zee

Vrijwillige Landstormkorps „Motor Vaar-en Voerwezen”.

Studiebelangen (vervolg).

Strikvragen.

## Kapillariteit of oppervlakte-werking.

(Vervolg).

Gaan we nu, voor we tot het chemisch gedeelte overgaan, nog na wat we al zoo weten omtrent de *structuur* der oppervlaktelaag. We hebben gezien, dat aangenomen moet worden een continue-overgang bij aanraking van vloeistof met de damp. Nemen we nu aanraking aan met ander gas, bijv. lucht, zoo krijg ik theoretisch een in dit geval *ternair*-stelsel, waar weinig over te zeggen valt, o. a. zal lucht in de vloeistof oplossen, en ook daardoor de oppervlaktespanning veranderen. Zoo vond All. Ferguson, die op de methode van Cantor oppervlaktespanningen van vloeistoffen nl.  $C_6H_6$ ,  $CHCl_3$ ,  $H_2O$ ,  $CH_3OH$ ,  $C_2H_5OH$ ,  $(C_2H_5)_2O$ , en terpentijn ten opzichte van lucht en  $CO_2$  mat, bij kamertemperatuur waarden voor  $\frac{d\alpha}{\alpha}$  tusschen — 1% en — 2% (bij terpentijn — 0,5%). De vraag is echter of zijn proeven wel nauwkeurig genoeg genomen zijn.

Wij leerden ook reeds de drukverhoudingen in die laag kennen.

Bij *oplossingen* van stoffen hoeft ook in het geheel niet de samenstelling van de vloeistof gelijk aan die van de oppervlakte te zijn. Integendeel, Gibbs leidde juist af, dat stoffen, die de oppervlakte-spanning van een oplosmiddel verlagen, zich concentreeren in de oppervlaktelaag, getrouw aan het principe, dat elk stelsel er naar streeft zijn energie-inhoud te verlagen; en omgekeerd een stof, die de oppervlaktenspanning van een medium verhoogd, trekt uit het oppervlak terug.

Wij zien dus als consequentie hiervan, dat er betrekkelijk veel stoffen kunnen gevonden worden, die in kleine hoeveelheid de oppervlaktenspanning van een medium sterk verlagen, echter weinig, die deze grootte sterk vergrooten.

Deze verschillen in samenstelling van de inwendige vloeistof en de oppervlaktelaag geven ook aanleiding tot het onderscheiden van statische en dynamische oppervlaktenspanning.

1°. De *statische* oppervlaktenspanning wordt bepaald met methoden waarbij aan het oppervlak tijd gelaten wordt zich te vormen; bijv. de methode der kapillaire golven, stijghoogte, bellendruk, enz. Voert men deze metingen zeer snel uit, zoo kan men een overgang van de dynamische  $\alpha$  in de statische  $\alpha$  waarnemen, en de snelheid als functie van de tijd bepalen.

2°. De zeer lastig goed te bepalen *dynamische*  $\alpha$  wordt gemeten met trillende stralen en druppels (geven ook nog verouderingsverschijnselen).

Zoo vond Dupré bij zeepoplossingen reeds veel kleinere  $\alpha$  bij bepaling met de stijghoogte, dan met de methode der trillende stralen.

Raleigh deed metingen aan. Na-oleaat- en saponine oplossing volgens de twee zelfde methodes en vond bijv. voor:

	dynamisch:	statisch:
water	75	75
0,25 % Na-oleaat	79	26
2,5 % „	58	26
saponine-oploss.	73	52

Analoog hieraan is de zogenaamde oppervlakte-taaiheid van oplossingen. Legt men een magnetische naald *op* water en laat haar om een punt draaien zoo worden de slingeringen sneller gedempt als wanneer men hetzelfde *in* het water doet.

Plateau die de proef deed, meende de oorzaak te moeten zien in een grootere *viscositeit*. Schütt herhaalde het experiment en vond dat werkelijk *zuivere* vloeistoffen het verschijnsel *niet* gaven,

wel licht verontreinigde, en dus ook *oplossingen* en meende dat de oorzaak was, dat de naald achter zich een *versch* vloeistofoppervlak maakte, dat met zijn grootere  $\alpha$  de naald tegen hield. Een schijf gaf het verschijnsel dan ook niet.

Schütt schijnt dus proeven genomen te hebben met stoffen die de  $\alpha$  verlagen het versche oppervlak had toch een grootere  $\alpha$ . Mij is niet bekend hoe stoffen zich gedragen die  $\alpha$  *verhoogen*.<sup>1)</sup>

Mag nu bij zuivere vloeistoffen een oppervlakte-viscositeit *afwezig* zijn, bij oplossingen van tal van andere stoffen, bijv. kleurstoffen als fuchsine, methylviolet, en peptonen, ook die waarvan men zeker weet dat zij *echte* en *geen* kolloïdale oplossingen vormen, treed een degelijk bepaalbare oppervlakte-taaiheid op, die met grooter worden van de concentratie toeneemt. Zij is echter niet direct aanwezig, doch komt eerst bij eenige uren staan, waarbij ook de oppervlakte van glanzend mat wordt en bijv. bij fuchsine groenachtig. Metcalf toonde voor de peptonhuidjes aan dat *oxydatie* (zooals bij gesmolten metalen) *niet* de oorzaak ervan was. Als verklaring neemt men aan concentratie (adsorptie) van de oppervlaktenspanning verlagende stof in het vrije vloeistof-oppervlak en gelvorming, respectievelijk omzetting in die laag in moeilijk oplosbare stof. (Deze omzetting kan al of niet omkeerbaar zijn). In beide gevallen kan verwacht dat de oppervlakte-vastheid toeneemt met de concentratie in de oppervlakte. Brengt men de oppervlakte-taaiheid (hoek  $\varphi$ ) in afhankelijkheid van de concentratie in graphische voorstelling, zoo

krijgt men de lijn  $\varphi = \alpha c \frac{1}{n}$ .

L. Berczeller mat met de stalagmometer van Traube bij verschillende druppelsnelheden de  $\alpha$  en vond voor gedistilleerd water en kristalloïde oplossingen een constante  $\alpha$ , dus momentaan instellen van het evenwicht. Bij kolloïde-oplossingen echter verminderde  $\alpha$  met vermindering der drupsnelheden en Berczeller meent hierin een middel te hebben om kolloïden en kristalloïden te onderscheiden.

Men zou zich ook kunnen afvragen *hoe dik* is de oppervlaktelaag. Voor die dikte zijn door de verschillende kapillaristen vele formules afgeleid, die lang niet alle tot hetzelfde resultaat leiden.

1) Wel vond Plateau grootere inwendige viscositeit dan oppervlakte-viscositeit bij alcohol, aether, zwavelkoolstof enz., wat volgens Schütt dus *ook* op onzuiverheden zou moeten wijzen, die hier *andersom* werkten.

Van der Waals vindt zoo, dat bij aannahme van een continu agens, zooals Laplace deed (in plaats van de uit molekulen bestaande vloeistof) de dikte van de oppervlaktelaag bij  $\sigma = \text{constant}$  gelijk moest zijn aan de werkingsfeer der attractiekrachten.

Nu vonden wij bij de afleiding van Laplace dat die werkingsfeer  $r = \frac{H}{K}$  en daar  $H = 2\alpha$  en  $K$  uit de formule van Van der Waals kan gevonden is de dikte  $\xi$  bekend, n.l.:

$\xi$  (aether) = 0,29  $\mu\mu$ ,  $\xi$  alcohol = 0,25  $\mu\mu$ ,  
 $\xi$  water = 0,15  $\mu\mu$ .

Voor de grootte van een molecuul vind Van der Waals 0,4  $\mu\mu$ , zoodat beide van dezelfde orde zijn. Bakker toonde echter aan dat met de aannahme die Van der Waals maakt, hij al vooruit bepaald dat de oppervlaktelaag 1 molecuul dik is, dus het resultaat niet bevreedend is. Kelvin gaf later een andere formule voor de onderste grens dier dikte, nl.:

$$\xi > \frac{\alpha - T \frac{d\alpha}{dT}}{\rho_1 r_i}$$

$r_i$  inwendige verdampingswarmte, voor water geeft dit de waarde 0,05  $\mu\mu = 0,5 \cdot 10^{-8}$  cM.

Bakker vindt met behulp der potentiaalfunctie

$$-f \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r} \text{ voor de dikte der kapillaire laag,}$$

$$\xi = \frac{6}{2\pi f} \frac{a^2 (\rho_1 - \rho_2)^2}{\alpha} \dots \dots \dots b$$

waarin  $a = \frac{K_L}{\rho^2}$  ( $\rho = \text{dichtheid}$ ) uit de integraal-uitdrukking voor  $K_L$  vinden we licht  $a = 2\pi f \lambda^2$  en dus

$$\xi = \frac{12\lambda^2}{5} \frac{a (\rho_1 - \rho_2)^2}{\alpha} \dots \dots \dots c$$

Nu vond hij vroeger voor  $\alpha$  de vergelijking:

$$\alpha = \pi f \lambda^2 (\rho_1 - \rho_2) \int_0^{\xi} (h - \xi - \lambda) c \frac{h - \xi}{\lambda} \frac{d\rho}{dh} dh$$

en krijgt hieruit voor  $\frac{\xi}{\lambda}$  in verband met het feit

dat aan het einde der kapillaire laag  $\frac{d\rho}{dh}$  vrijwel 0 wordt,

$$\frac{\xi}{\lambda} = 6 \text{ à } 6,5 \quad \text{door invullen in } c$$

$$\text{dus } \xi = \frac{15\alpha}{a (\rho_1 - \rho_2)^2} \quad \text{of } \xi = \frac{17\alpha}{a (\rho_1 - \rho_2)^2}$$

De dikte van de kapillaire laag wordt dan ongeveer 6—7 molec. rijen.

Men kan ook een formule voor  $\xi$  krijgen door integratie van de door Bakker afgeleide formule

$$\alpha = \int_1^2 (p_N - p_T) dh$$

van de eene plaats van constante  $\rho$  tot de andere, d. i. echter de grootte  $\xi$ ,

$$\alpha = \xi (p_N - p).$$

Voor een temperatuur  $T = 0,82 T_k$  wordt nu  $p = p_T = 0$ , of bij die temperatuur wordt

$$\xi = \frac{\alpha}{\text{dampspanning}}$$

bijv. voor aether bij 110—111 C:  $\xi = 8,51 \mu\mu$ .

Men heeft ook getracht die dikte van de oppervlaktelaag te meten en wel:

1°. aan zeer dunne zeeplamellen; 1)

2°. aan op water enz. uitgespreide olielaagjes met behulp van interferentie-kleuren, ringen, elektrische methoden enz.

Zoo vond Drude 9  $\mu\mu$  voor  $\xi$ , n.l.  $2\xi$  aan een vloeistoflamel metende. Rücker-Reinold vonden 6  $\mu\mu$ . Voor olie op water vond Raleigh 1,6  $\mu\mu$ , Röntgen 0,6  $\mu\mu$ , Oberbeck 0,3  $\mu\mu$ . Fischer vond voor lagen glycerine, water en olie op Hg dikten kleiner dan 5  $\mu\mu$ . Marcellin liet een bepaald volumen olie zich op water uitbreiden en mat de daardoor ingenomen oppervlakte door op een vrij stukje wateroppervlak talkpoeder te strooien en dit door blazen over de geheele wateroppervlakte te verdeelen.

Quincke vormde een wigvormige zilverlaag op een glasplaat liet deze daarop in het water zakken en mat de randhoek  $\theta$  op verschillende hoogten. Op het glas was  $\theta = \theta_1$ , op zilver  $\theta = \theta_2$ , op de zilverlaag was nu over een groot gedeelte  $\theta$  tuschen  $\theta_1$  en  $\theta_2$  in gelegen en dus de invloed van het glas door het zilver heen op het water merkbaar. Quincke mat nu de dikte der Ag-laag, daar waar voor het eerst  $\theta = \theta_2$  werd en vond 50  $\mu\mu$ , welke waarde hij als  $\xi$  aannam, dito voor Ag  $\mathcal{F}$  (en Ag<sub>2</sub>S) en Hg als vloeistof. Voor glas-colodium-Hg vond hij echter  $\xi = 80 \mu\mu$ .

G. Vincent bepaalde, door meting van elektrische

1) Het gaat hier om de dikte van de zwarte vlek die bij genoeg uitrekken ontstaat en wier ontstaan nog niet geheel is verklaard. Bakker Ann. Phys. (4) 20 37.

weerstand, de dikte van op glas chemisch neergeslagen zilverlagen, waarbij voor het *eerst* de aanleg van een *homogeen* gedeelte tusschen de 2 overgangslagen merkbaar werd, en vond daarvoor  $50 \mu\mu$ , dus voor 1 overgangslaag  $25 \mu\mu$ .

Een andere vraag interesseerde L. Mandelstam. Deze vroeg zich af of een vloeistofoppervlak wel zoo vlak was als men op 't eerste gezicht geneigd zou zijn aan te nemen.

Uit statistische beschouwingen vond hij dat het oppervlak door de onregelmatige warmtebeweging voortdurend vervormd wordt en toonde dit aan door de strooiing van een lichtstraal van een Nernst-lamp op het oppervlak gericht. Hij vond ook dat die strooiing grooter moest worden, bij kleiner worden van  $\alpha$  en toetste de theorie aan het grensvlak  $CS_2 - CH_3 OH$  tot dicht bij de kritische temperatuur.

Labrouste wilde onderzoeken of hij ook omzettingen in de oppervlaktelaag kon waarnemen. Hij lostte daartoe stoffen, wier smeltpunt tusschen 0 en  $100^\circ$  lag, en wel stearinezuur, palmitinezuur, trilaurine, trimyristine, tripalmetine, tristearine, tribenzoïne en cetylalcohol op in toluol, liet een druppel van de oplossing op water zich uitbreiden en de toluol verdampen. Op deze wijze kreeg hij zeer dunne (monomoculaire?) <sup>1)</sup> huidjes waarvan hij op een bijzondere methode de oppervlakte mat bij verschillende temperaturen. Hij kreeg eerst een met de temperatuur vrijwel niet veranderende oppervlakte, dan begon plotseling de oppervlakte vrij regelmatig toe te nemen tot ongeveer 1,6 van de oorspronkelijke over een temperatuur traject van  $\pm 12^\circ$ , om dan weer constant te worden.

Dit had alles plaats ver beneden het smeltpunt van de diverse verbindingen (zie figuur I) terwijl bij de smeltpunt niets bijzonders werd waargenomen.

Gaan we nu over tot het bespreken der factoren waarvan  $\alpha$  afhangt.

N. Marenin onderzocht de invloed die belichting op de oppervlakte-spanning had en vond die invloed nihil. Zijn proef-objecten waren oplossingen van resorcine, methylviolet, eosine, fuchsine,  $KNO_3$ ,  $Na_2 SO_3$ ,  $KMnO_4$ , terwijl  $\alpha$  bepaald werd uit het aftrekgewicht voor een messingring. Wel kreeg hij een vergrooting van  $\alpha$  bij belichting met een booglamp tengevolge van het *electrisch veld*.

1) Moet wellicht niet te letterlijk opgevat tot nu toe waren de dunste huidjes nog  $\pm 10$  molec. dik.

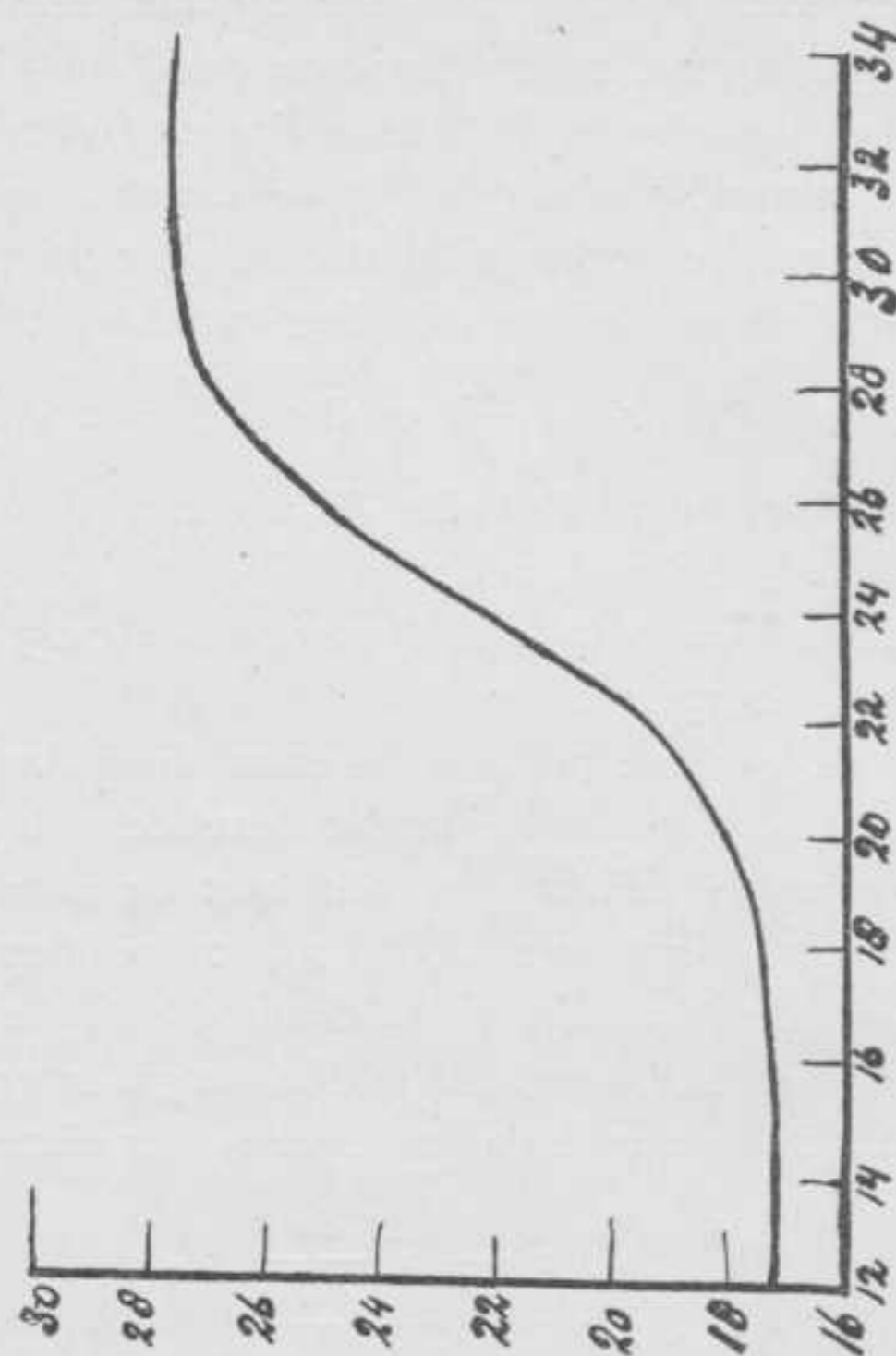


Fig. 1. Lijn van trimyristine; Smpt.  $53^\circ$ .

Belangrijker zijn de onderzoeken over de invloed van de *temperatuur*. Ten eerste kan men vrij algemeen zeggen *oppervlakte-spanningen, dalen met stijging van de temperatuur*, dit is begrijpelijk, daar immers bij de kritische temperatuur  $\alpha = 0$  moet worden.

Voor de betrekkelijk kleine temperatuur-trajecten waarover men vroeger de waarnemingen deed, veranderde  $\alpha$  lineair met de temperatuur, dus

$$\alpha_t = \alpha_0 (1 - \gamma t).$$

Doch dit is lang niet algemeen. Vooral niet als men groter temperatuur gebieden neemt, dan komen alle drie mogelijke krommen voor, *bol* naar de *t*-as, *recht* en *hol* dus  $-\frac{d\alpha}{dt}$  *afnemend* bij stijgende temperatuur,  $\left(-\frac{d\alpha}{dt}\right) = \text{constant} = -\gamma$ ,  $\left(-\frac{d\alpha}{dt}\right)$  *toenemende* bij stijgende temperatuur.

Ook bij die vloeistoffen waarbij  $\frac{d\alpha}{dt} = \text{constant}$  is kan men niet extrapoleren tot  $T_k$  omdat dicht daarbij toch vaak een langzamere afname van  $\alpha$  plaats heeft. De verlenging der rechte komt dus bij lagere temperatuur uit dan  $T_k$  en men vindt

$$\alpha_{T_k - T} = \gamma_{T_k - T} (T_k - T - \delta),$$

waarin  $\delta$  niet steeds gelijk is, maar toch ongeveer 6.

Schrijft men nu niet de oppervlakte-spanning doch de grootheid  $\alpha \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{2/3} = \alpha (Mv)^{2/3}$  de *moleculaire oppervlakte-energie* als functie van de temperatuur, zoo vond Eötvös door toepassing van de *wet der overeenkomende toestanden*,<sup>1)</sup>

$$\alpha (Mv)^{2/3} = K (T_k - T)$$

en volgens Ramsay en Shields wordt dit dan

$$\alpha (Mv)^{2/3} = K (T_k - T - \delta)$$

waarbij  $K$  voor niet geassocieerde vloeistoffen de waarde 2,1 zou hebben.

De graphische voorstelling van  $u$  op  $T_k - T$  is toch als figuur II. De wet van Eötvös zegt dus

$$\frac{d\alpha (Mv)^{2/3}}{dt} = \text{constant} = K,$$

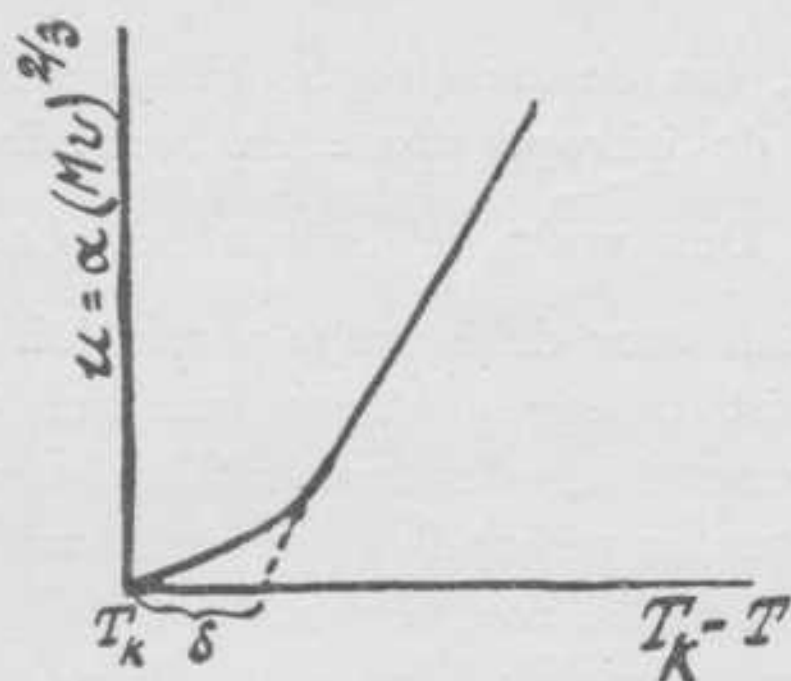


Fig. 2.

wat in werkelijkheid *niet* het geval is. In geval van associatie zou men kunnen voorstellen dat het volumen van een grammol. kleiner was, dus  $(Mv)^{2/3}$  kleiner en in dezelfde zin zou zich het differentiaal-quotient wijzigen. Is dus in niet geassocieerden toestand het moleculair volumen  $Mv$ , zoo is het in geassocieerden toestand  $\frac{Mv}{x}$ , en de moleculaire oppervlakte-energie

$$\alpha \left(\frac{Mv}{x}\right)^{2/3} \text{ de afname dus } \frac{d\alpha \left(\frac{Mv}{x}\right)^{2/3}}{dt} = K.$$

Voor niet geassocieerde stoffen  $\frac{d\alpha (Mv)^{2/3}}{dt} = 2,12$

$$\text{dus } x^{2/3} = \frac{2,12}{K'} \text{ of } x = \left(\frac{2,12}{K'}\right)^{3/2} \quad x > 1.$$

Een gunstig feit voor de associatie-theorie was dat  $K'$  bij temperatuurverhoging *toenam*, (dit is

1) Zie o.a.: v. d. Waals—Kohnstamm, blz. 265.

echter lang niet altijd het geval zie F. M. Jaegers onderzoekingen).

Zooals reeds gezegd is, bestaan er vrij veel uitzonderingen op de bovenbesproken „wet”. Ten eerste vond Walden voor stoffen als tristearine, tripalmitine enz. waarden voor  $K$  van ongeveer 6—8 die dus zouden moeten verklaard worden uit een verregaande dissociatie, in 6 of 5 stukken liefst; in oplosmiddelen zijn deze stoffen vrij zeker *niet* gedissocieerd. Walden neemt dan ook terecht aan dat voor dergelijke lichamen met lange  $C$ -ketens de wet van Eötvös-Ramsay-Shields *niet* geldt.

Ook Jaeger (Groningen) komt in zijn zeer nauwkeurige onderzoekingen tot sterk van de wet afwijkende resultaten. Voor de graphische voorstelling  $u$  en  $\alpha$  als functie van  $T$  vindt hij toch allesbehalve rechten, doch alle drie mogelijke krommen.

Ook gesmolten zouten en metalen zoowel als vloeibare gassen zijn er op onderzocht. Nernst wijst er echter op dat in analogie met de Troutonsche regel  $\frac{M\lambda}{T} = C = 20,7$  men ook bij die van Eötvös bij zeer hoog of zeer laag kokende vloeistoffen voorzichtig moet zijn bij het maken van gevolgtrekkingen.

Zeer hypothetisch zijn besluiten uit de wet getrokken ten opzichte van oplossingen. Het beste wat men daarmee bereiken kan is de toestand in de kapillaire laag bepalen en verder niet.

Van die toestand in de *kapillaire* laag hangt toch  $\alpha$  enz. uitsluitend af zooals bijv. de proef laat zien met de opstijghoogte met de eene keer vloeistof alleen verwarmt en temperatuur meniscus constant gehouden, waarbij de opstijghoogte omgekeerd evenredig verandert met de dichtheid en  $\alpha$  dus constant is, terwijl de andere keer de meniscus alleen verwarmd wordt en  $\alpha$  *varieert*.

Bij gesmolten zouten mag uit de kleine waarden van  $\frac{du}{dt}$  ondanks het feit dat de  $u$ - $t$ -krommen vrijwel rechten zijn (Jaeger) toch niet besloten worden dat de moleculen geassocieerd zijn, zooals Smiles o. a. doet, daar de afleiding van Eötvös voor deze stoffen, waarop de wet van de overeenkomende toestanden *niet* zonder meer toepasselijk is, *niet* doorgaat.

Een ander feit er tegen is het voorkomen van  $u$ - $t$ -kromme bol naar de  $U$ -as, waaruit men dus zou moeten besluiten op groter worden van de associatie bij temperatuurstijging wat met het oog

op de *meest negatieve* dissociatie-warmte onwaarschijnlijk is. Zoo bijv. is het vrij zeker dat azijnzuur bij temperatuursverhoging depolymeriseerd toch blijft  $\frac{du}{dt}$  binnen een zeer groot temperatuurgebied *constant*.

Zeer interessant, ook met het oog hierop, zijn de onderzoekingen van F. M. Jaeger en J. Kahn over de waarde van  $\alpha$  en  $u$  bij enkele stoffen die anisotrope vloeistofphasen geven, dus zogenaamde vloeibare kristallen. Deze stoffen smelten bij een bepaalde temperatuur, doch geven dan een *troebele, anisotrope* vloeistof, die eerst enkele 10-tallen graden hoger *plotseling* helder is en isotroop wordt. Nu wordt tegenwoordig wel algemeen aangenomen, dat de anisotrope vloeistof uit grotere molekuul complexen bestaat dan de isotrope.

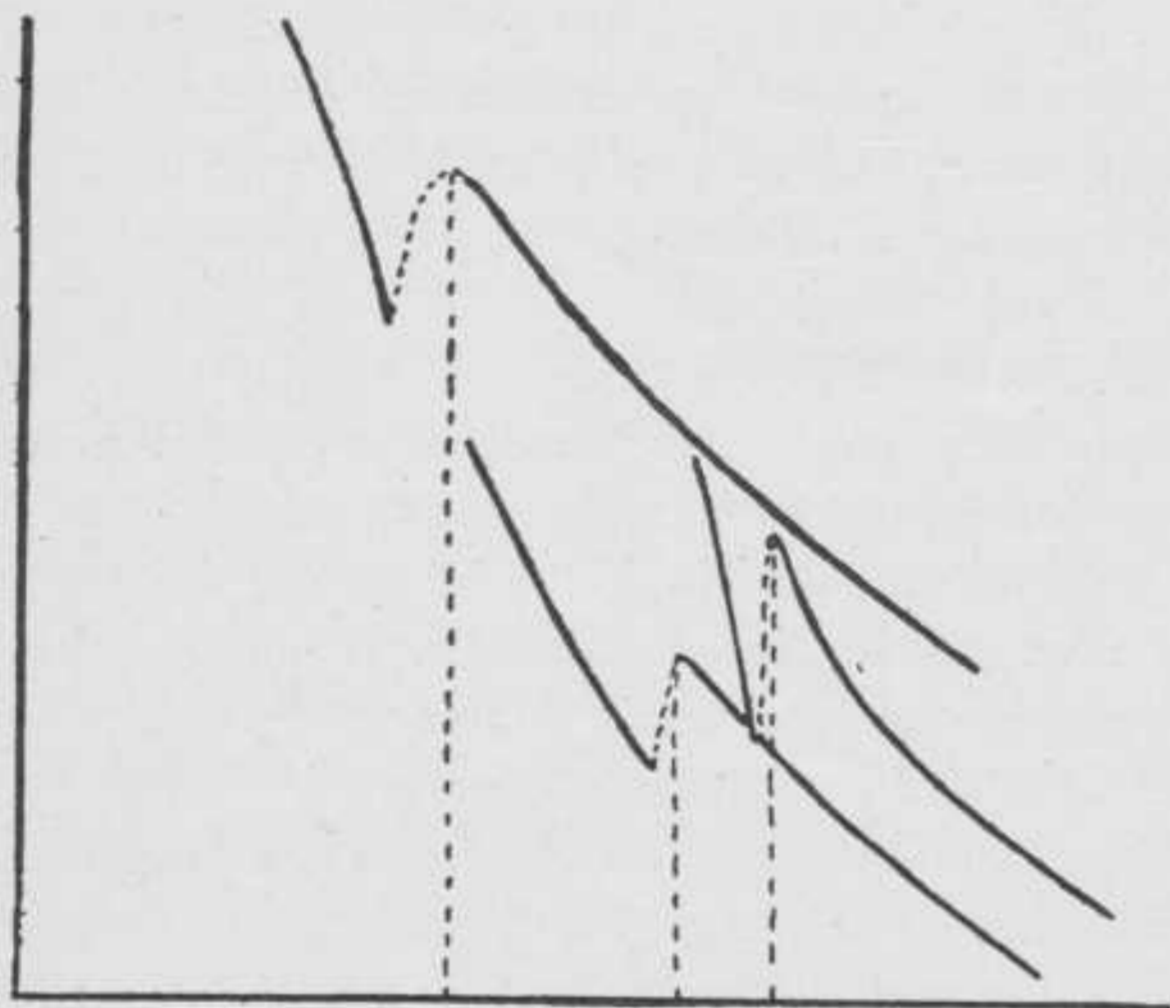
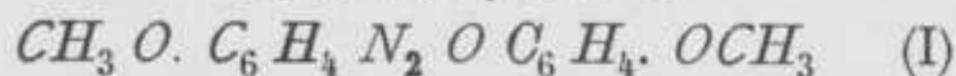


Fig. 3.

F. M. Jaeger onderzocht nu:

Para-azoxy-anisol



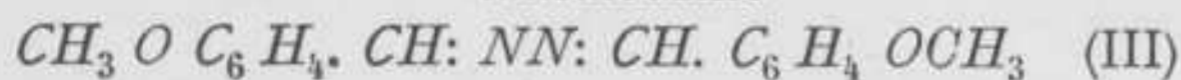
Met de overgangstemperaturen

$$t_1 = 114^\circ \quad t_2 = 138^\circ$$

*p.* azoxy-phenetol (II)

$$t_1 = 138 \quad t_2 = 168$$

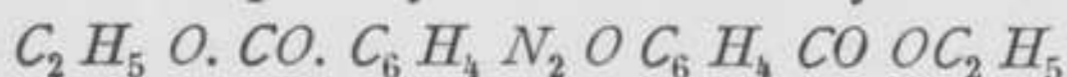
anisaldazine



$$t_1 = 169 \quad t_2 = 180.$$

Verder fig. IV:

*p.* azoxy-benzoëzure aethylester (I)



$$t_1 = 114 \quad t_2 = 121$$

en *p.* aethoxy benzalamino. *a.* methyl kaneelzure aethylester (II)



$$t_1 = 95^\circ \quad t_2 = 117^\circ . 8.$$

De  $u$ -lijnen voor de eerste drie (fig. III) en de laatste twee (fig. IV) loopen volkomen analoog en bestaan alle vijf duidelijk uit 2 takken, waarvan

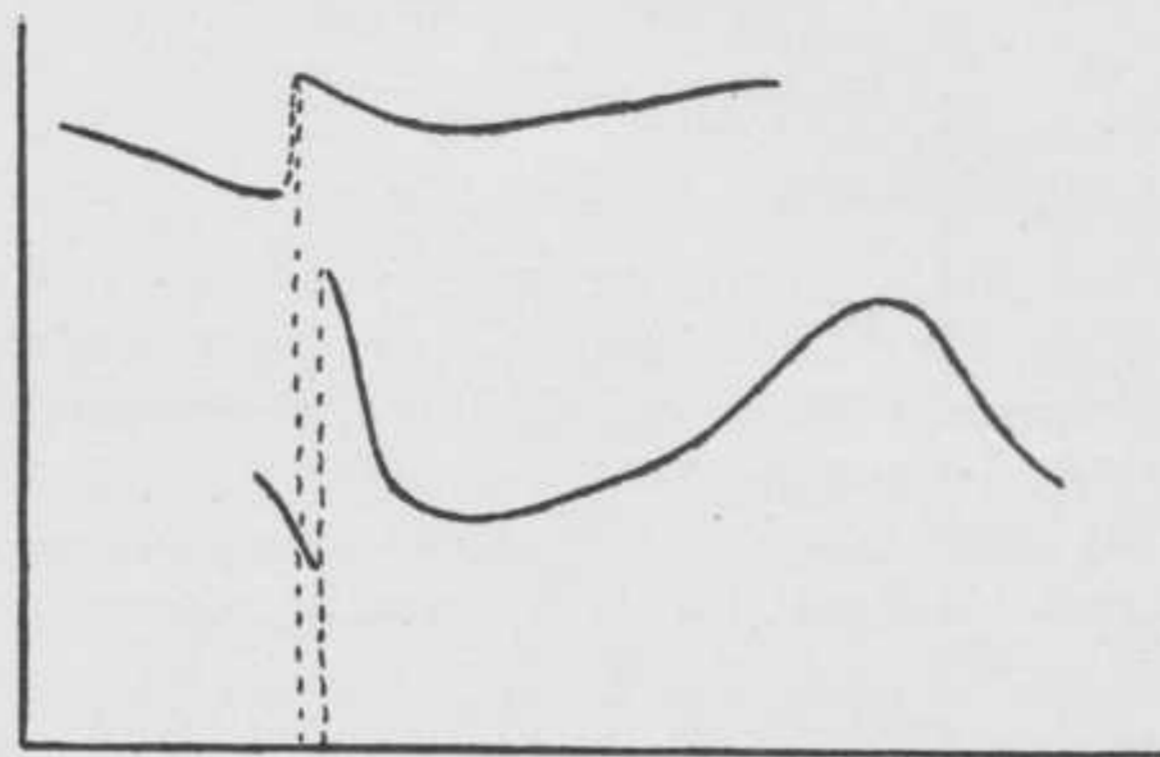


Fig. 4.

de eerste, van de anisotrope phase, veel lager ligt dan van de isotrope phase en *bovendien steiler* verloopt. Dus voor de anisotrope phase is  $\frac{du}{dt}$  groter dan voor de isotrope-phase. Dit resultaat is dus juist tegengesteld aan wat men op grond van de voorstelling der moleculaire bouw van de twee fasen, in verband met de regel van Eötvös—Ramsay—Shields, zou verwachten.

En daar de moleculaire voorstelling zeer waarschijnlijk juist is, is het ook een vrij sterk argument tegen deze regel.

Wijzen wij nog op de merkwaardigheid bij de  $u$ - $t$ -kromme der laatste twee esters, die een *groter* worden van  $\alpha$  met temperatuurstijging aantoonen. <sup>1)</sup>

Niettegenstaande bovengenoemde bezwaren, wordt de regel van Eötvös-Ramsay-Shields, door tal van onderzoekers toegepast om stoffen, mengsels en oplossingen op associatie te onderzoeken.

M. Padoa en G. Tabellini meenen zoo de hydratatie van stoffen in een oplossing te kunnen nagaan. Zij meten daarvoor bij verschillende temperatuur de oppervlakte-spanning van waterige oplossingen van  $\text{NH}_4 \text{Cl}$ ,  $\text{Co Cl}_2$ ,  $\text{Na Br}$ ,  $\text{MgCl}_2$  en  $\text{HCl}$ . Bij de laatste oplossing treedt een sterke vermindering der Eötvössche constante op, waaruit zij besluiten dat  $\text{HCl}$  hydraten vormt.

<sup>1)</sup> Jaeger vindt aanwijzing om de krommen volgens de gestippelde lijnen continu te denken wat bij een overgangspunt niet gaat. Mijns inziens wel misschien als men dynamische isomerie aanneemt.

N. Grinakowski onderzocht door bepaling van  $\frac{dx (Mv)^{3/2}}{dt}$  tal van gesmolten stoffen op associatie in verband met hun kristallisatie-snelheid bij onderkoeling. Volgens Tamman zouden zich stoffen die polymerisatie-verschijnselen vertoonden, abnormaal verhouden. Grinakowski vond dit niet bevestigd. Mitchell en Smith onderzochten mengsels van op zichzelf zeker niet geassocieerde optisch actieve stoffen om te zien of die in actieve l. d. mengsels racematen waren of niet. Zij vonden bij alle stoffen zowel als mengsels gelijke  $K's$ , dus geen vorming van racemische verbindingen.

J. Livingston R. Morgan, die zooals we zagen uitgebreide proeven over druppelgewichten deed, verwerkte zijn waarnemingsmateriaal eenigszins anders. Hij vulde in de formule van Ramsay-Shields niet de oppervlakte-spanning in, maar het druppelgewicht, en krijgt dan ook een temperatuur-coëfficiënt voor het druppelgewicht. Verder berekent hij  $t_c$  de kritische temperatuur uit die  $K$  en het druppelgewicht

$$t_c = \frac{w (Mv)^{3/2}}{K_B} + t_o + 6$$

$t_o$  is waarnemingstemperatuur, en neemt de vloeistof als *niet* geassocieerd aan als  $t_c$  van de waarnemingstemperatuur onafhankelijk is.  $K_B$  is de waarde voor benzol.

Siedentopf onderzocht gesmolten metalen en vond bij *Hg*, *Bi*, *Pb*, *Cd* en *Sn* ook lage  $K's$ , dus associatie (?), volgens Smiles een belangrijk resultaat, daar Ramsay en Meijer aantoonde dat *Pb*, *Cd* en *Sn* in *Hg* opgelost éénatomig zijn dus *Hg* dissocierend op deze metalen werkt.

Een andere regelmatigheid vond W. Kistiakowski. Deze vond dat het quotiënt van de moleculaire stijghoogte en de absolute temperatuur voor niet geassocieerde vloeistoffen een constante was

$$\frac{a^2 \cdot M}{T_S} = K_S.$$

Hij leidde later de betrekking theoretisch af (Journ. Russ. Phys. Chem. Ges. 45, 782—801) en bewees haar met de uitkomsten verkregen bij 141 niet geassocieerde vloeistoffen. Als overeenkomstige temperatuur gebruikte hij het kookpunt =  $T_S$ ,  $K_S$  wordt dan 0,0116,  $a^2$  is de op een buis met straal = 1 betrokken stijghoogte. Hij vond verder dat  $K_S$  *niet* onmiddellijk gebruikt kon om de *associatie-*

*graad* van vloeistoffen te berekenen. Wel kon men er de molekulairgewichten van niet geassocieerde vloeistoffen en van hun damp mee berekenen, zoo bijv. van de K. W. en hun halogeen substitutieproducten, der aminen, anilinen, aethers en esters.

Walden gaf deze betrekking eerst in 1908 in de vorm  $\frac{\lambda}{a^2} = c = 17,9$ ,  $a^2$  = specifieke cohesie bij dezelfde temperatuur als  $\lambda$  (de verdampingswarmte) en wel het kookpunt. Gecombineerd met de regel van Trouton  $\frac{M\lambda}{T_S} = 20,7$  levert zij die van Kistiakowski op nl.  $\frac{Ma^2}{T_S} = 1,162$ .

Later vond hij dezelfde betrekking voor de smeltwarmte bevestigd  $\frac{Ma^2}{T_o} = \text{constante} = 3,615$ .

Voor geassocieerde stoffen zijn de constanten *kleiner*.

Berekend men de associatiegraad er toch mee zoo kloppen de waarden van  $x$  volgens Walden en volgens Ramsay-Shields soms in het geheel niet bijv. water  $x = 1,98$  (*W*) of 2,6 (*R*), mierenzuur,  $x = 1,78$  (*W*) of 3,0 (*R*), azijnzuur:  $x = 1,95$  (*W*) of 2,8 (*R*), methylalcohol  $x = W$  of 3,2 (*R*).

G. Ter-Gazarian vond bij studie van de dichtheden bij homologen het resultaat, dat als  $\delta$  de dichtheid van een bepaalde stof was, men de dichtheid  $d$  van de *homoloog* kon vinden bij een temperatuur even ver van de kritische temperatuur gelegen als waarbij  $\delta$  voor het eerste lichaam was bepaald, n.l.  $n^\circ$ , uit de formule

$$d = \delta + n\beta$$

waarin  $\beta$  een coëfficiënt is.

Hij ging deze regelmatigheid ook voor andere stoffen en andere eigenschappen na, en vond algemeen gelden:

*Bij temperaturen even ver verwijderd van de respectievelijke kritische temperaturen, zijn de quotiënten van de getallen, welke elk voor één van twee lichamen, de eigenschappen vertegenwoordigen, lineair afhankelijk van de temperatuur.*

Laat dus  $t_1$  de temperatuur zijn waarbij een van de eigenschappen van een stof een waarde  $S_1$  heeft en  $t_1'$  die temperatuur waarbij dezelfde eigenschap bij een willekeurige andere stof de waarde  $S_1'$  heeft. Zijn  $T_1$  en  $T_1'$  de respectievelijke kritische temperaturen, zoo is:  $T_1 - t_1 = T_1' - t_1'$ .

Zijn verder  $t_2$  en  $t_2'$ , —  $t_n$  en  $t_n'$  dergelijke overeenkomstige temperaturen waarbij de waarden

$S_2$  en  $S_2'$ , — —  $S_n$  en  $S_n'$  hooren en stellen we:

$$\frac{S_1'}{S_1} = Q_1 \quad \frac{S_2'}{S_2} = Q_2 \quad \frac{S_n'}{S_n} = Q_n.$$

Zoo is

$$Q_n = Q_1 + C(t_n' - t_1)$$

waarbij  $C$  zoowel  $+$  als  $-$  kan zijn.

Ter Gazarian toetste de wet op de dichtheid, viscositeit, latente verdampingswarmte, de rechte middenlijn, en de *capillariteit*, n.l. *opstijghoogten*.

Bennet en Mitchell bepaalden uit een groot aantal waarden van  $\alpha$  voor tal van verbindingen, uit proeven van Ramsay, Walden, Dutoit, Renard, Kistiakowski, Homfray, Guy, de totale moleculaire oppervlakte-energie

$$E_0 = \left( \alpha - t \frac{d\alpha}{dt} \right) (Mv)^{2/3}$$

en vond dat voor *niet* geassocieerde stoffen  $E_0$  onafhankelijk van de temperatuur is en een atoomfunctie, n.l.  $E_0 = \Sigma (e)$ . In gevallen van associatie stijgt de waarde van  $E_0$  met de temperatuur en de waarde

$$E_0 = \left( \alpha - t \frac{d\alpha}{dt} \right) (Mxv)^{2/3}$$

zou constant zijn.

(Wordt vervolgd).

## Het Gothische Kruisgewelf,

door L. M. VAN DEN BERG, b. i.

We bespeuren in de Romaansche school van West-Frankrijk een op zich-zelf-staand karakter, eene stelselmatige toepassing van het koepelgewelf. Het oudste monument van deze bouwwijze is de St.-Front te Périgueux, eene groote Grieksch-kruisvormige kerk, wier vorm zoowel in aanleg als in de verdere ontwikkeling sterk Byzantijnsch is. Men heeft de St.-Front wel eens eene copie van de St.-Marco te Venetië genoemd, doch ofschoon ze hiermede, zelfs wat grootte betreft, merkwaardig overeenkomt, kan deze bewering niet juist zijn. Eerstens is met den bouw van de St.-Marco volgens geloofwaardige geschiedkundigen aangevangen in 1043, terwijl die kerk werd ingewijd in 1071; de St.-Front daarentegen werd reeds in 1047 ingewijd. Zelfs al zouden nu deze jaartallen niet geheel juist zijn, is het toch wel zeer onaannemelijk, dat met den bouw van de St.-Front begonnen zou zijn nadat de St.-Marco grootendeels voltooid was.

Een meer juiste opvatting is dan ook, dat zoowel de St.-Marco als de St.-Front navolgingen zijn van eene Byzantijnsche kerk te Constantinopel, die aan de Heilige Apostelen gewijd was, en die gebouwd zou zijn onder Justinianus. Deze kerk bestaat niet meer, doch de beschrijving van den Grieksch-historicus Procopius<sup>1)</sup> toont eene marquante overeenkomst duidelijk aan. Wat de St.-Front betreft, wordt deze opvatting tē aannemelijker als we bedenken, dat de bisschop van Périgueux in 1010 terug kwam van een' pelgrimstocht naar het Heilige land; vermoedelijk heeft deze kerkvorst op die reis ook Constantinopel bezocht, en is diens kennis van den Byzantijnschen stijl van invloed geweest op den bouw van de kathedraal. Waarschijnlijk zelfs zal hij spoedig na zijne thuiskomst tot den bouw zijn overgegaan, wat dan de inwijding reeds in 1047 wel mogelijk maakt. Hoe het ook zij, met de St.-Front is aan den Romaansche stijl van geheel Aquitanië een beslist Byzantijnsch karakter gegeven, want deze kerk werd het model van talrijke grootere en kleinere kerken der naburige provincies.

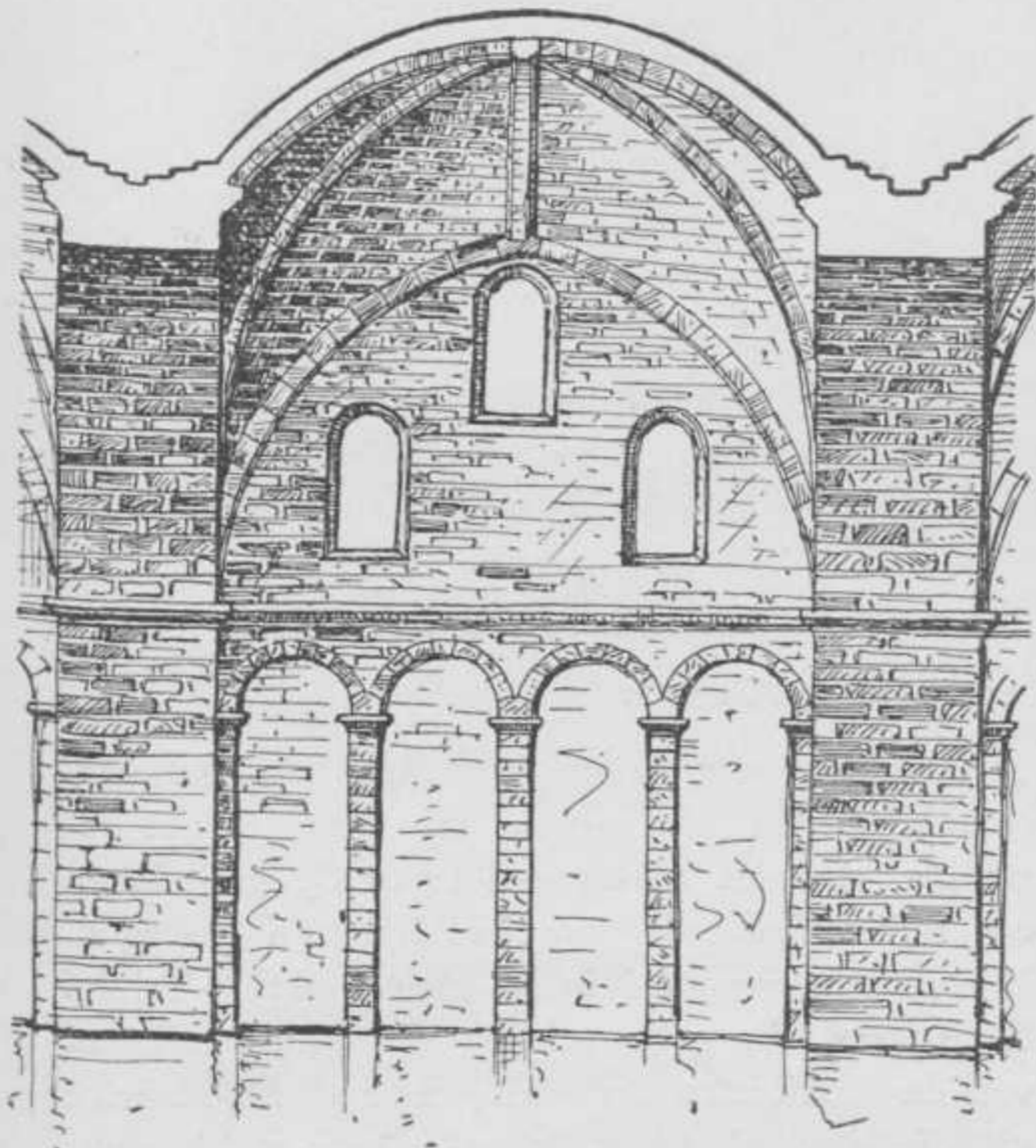
In 't algemeen vond de Grieksch-kruisvormige grondaanleg geen navolging en heeft het plan der kerken van deze school òf slechts één schip als die van Cahors, St-Avit-Sénieur e. a., òf is Latijnsch-kruisvormig zooals de kathedraal van Angoulême of de kerken van Montagne (Gironde), van Solignac (Haute-Vienne) of Fontevrault, doch we vinden de koepelgewelven hier algemeen zooals elders de kruis- of tongewelven.

De oudste toepassingen der koepels zijn geweest op ruimten van ronden en octogonalen grondvorm, terwijl men eerst later tot de constructie der zogenaamde hangkoepels of koepels op pendentiefs kwam, die de toepassing van dit gewelftype toeliet op vierkanten grondvorm. Deze hangkoepel is eigenlijk een samenstel van twee koepels; de eene is een bol met straal gelijk aan de halve diagonaal van het grondplan, die door de vier verticale wanden is afgesneden, terwijl eene horizontale afsnijding den ronden aanleg van den bovenkoepel vormt. Door deze constructie toe te passen op traveeën gevormd door muraal- en gordelbogen wordt met behulp van deze en de pendentiefs de druk van den koepel uitsluitend op de pijlers overgebracht. Dit principe dient uit een constructief

<sup>1)</sup> Geheimschrijver van Justinianus in de eerste helft der 6<sup>e</sup> eeuw.



oogpunt als zeer belangrijk te worden opgemerkt, daar het den weg tot 't ontwerpen van ruimere bouwwerken en berekender constructies opende. Dat is dan ook de enorme vooruitgang in den gewelfbouw en zeker van grooten invloed geweest op de kerkelijke bouwkunst van geheel West-Europa.

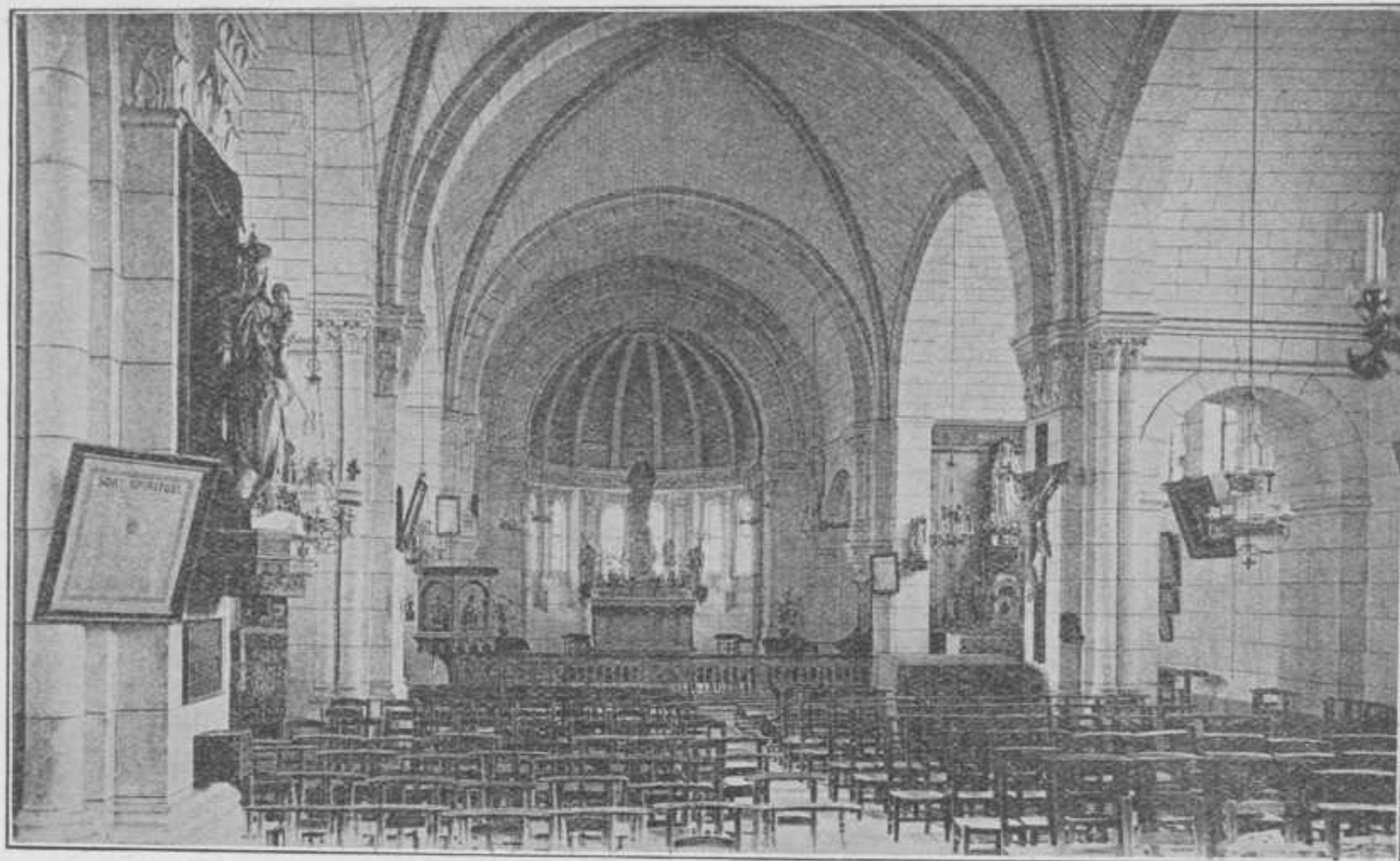


St.-Avit-Sénieur.

Eene tweede phase, waarin de koepel voorkomt is zonder pendentiefs, of laat ik liever zeggen, de onderste der twee genoemde koepels is voltooid en vormt zodoende zelfs reeds de afdekking. Het gewelftype wordt daardoor lichter en eenvoudiger, behoudt wel is waar de goede constructieve eigenschappen, doch leidt niet tot even schoone ruimtescheppingen. Evenwel werd in den kerkbouw het oeconomische element van steeds grooter gewicht: de uitbreiding der dienst vereischte grootere ruimten, terwijl men gemeenlijk maar over geringe geldmiddelen kon beschikken. Wellicht is dit de architectuur ten goede gekomen, omdat het de bouwmeesters aanspoorde tot 't zoeken naar minder zware oplossingen, en een einde maakte aan materiaalverspilling in te dikke muren bijvoorbeeld, die nog op barbaarsche wijze niet op te lossen reacties als 't ware met brute kracht overwonnen. Steeds meer werden de muren slechts als vullingen opgevat tusschen de pijlers, die de dragende ele-

menten van het bouwwerk vormden en oorspronkelijk binnenzijds aangebracht waren als bij de kerk van St.-Avit-Sénieur en die van Cahors (2<sup>e</sup> helft 11<sup>e</sup> e.), doch later ook uitwendig als contreforten werden uitgesproken zooals bij de kerken te Montagne ( $\pm$  1100), te Angoulême en te Solignac, welke uit 't begin der 12<sup>e</sup> eeuw dagteekenen. Langzamerhand kwam men er toe de gewelven te ondersteunen door diagonale en transversale bogen, waardoor dan de koepels zelve minder zwaar gemaakt konden worden, ja zelfs, waar de ribben als steenen geraamten alle constructieve diensten deden, bleef het gewelf evenals de muurvullingen van slechts secundaire beteekenis. Zoo vinden we hiervan voorbeelden, o. a. in den centralen koepel van de kerk te Montagne, die ondersteund is door diagonale bogen, terwijl de gewelven van de kerk te St.-Avit-Sénieur en in 't bijzonder die te Saumur ook transversale ondersteuningsbogen bezitten. Schitterend verloopt de ontwikkeling van dezen bouwtrant, wier invloed zich steeds verder uitstrekt, vooral in Anjou en de Maine, waar in de kerken St.-Maurice te Angers en de St<sup>e</sup>.-Trinité te Laval belangrijke vorderingen zijn te constateeren. De gewelfvelden tusschen de ribben zijn er reeds normaal op de muraal- en gordelbogen geslagen en vertoonen er de eerste vormen van het Gothische kruisgewelf. De algemeene aanleg dezer kerken behoort echter geheel tot den ouden stijl van Aquitanië, en nog vinden we eene merkwaardige overeenkomst met de oorspronkelijke koepels in de ronding der gewelven, waar nu de pendentiefs geheel door kruisribben zijn vervangen. De groote beteekenis, die de kerk van Angers, die niet meer dan 30 of 40 jaar na de kathedraal van Angoulême gebouwd kan zijn, en die van Laval, uit enkele jaren later dagteekenend, is daarin gelegen, dat beide de ontwikkeling van het Gothische kruisgewelf uit den koepel ten duidelijkste aantonen. In Aquitanië vinden we mede talrijke kerkgebouwen, waar de overgang van koepelgewelf in kruisgewelf duidelijk opvalt. In Périgueux geeft ons er de St.-Jean—St.-Charles een treffend voorbeeld van, terwijl we ook in de fraaie kerk St.-Ausonne te Angoulême eene sterke verwantschap met de oudere koepelkerken aantreffen.

De architect Corroyer zegt hierover: „La coupole, sous sa forme symbolique, est l'oeuf d'ou est sorti un système architectonique qui a causé



Kruisgewelf van de St. Jean St. Charles te Périgueux.

une révolution des plus féconde dans le domaine de l'art." 1)

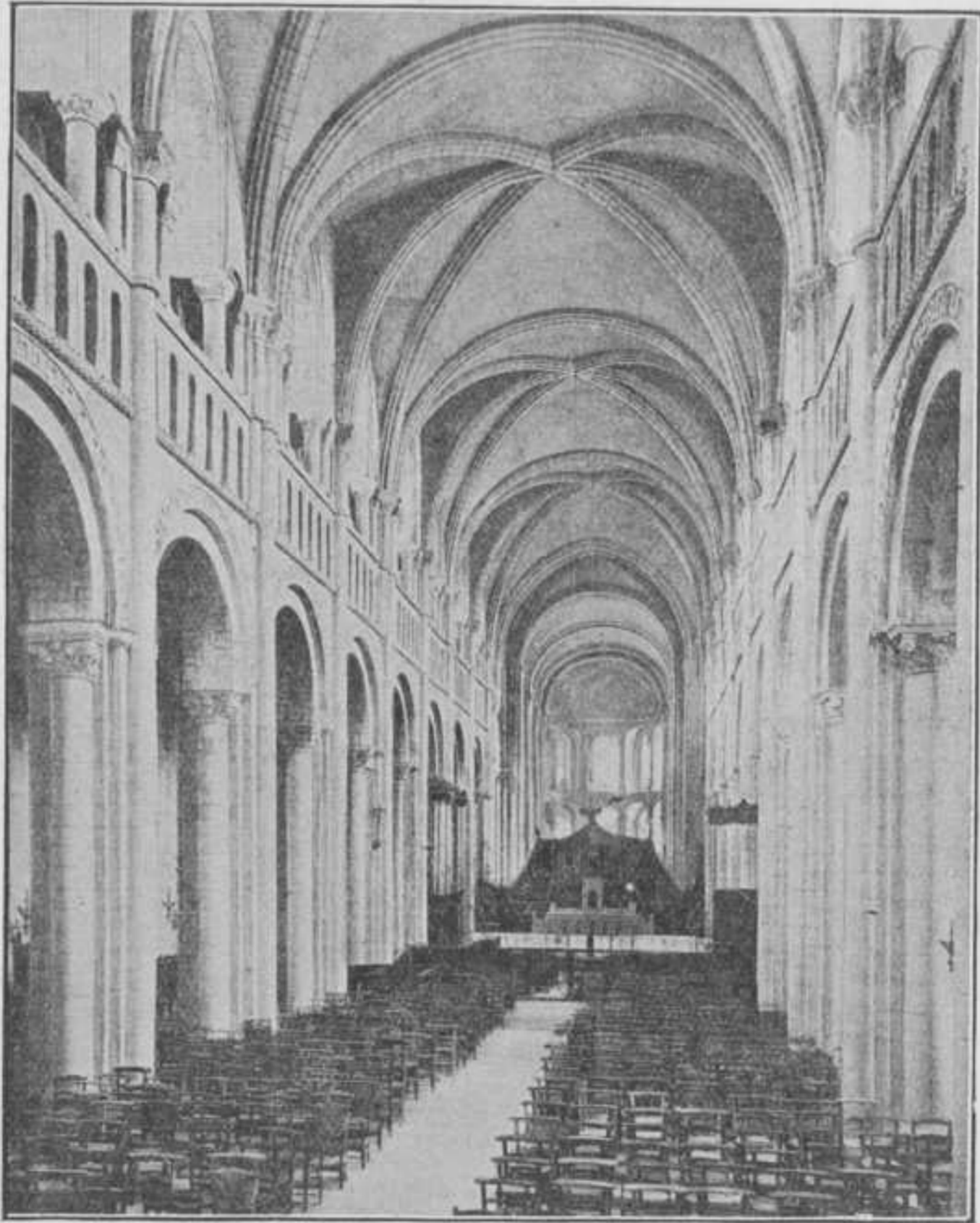
Wanneer we aldus den oorsprong van het ribbengewelf zoeken in de koepelgewelven, wil ik er even de aandacht op vestigen, dat het, in den vroeg-Gothischen stijl zoo vaak voorkomende, zes- en achtdeelige kruisgewelf dan ook geen nieuwe vinding is van dien stijl, doch evenals het gewone kruisgewelf geleidelijk mee ontstaan is uit denzelfden oorsprong; ik noemde reeds voorbeelden waar de koepels ook door transversale bogen ondersteund waren. Eigenaardig is 't, dat men bij die kruisgewelven tot twee verschillende gedachten kwam, wat betreft de transversale bogen. Bij het achtdeelige gewelf bleven de ribben, die de gordelbogen verbonden, natuurlijk zuivere ondersteuningsbogen, omdat ze hun aanzet hadden in den top der gordelbogen. In de dwars geslagen ondersteuningsbogen echter ging men al spoedig zekere analogie met de gordelbogen zoeken en trachtte men de geboorte lager te plaatsen dan de doorsnijding van het gewelfveld met den muur; zelfs begonnen deze transversale bogen bij 't meer ontwikkelde zes-deelige kruisgewelf op gelijke hoogte als de gordelbogen, zooals we dat aantreffen in de kathedralen van Parijs, Sens en Bourges, en reeds in die van Laon. Daar zien we dan ook de muraal

bogen als 't ware tweeledig gemaakt en de ondersteuningsbogen belangrijker rol spelen in het geraamte, doordat tusschen deze en de kruisribben op zich-zelf-staande gewelfvelden zijn geslagen. Bijzonder interessant is in dat opzicht de St<sup>e</sup>.-Trinité te Angers, die gebouwd zou zijn door leerlingen van de architecten der reeds genoemde St.-Maurice uit die stad. Ondanks de weifelende architectuur komt er reeds duidelijk uit in welke richting het gewelftype zich zal ontwikkelen, terwijl we in de uit ongeveer denzelfden tijd dateerende gewelven der St<sup>e</sup>.-Trinité te Caen 1) opmerken, dat al zijn er de transversale bogen begonnen op dezelfde hoogte als de gordelbogen, deze slechts door de erop gemetselde vullingen het overigens normale kruisgewelf steunen en zodoende niet direct deel uitmaken van het ribbensysteem. In dien zin behooren deze gewelven dan ook tot het oorspronkelijke type zooals we het nog vinden toegepast in de kathedraal en in de St<sup>e</sup>.-Radagonde te Poitiers en in de St.-André te Angoulême.

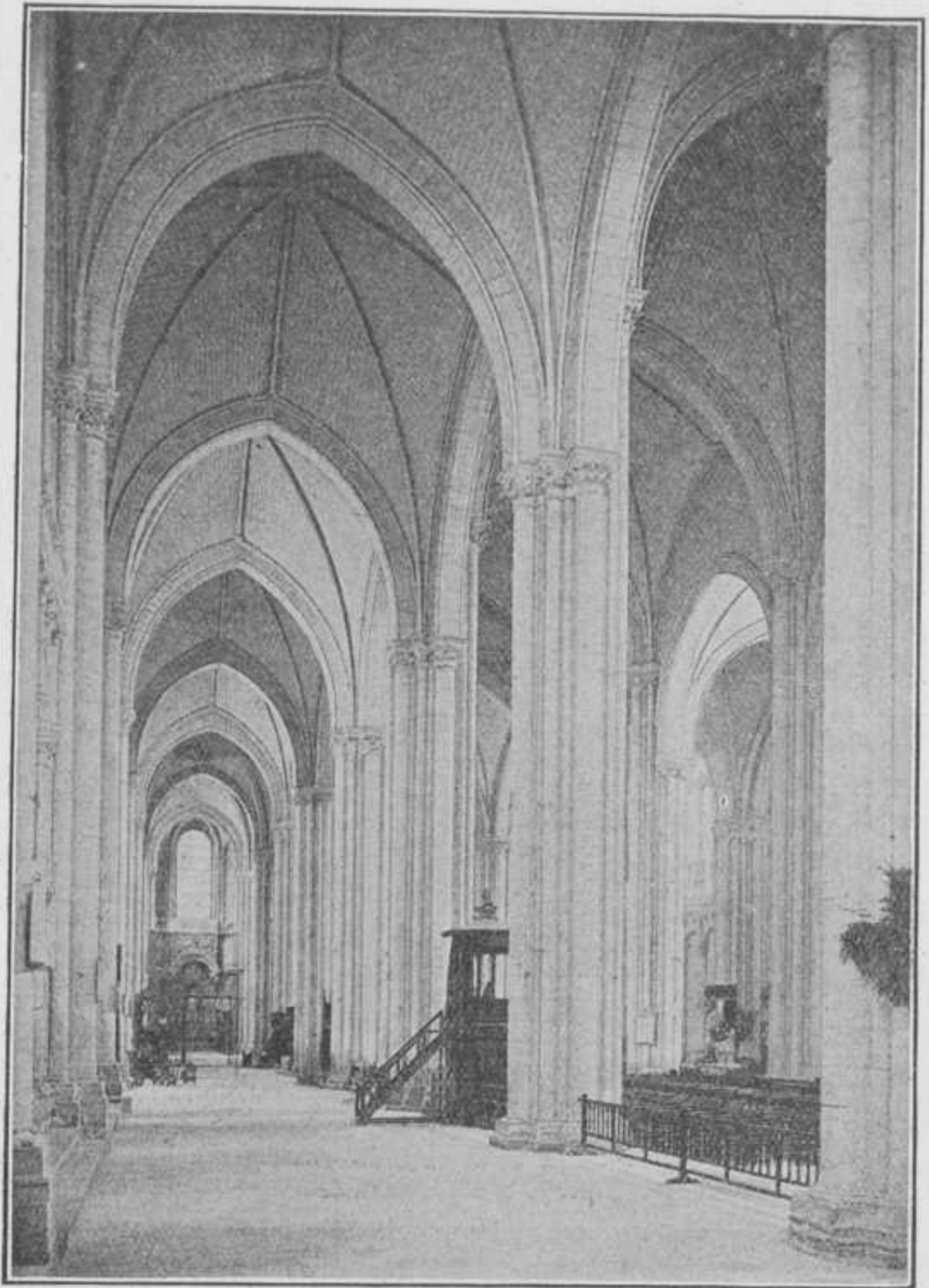
In de zuiver Romaansche kerken waren middenschip en zijbeuken gescheiden door rechthoekige pijlers, terwijl bij den aanleg van vierkante traveeën, eene travee van het middenschip overeenkwam met twee traveeën van de zijbeuken. Om den andere

1) L'Architecture romane, par Eduard Corroyer.

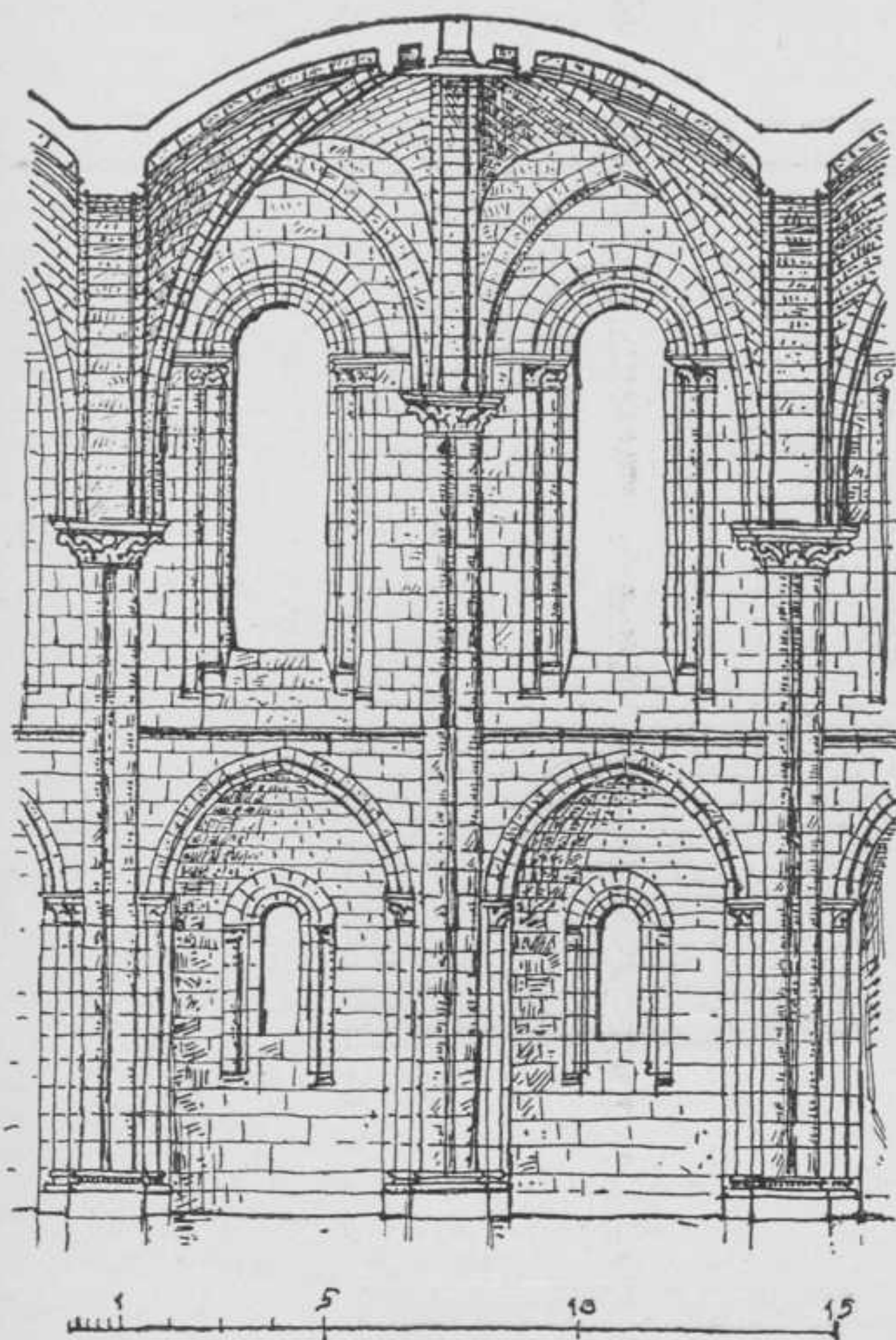
1) St<sup>e</sup>.-Trinité of Abbaye aux Dames, gesticht door Mathilde, echtgenote van Willem den Veroveraar. De gewelven zijn uit 't begin der 12<sup>e</sup> eeuw.



Caen, église de la Trinité.



Poitiers, interieur van de Kathedraal.



Ste Trinité d'Angers.

waren de pijlers dan veelal verzwaard door schalken, opgaande langs den zijmuur van het middenschip om de gordelbogen en kruisbogen te dragen. Bij toepassing van het zes-deelige kruisgewelf werden ook de andere pijlers van schalken voorzien ter ondersteuning van de transversale bogen; 't zij voor de gordelbogen en kruisribben van meer gecompliceerde doorsnede, 't zij alle onderling gelijk, waarvan vooral in Normandië voorbeelden zijn aan te wijzen.<sup>1)</sup> Later, in den overgangsstijl, toen de vierkante pijlers vervangen werden door ronde zuilen, rustten de schalken veelal op de dekplaten der kapiteelen of herhaalden zich als ranke colonnetten tegen de zuilen aangebracht. Meestal werd dat dan alternatief toegepast, zooals bij de kathedraal van Laon. Een typisch voorbeeld uit dien tijd is de kathedraal van Noyon,

1) O. a. de kerk van Cérisy-la-Forêt, van den Mont St.-Michel en de Abbaye aux Dames te Caen.

ingewijd in 1153. Oorspronkelijk moet het middenschip afgedekt zijn geweest met zes-deelig kruisgewelf, wat nog duidelijk valt op te maken uit de gansche architectuur. De schalken, die slechts de transversale ribben te dragen hadden, rusten op de dekplaten der zuilen, terwijl de andere van samengestelder doorsnede tot den grond doorloopen, waardoor de kolommen alterneerend het karakter van pijlers hebben.

Reeds in den vroegen Romaanschen stijl was de spitsboog veelvuldig toegepast, en was zelfs vrij algemeen in de architectuur van Aquitanië. Niet alleen zijn de pendentiefs van de kerk te Perigueux eigenlijk geen gedeelte van eenen bol, maar van een omwentelingslichaam van spitsboogvormige doorsnede, doch de genoemde kerken in Aquitanië hebben veelal spitsboogvormige muraal- en gordelbogen. We kunnen hierin wel een specifiek Fransch karakter zien, want de kerken van West-Duitschland en die van Italië vertoonen algemeen den rondboog als gewelflijn, terwijl in Frankrijk zoowel in 't Westen, als bij de gebroken tongewelven van de Provence en Languedoc de spitsboog wordt aangetroffen. In 't Noorden van Frankrijk vinden we eertijds houten kappen als regel, later bij de toepassing van het gewelf vinden we eerst, ondanks den invloed van Zuidelijke architectuur, meestentijds den rondboog toegepast. Bij de ontwikkeling van het kruisgewelf blijkt echter de spitsboog onontbeerlijk en hebben de architecten van 't Noorden dan ook niet gedraald hiervan een algemeen gebruik te maken. Door de diagonale ribben half-cirkelvormig te houden en voor de andere spitsbogen toe te passen, werden de gewelfkruinen platter en de verschillende traveeën meer aaneengesloten, waardoor bij 't zes-deelige kruisgewelf de traveebreedte van de zijschepen, toch al sterk uitgesproken door de schalken langs de zijmuren, nog meer op den voorgrond kwam, tot door de gelijkwaardige behandeling van de transversale ondersteuningsbogen en de gordelbogen de traveebreedte van 't middenschip feitelijk overeenkwam met die van de zijbeuken. Door de toepassing der spitsbogen stond den architecten eigenlijk niets meer in den weg om ook het laatste overblijfsel van den ouden stijl, de diagonale koppeling van „twee traveeën” door de kruisribben, op te geven en zich geheel los te maken van het vierkante grondplan, terugkerende tot het gewone kruisgewelf, maar nu op willekeurig rechthoekige traveeën toe-

gepast. Dan eerst komt de Gothiek tot de prachtontwikkeling van zijnen bloeitijd en zien we de ongeëvenaarde ruimtescheppingen ontstaan als de interieurs der kathedralen van Reims, Amiens, Beauvais, Chartres, en vele andere Noord-Fransche monumenten van dien tijd.

### Betrekkelijke massa.

Gegeven zijn twee materiele punten 1 en 2, massa's  $m_1$  en  $m_2$ . De kracht, die men tusschen de beide punten laat aangrijpen zij  $\bar{K}$ , de versnellingen van 1 en 2 ten opzichte van een vast assenstelsel resp.  $\bar{a}_1$  en  $\bar{a}_2$ , we zoeken een verband tusschen hun relatieve versnelling  $\bar{a}_r$ , de kracht  $\bar{K}$  en hun massa's  $m_1$  en  $m_2$ .

Nu is:

$$\bar{K}_2 = -\bar{K}_1 = \bar{K}.$$

$$m_2 \bar{a}_2 = -m_1 \bar{a}_1.$$

$$\frac{\bar{a}_2}{m_1} = -\frac{\bar{a}_1}{m_2}.$$

$$\frac{\bar{a}_2 - \bar{a}_1}{m_1 + m_2} = \frac{\bar{a}_2}{m_1}.$$

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\bar{a}_2 - \bar{a}_1) = m_2 \bar{a}_2.$$

Daar  $\bar{a}_2 - \bar{a}_1 = \bar{a}_r$  en  $m_2 \bar{a}_2 = \bar{K}$  is nu:

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{\bar{K}}{\bar{a}_r}.$$

Aanhoudende het gebruik, volgens hetwelk de constante verhouding tusschen kracht en versnelling massa wordt genoemd, wordt  $m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  de massa van 2 ten opzichte van 1 genoemd. De massa van 2 ten opzichte van 1 is verder gelijk aan de massa van 1 ten opzichte van 2, zoodat men kan spreken van de relatieve massa zonder meer.

De relatieve massa is dus:

$$m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

of:

$$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}.$$

Wordt hierin  $m_1 = \infty$ , dan wordt  $\frac{1}{m_1} = 0$  en  $m_r = m_2$ . Dit is de definitie van massa: de

massa is de massa ten opzichte van een oneindig groot lichaam.

Wordt  $m_1 = 0$ , dan wordt  $m_r = 0$ , zoodat de massa van een lichaam in betrekking tot niets gelijk is aan nul.

De relatieve levende kracht van twee lichamen is gelijk aan  $\frac{1}{2} m_r v_r^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_r^2$ . Dit is dezelfde waarde, die in een vorig nummer van het T. S. T. werd afgeleid voor het relatief arbeidsvermogen van beweging.

In het vorige werd voor de bepaling van de massa's  $m_1$  en  $m_2$  gebruik gemaakt van een oneindig groot lichaam. De waarden hiervoor kunnen echter ook volgen alleen uit de relatieve beweging van eindige massa's.

De relatieve beweging van twee punten geeft geen aanwijzing omtrent de verhouding van de massa's der beide punten afzonderlijk; alleen hun relatieve massa is bekend door de verhouding tusschen onderlinge kracht en relatieve versnelling.

Bij de relatieve beweging van drie punten 1, 2 en 3 kunnen echter drie vergelijkingen worden opgesteld en wel voor de massa van 1 ten opzichte van 2, van 2 ten opzichte van 3 en van 3 ten opzichte van 1.

De massa van 1 ten opzichte van 2 kan worden aangeduid door  $m_{12}$ , zoo ook  $m_{23}$  en  $m_{31}$ .

De drie vergelijkingen zijn:

$$\frac{1}{m_{12}} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2},$$

$$\frac{1}{m_{23}} = \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \quad \text{en} \quad \frac{1}{m_{31}} = \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_1}.$$

Hierin zijn  $m_{12}$ ,  $m_{23}$  en  $m_{31}$  door de relatieve beweging van 1, 2 en 3 bekend. Onbekenden zijn dus alleen  $m_1$ ,  $m_2$  en  $m_3$ , deze drie onbekenden zijn uit de drie vergelijkingen op te lossen. Het resultaat is:

$$\frac{2}{m_1} = \frac{1}{m_{31}} + \frac{1}{m_{12}} - \frac{1}{m_{23}},$$

$$\frac{2}{m_2} = \frac{1}{m_{12}} + \frac{1}{m_{23}} - \frac{1}{m_{31}},$$

$$\frac{2}{m_3} = \frac{1}{m_{23}} + \frac{1}{m_{31}} - \frac{1}{m_{12}},$$

de massa's van 1, 2 en 3, uitgedrukt in hun relatieve massa's.

H. ZANSTRA.

## Absolute massa.

De heer ZANSTRA gaf aan hoe we van een lichaam de massa ten opzichte van een ander lichaam kunnen bepalen, indien van beide lichamen gegeven is de massa ten opzichte van een oneindig zwaar lichaam, welke laatste in den regel de massa van een lichaam wordt genoemd.

Wat moet echter onder absolute massa worden verstaan.

Absoluut is in betrekking tot geen ander lichaam, tot niets anders, d.w.z. ten opzichte van zichzelf.

Steeds is volgens begripsbepaling

$$\text{massa} = \frac{\text{kracht}}{\text{versnelling}}$$

De kracht die een lichaam op zichzelf kan uitoefenen moet nul zijn, omdat deze kracht dezelfde moet zijn als zijn tegengestelde evengroote kracht. Dit volgt uit het beginsel van actie en reactie, dat in de Newton'sche mechanica steeds geldig is.

De versnelling van het lichaam ten opzichte van zichzelf is steeds = 0, omdat het lichaam voortdurend met zichzelf samenvalt.

$$\text{De massa} = \frac{0}{0}.$$

Absolute massa is onbepaald; massa heeft alleen zin in betrekking tot andere massa's.

v. B.

## De Petersburger Paradox,

door H. T. HOVEN, gep. kapt. ter zee.

Bekend is de zucht, geslaakt door een Amsterdamsch hoogleeraar, wiens vader en zoon eveneens dit ambt vervulden: „ik ben nooit iemand geweest; eerst was ik de zoon van mijn vader, — later werd ik de vader van mijn zoon.” En toch genoot hij een grooten roep als geleerde en als medicus.

Hij mag het beschouwd hebben als een persoonlijk nadeel, een rij van wetenschappelijk hoogstaande mannen is een zegen voor het land, dat hen mag herbergen.

Geen familie kan bogen op een langer reeks van mannen van beteekenis, dan het geslacht BERNOULLI. In de tweede helft der 16<sup>e</sup> eenw ontvluchtte JACOB BERNOULLI de Spaansche overheersching te Antwerpen en vestigde zich in Frankfort a. Main. Een neef van deze kwam in 1622 te Bazel, waar zijn zoon NICOLAAS als koopman en raadslid beroemd werd. Sedert heeft

een onafgebroken reeks van geleerden, behoorende tot die familie v.n.l. zetel gehad in Bazel, waar tot voor korten tijd twee BERNOULLI'S hoogleeraar waren in de geschiedenis. Doch ook in andere steden, in Groningen, St. Petersburg, Padua, enz. hebben geleerde BERNOULLI'S professorale zetels met eere bekleed.

De *Petersburger Paradox*, waarover hieronder eenige beschouwingen volgen, is afkomstig van NICOLAAS BERNOULLI (1687—1759); zijn neef DANIEL BORNOLLI (geboren te Groningen, 29 Januari 1700, overleden te Bazel, 17 Maart 1782), gaf de sedert klassiek geworden beschouwingen er over.

De *Petersburger Paradox* heeft betrekking op het kruis- of muntspel.

IWAN werpt een muntstuk zooveel keer, totdat kruis boven komt. Geschiedt zulks bij de eerste maal, zoo geeft de medespeler, ALEX, hem 1 kroon; komt eerst bij den 2<sup>den</sup> worp kruis boven, zoo geeft deze hem 2 kronen, bij den 3<sup>en</sup> 4 kronen, bij den 4<sup>en</sup> 8 kronen, enz., steeds het bedrag verdubbeld. Zoodra kruis geworpen wordt is het spel uit.

Gevraagd wordt welke verplichting moet IWAN daar tegenover stellen.

De toepassing der waarschijnlijkheids rekening geeft voor de koopsom een oneindig groote waarde; het gezond verstand verzet zich daartegen. Vandaar de paradox.

Tot nadere verklaring der eerste thèse moet men zich vertrouwd maken met het begrip: mathematische hoop, vroeger winstkans bij het spel genoemd. Men verstaat onder mathematische hoop het product van een winst met de kans, om die winst te bekomen. Is een winst  $W$  en de kans op die winst  $p$ , dan is  $pW$  de mathematische hoop.

Bij een zuiver kansspel (jeu équitable) is de inzet gelijk aan de mathematische hoop.

Werpt men met een dobbelsteen, waarbij men aan zijn tegenpartij  $f$  6,— belooft, als bij den eersten worp een vooraf genoemd nummer boven komt, dan is de mathematische hoop  $\frac{1}{6} \times 6 = 1$  en behoort de inzet  $f$  1,— te zijn.

Bij de roulette met één 0 is de mathematische hoop, bij het zetten op één nummer,  $\frac{36}{37}$ ; de inzet 1, dus grooter dan de mathematische hoop. De roulette geeft dan ook geen: „jeu équitable”.

Zijn er meerdere winsten te bekomen, bijv.  $W_1 W_2 W_3$  enz., ieder met een kans van  $p_1 p_2 p_3$

enz., dan is de totale mathematische hoop gelijk aan de som der partieele  $p_1 W_1 p_2 W_2 p_3 W_3$  enz.; in het algemeen:  $\Sigma pW$ .

IWAN krijgt bij de Petersburger Paradox, naarmate van het aantal worpen, waarbij ten slotte kruis boven komt, een som gelijk aan een der termen van de voortlopende reeks:

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^n \dots$$

De kans van elk dezer termen is achtereenvolgens:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \dots \frac{1}{2^{n+1}}$$

De mathematische hoop van IWAN is derhalve:

$$1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{8} + 16 \times \frac{1}{32} + \dots + 2^n \times \frac{1}{2^{n+1}} + \dots$$

$$\text{of } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} + \dots$$

De som dezer reeks, de mathematische hoop,  $\Sigma pW$ , is  $\infty$ , waaruit te besluiten is, dat IWAN een oneindig groote som als inzet heeft te geven.

Tal van geleerden in de 18<sup>e</sup> en 19<sup>e</sup> eeuw hebben beschouwingen over dit vraagstuk gehouden. d'Alembert, Lagrange, Condorcet, Poisson, Buffon, Quételet hebben hun oordeel er over uitgesproken.

CONDORCET en POISSON oordeelen, dat ALEX zijn belofte niet kon gestand houden. Als kruis, eerst bij den 50<sup>sten</sup> worp, boven komt vertegenwoordigt de door hem te betalen som een hoeveelheid goud, van grooter omvang dan de zon. Hij speelt onder valsche beloften.

De kans dat, eerst na 50 worpen, kruis boven komt is niet groot, maar het geval *kan* voorkomen. Het geval uit te sluiten zou in het geldstuk een herinnering aan de vooraf verkregen uitkomsten onderstellen; elke nieuwe worp zou dan beïnvloed zijn door den voorafgaande, wat niet juist is.

De wiskunde geeft dan ook geen andere uitkomst dan  $\infty$  voor den inzet; daaraan is niet te ontkomen.

Aan IWAN wordt de verdubbeling van de winst toegezegd bij elken worp, waarbij kruis nog niet boven is gekomen. Er komt echter een grens, waarbij dat verdubbelen voor hem geen waarde meer heeft. Wanneer bij den 30<sup>sten</sup> worp kruis nog niet boven is gekomen, zal hij, als zulks bij den volgenden worp wel geschiedt,  $2^{1/8}$  milliard kronen ontvangen. De som der kansreeks voor 31 worpen

is  $15^{1/2}$ , voor 32 worpen 16. Hij heeft volstrekt geen belang om het spel langer dan 31 worpen voort te zetten. De winst van  $4^{1/4}$  milliard (bij den 32<sup>sten</sup> worp) heeft precies dezelfde waarde voor hem als  $2^{1/8}$  milliard kronen (bij den 31<sup>sten</sup> worp).

A fortiori zal hij geen inzet van  $\infty$  geven om het spel voort te zetten, totdat eindelijk kruis komt. Wel bestaat er kans dat bij 31 worpen, kruis nog niet gekomen is, dat hij dus *geen* uitkeering krijgt, doch die is zoo uitermate gering en niet te vergelijken met de toename van den  $15^{1/2}$  op  $\infty$ .

Het vraagstuk heeft echter niet betrekking op een gelimiteerd aantal worpen.

Slechts de wiskundige beoordeelt een fortuin naar het aantal zilverlingen, waaruit het bestaat; de verstandige man schat het naar het gebruik, dat hij er van maken kan. BOUFFON voegt daaraan toe den wreck; want deze verheugt zich alleen in zijn bezittingen om het geld te kunnen opstapelen. Hoe meer geldstukken hij bezit, hoe grooter zijn genoeg. Het gebruik dat er van te maken is, laat hem onverschillig, het uitgeven doet hem zelfs leed.

DANIEL BERNOULLI trachtte de oplossing te vinden door bij de mathematische hoop een nieuwen factor, de moreele hoop, te voegen, en wel bij de beoordeeling der waarde van een winst het *kapitaal*, waaraan die winst wordt toegevoegd, in aanmerking te brengen.

Een winst van  $dx$  heeft dan voor een kapitaal  $x$  een waarde  $\frac{dx}{x}$ . Is de winst  $h$  en dus het kapitaal aangegroeid tot  $x+h$ , dan is

$$\int_x^{x+h} \frac{dx}{x} = \log \frac{x+h}{x}$$

een maat van de winst.

De invloed voor een winst vermindert met het toenemen van het fortuin van den ontvanger, dat is in woorden het begrip: moreele hoop.

Een som van  $f$  10,— is voor den bedelaar een schat; voor den millionair een peulschilletje, d.i. de quintessence van de moreele hoop.

Het voorgaande toegepast op de Petersburger Paradox komt hierop neer. Niemand heeft bij het spel bezwaar  $f$  1,— in te zetten voor een winst van  $f$  10,— met een kans van  $\frac{1}{10}$ , mogelijk nog bij  $\frac{1}{100}$  kans als de winst  $f$  100 kan zijn; maar men heeft bezwaar als de kans slechts  $\frac{1}{1.000.000.000}$

bedraagt, al is de winst één milliard.  $\frac{1}{10} \times 10$  en  $\frac{1}{100} \times 100$  zijn in bovenbedoelden zin identiek, maar niet hetzelfde als:  $\frac{1}{1.000.000.000} \times 1.000.000.000$ , ofschoon er geen rekenkundig verschil is.

Nu komt er echter bij de factor van de moreele hoop.

Een eenigszins bemiddeld man geeft wel eens een gulden uit zonder noodzaak. Hij zou zich de weelde kunnen veroorloven van een lot à  $f 1$ ,— te nemen in een loterij met een milliard loten en slechts één prijs. Maar het hoofd van een groot gezin met een bescheiden inkomen, mag niet een gulden bij een dergelijke loterij wagen.

Dit is nu wel een verklaring van de Petersburg Paradox, maar nog geen oplossing.

Voor de mathematische hoop is hierboven gevonden  $\sum pW$ ; voor  $W$  invoerende de maat van de moreele hoop  $\log \frac{x+h}{x}$ ; verkrijgen wij de uit-

drukking  $\sum p \log \frac{x+h}{x}$  of  $\sum \log \frac{(x+h)^p}{x^p}$ , waarin het mogelijk is winst ( $h$ ) en fortuin ( $x$ ) onder cijfers te brengen. Nemen we voor de fortuin b.v. 200, dan wordt  $x+h$  achtereenvolgens 201, 202, 204, 208, enz. en  $p \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$  enz. De ontwikkeling geeft dan een waarde van 4.71 voor den inzet (mathematische — gecombineerd met de moreele hoop).

Doch dit cijfer brengt ons niet veel verder. Komt kruis eerst bij den 7<sup>en</sup> worp boven, dan ontvangt IWAN 128, geschiedt zulks bij den 8<sup>sten</sup> worp eerst 256 kronen; is het vermogen van Alex niet grooter dan 200 kronen, dan zal het spel dus beperkt moeten worden tot 7 worpen, waarvoor de mathematische hoop  $3\frac{1}{2}$  is.

De invoering van het begrip moreele hoop doet den inzet van  $3\frac{1}{2}$  toenemen tot (ongeveer) 4.71, waarin men dan een vergoeding van IWAN kan zien, omdat ALEX nagenoeg zijn geheele vermogen waagt.

In de „Calcul des Probabilités” van BERTRAM merkt deze dan ook op: „nooit is een spel volgens die voorwaarden gespeeld, noch zal er immer één gespeeld worden; maar de theorie van de moreele hoop heeft niet minder bijgedragen tot den roem van DANIEL BERNOULLI, dan zijn overige arbeid op wetenschappelijk gebied”. (D. BERNOULLI verwierf o.m. 10 prijzen van de Académie française).

En deze uitspraak is m.i. juist. Want al is de waarde van de moreele hoop numeriek niet in

rekening te brengen, in het sociale leven speelt zij een groote rol, hoewel zulks onbewust geschiedt voor de meesten.

Een paar voorbeelden ter toelichting.

Hierboven is aangetoond, dat de uitdrukking  $\log \frac{x+h}{x}$  een maat is voor de moreele hoop van een winst  $h$  op een kapitaal  $x$ .

De moreele hoop van die winst kan dus voorgesteld worden door  $m \log \frac{x+h}{x}$ , als  $m$  een zekere factor is. De moreele hoop voor een verlies is dan:  $m \log \frac{x-h}{x}$ . Wil men die twee waarden vergelijken, dan dient men te bedenken, dat zij tegenover elkander staan in den zin van positief en negatief. Dus:

moreele hoop van een winst is:  $m \log \frac{x+h}{x}$

” ” ” ” verlies is:  $m \log \frac{x}{x-h}$ .

De eerstgenoemde waarde is kleiner, want:

$$x^2 - h^2 < x^2$$

$$\frac{x+h}{x} < \frac{x}{x-h}$$

De moreele hoop van een winst is kleiner dan die van een verlies; *alle hazardspel brengt volgens de theorie van de moreele hoop steeds verlies aan maatschappelijk kapitaal.*

Men kan door redeneering tot dezelfde slotsom komen. Winst verkregen door hazardspel, speculatie in effecten of goederen (termijnhandel) wordt, in den regel, geheel of gedeeltelijk onnut besteed. Iemand, die met spelen of speculeeren verdiend heeft, is royaal gestemd, fuift zijn vrienden of gaat op groter voet leven. Verliest zoo iemand, dan is niet dadelijk de bron te vinden om het verlies aan te vullen.

Hazardspel verarmt.

Bij de verzekering heeft het omgekeerde plaats. Laat ons, om dit nader uit te werken, als voorbeeld nemen de levenslange verzekering. Een huisvader onderhoudt zijn gezin geheel of gedeeltelijk door de vruchten van zijn arbeid. Zijn leven vertegenwoordigt dus een zekere economische waarde. Tegen betaling van een jaarlijksche premie verzekert hij de uitbetaling van een zeker kapitaal, dat bij zijn overlijden aan zijn gezin uitbetaald wordt. Het tijdstip van de uitkeering van dat



kapitaal is afhankelijk van zijn levensduur, die van te voren niet te bepalen is. Wel echter de gemiddelde levensduur; de afwijkingen ervan zijn onderworpen aan de kansberekening.

De moreele hoop op het verkrijgen van het verzekerde kapitaal kan voorgesteld worden door  $m \log \frac{x+h}{h}$ , waarin  $h$  het verzekerde kapitaal is. Op het oogenblik van zijn overlijden is  $x$ , voorstellende zijn fortuin plus werkkraft, een minimum, de geheele uitdrukking  $m \log \frac{x+h}{x}$  nadert dus het maximum; de moreele hoop van een levensverzekering is dus zeer groot. *Levensverzekering brengt volgens de theorie van de moreele hoop vermeerdering van het maatschappelijk kapitaal.*

Wederom kan men door redeneering tot dezelfde uitkomst geraken.

Verlies van het leven van den verzorger, dat voor het gezin een zekere economische waarde vertegenwoordigt, brengt dat gezin groot nadeel toe. Tegen een jaarlijksche premie, die van de inkomsten gemakkelijk afgenomen kan worden, wordt, bij het overlijden, door de uitkeering van een kapitaal, vergoeding, althans gedeeltelijk, verkregen voor het verlies, ontstaan door het overlijden. De gemeenschap, d.i. de gezamenlijk verzekerden of de verzekeringsmaatschappij, lijdt door de uitbetaling van het verzekerde bedrag een gemakkelijk te dragen schadepost.

In vergelijking van het geheele verzekerde kapitaal is de uitkeering een betrekkelijk kleine som. Voor het gezin is de uitkeering een behoedmiddel tegen armoede.

Hetzelfde geldt voor brand-, zee-verzekering, e.a.

Hieruit moge blijken dat, waar het hazardspel, in welken vorm ook, een vloek is voor den speler, en dus voor de maatschappij, de verzekering op solieden basis, een zegen is.

Nov. 1915.

---

### Vrijwillig Landstorm-Korps: „Motor Vaar- en Voerwezen”.

Wij ontvingen mededeeling van de oprichting van het *Vrijwillig L. S. Korps: „Motor Vaar- en Voerwezen”*.

Onze plaatsruimte laat niet toe, de daarbij ge-

voegde gegevens alle te vermelden; voor belangstellenden liggen zij op ons redactie-bureau ter inzage. Men kan zich daartoe aanmelden bij den *Res. 1<sup>e</sup> Luit. belast m/d vorming v/h Vrijw. L. S. Korps: „Motor Vaar- en Voerwezen”*.  
*Etappen-Depôt Delft.*

Men verbindt zich vrijwillig voor den duur der mobilisatie, waarop een keuring volgt. Vereischten zijn, behalve die, welke voor iedere Landstormverbintenis zijn gesteld. o. m. een zekere vaardigheid of vakbekwaamheid, en leeftijd 17—40 jaar. De oefeningen zijn maximum 5 uur per week, uniform wordt door het Rijk verschaft.

De taak van dit Korps zal zijn:

1<sup>o</sup>. Wat betreft Motor- en andere booten (*eigenaar en personeel*):

- a). Verkenningsdienst te water in liniën en stellingen bij het veldleger,
- b). Patrouille- en bewakingsdiensten van accésen, enz. enz.,
- c). Vervoer van Commandanten en Staven naar onderdeelen van hun commando,
- d). Snelvervoer van gewapende piketten, mitrailleurs, geschut, en zoeklichtinstallaties,
- e). Overbrenging van berichten en het leggen van kabels voor draadverbinding, medewerking bij optisch seinverband en draadlooze telegrafie,
- f). Fourage- en munitievervoer (*ook lichte sleepdiensten*),
- g). Vervoer in dienst van het Roode Kruis en Geneeskundigen dienst,
- h). Het vormen van vaste werkplaatsen voor herstelling,
- i). Bemanning van gevorderde motorbooten.

2<sup>o</sup>. Wat betreft motorwagens en rijwielen (*eigenaar en personeel*):

- a). Het vormen van een groote geoefende reserve voor den Auto-Treindienst (*bestaand legeronderdeel*),
  - b). Het verrichten van diensten als het Vrijwillig Militair Automobielkorps en het Vrijwillig Motorrijderskorps (*hetwelk thans bij het Leger dienst doet, doch in oorlogstijden belangrijk uitgebreid dient te worden*).
-

# Studiebelangen.

(Vervolg).

## Electrotechnisch Ingenieur.

### Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse Anal. Meetkunde Beschr. Meetkunde Werktuigbouwkunde	W. A. VERSLUYS J. G. RUTGERS J. A. SCHOUTEN Bij één der hoogleeraren: I. FRANCO C. P. HOLST GZN. A. D. F. W. LICHTENBELT door de sub afd. aan te wijzen	Zie opmerking hierover bij: „Scheikundig Ingenieur.” Omvat: werktuigonderdeelen en drijfwerken, beschrijving van stoomwerktuigen en -ketels, verbrandingsmotoren, locomotieven en hefwerktuigen. Bij het examen wordt een portefeuille ingeleverd en moet een schets worden gemaakt. De aanvraag voor het tentamen te richten tot den Voorzitter der sub-afdeeling. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): LICHTENBELT: Maandag en Dinsdag namiddag. FRANCO: 9—12 u. v.m., HOLST: Dinsdag 2—5 u. nm.
Mech. Technologie	L. A. VAN ROYEN	De verslagen van het practisch werken dienen op de gewone wijze te worden ingeleverd. Dagen: Maandag, Dinsdag, Vrijdag en Zaterdag n.m.
Handteekenen	A. F. GIPS.	Zie opmerking hierover bij: „Scheikundig Ingenieur.”

### 1<sup>ste</sup> DEEL.

### Candidaats Examen.

Toegep. Mechanica	C. B. BIEZENO	Bij het tentamen, zoo mogelijk, graphostatica-teekeningen over te leggen. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): Donderdag 9—12 u. v.m.
Theor. Mechanica Adminstr. Recht Staatsrecht Werktuigbouwkunde	J. CARDINAAL D. VAN BLOM J. H. VALCKENIER KIPS G. BROUWER	Bij het examen wordt een portefeuille ingeleverd. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): Woensdag 2—4 u. n.m., Vrijdag 1—4 u. n.m.
Kennis v. Bouwstoffen	C. K. VISSER	Prof. VISSER stelt zich beschikbaar voor het afnemen van dit tentamen na de 1 <sup>ste</sup> week in December.

### 2<sup>de</sup> DEEL.

Eventueele tentamens of regeling van exameneischen enz., worden voor ieder gemobiliseerd student afzonderlijk beoordeeld; elk geval zal dus op zich zelf beschouwd worden.

### Ingenieurs Examen.

Hiervoor geldt, hetgeen vermeld is onder: „Candidaatsexamen, 2<sup>de</sup> deel.”

## Scheikundig Ingenieur.

## Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse Anal. Meetkunde Beschr. Meetkunde	W. H. L. JANSSEN v. RAAV J. A. SCHOUTEN W. H. L. JANSSEN v. RAAV	De hoogleeraren JANSSEN v. RAAV en SCHOUTEN wenschen geen officieele regeling van tentamens. Eventueele tentamens of regeling van exameneischen worden voor ieder gemobiliseerd student afzonderlijk beoordeeld. Bestaand tentamen.
Anal. Scheikunde Delfstofkunde Natuurkunde Theor. Mechanica Handteekenen	H. TER MEULEN J. A. GRUTTERINK L. H. SIERTSEMA W. H. L. JANSSEN v. RAAV A. F. GIPS.	Bestaand tentamen. Zie bovenstaande opmerking. Bestaand tentamen. Van gemobiliseerde studenten zullen ook buiten Delft vervaardigde en gewaarmerkte teekeningen geaccepteerd worden.

## Candidaats Examen.

Organ. Scheikunde	J. BÖESEKEN	Bestaand tentamen. Dit tentamen kan door gemobiliseerden ten allen tijde afgelegd worden.
Anorg. Scheikunde Phys. Scheikunde Staatsrecht Administr. Recht Werktuigbouwkunde	W. REINDERS W. REINDERS J. H. VALCKENIER KIPS D. VAN BLOM G. BROUWER	Bestaand tentamen. Bestaand tentamen.  Bij het examen wordt voor het vak technisch teekenen een portefeuille ingeleverd. Ook de studievakken, gedoceerd door de hoogleeraren I. FRANCO en A. D. W. F. LICHTENBELT, behooren tot dit tentamen. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): Woensdag 2—4 u. n.m. en Vrijdag 1—4 u. n.m.
Mech. Technologie Mech. Technologie	IS. P. DE VOOYS L. A. VAN ROYEN	Bestaand tentamen. Bestaand tentamen.

## Ingenieurs Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Scheik. Technologie	A. M. A. A. STEGER	Dit tentamen geldt ook voor niet-gemobiliseerde studenten. Het omvat alleen de Algemeene Cursus en kan ook vóór het Candidaats-examen afgelegd worden.

## Mijnbouwkundig Ingenieur.

## Propaedeutisch Examen.

STUDIEVAK.	HOOGLEERAAR.	OPMERKINGEN.
Analyse Beschr. Meetkunde Analyt. Meetkunde Anal. Scheikunde Delfstofkunde Handteekenen	W. H. L. JANSSEN v. RAAV W. H. L. JANSSEN v. RAAV J. A. SCHOUTEN H. TER MEULEN J. A. GRUTTERINK A. F. GIPS	Zie opmerking onder: „Scheikundig Ingenieur.”  Bestaand tentamen. Bestaand tentamen. Zie opmerking onder: „Scheikundig Ingenieur.”

## Candidaats Examen.

Theor. Mechanica Toegep. Mechanica Werktuigbouwkunde	W. H. L. JANSSEN v. RAAY C. B. BIEZENO J. C. DIJXHOORN.	Zie bovenstaande opmerking. Zie opmerking bij: „Electrotechnisch Ingenieur.” Bij het examen wordt voor het vak technisch teekenen een portefeuille ingeleverd. Beschikbaar gestelde tijd (behoudens verhindering): Donderdag 9—12 u. v.m.
Metall. en Docimasie Mijnm. en Karteeren Scheikunde Mineralogie Mijnkunde Algemeene Geologie Historische Geologie Administr. Recht Staatsrecht Bouwkunde	S. J. VERMAES DE KONING KNIJF W. REINDERS J. A. GRUTTERINK W. A. KNOL. G. A. F. MOLENGRAAFF. H. G. JONKER D. VAN BLOM J. H. VALCKENIER KIPS A. VAN DER LEE	Ontwerp Spreekuur: Vrijdag 2—4 u. n.m. Ontwerp Spreekuur: Woensdag 2—5 u. n.m. Bestaand tentamen. Bestaand tentamen. Bestaand tentamen. Spreekuur: Vrijdag 2—5 u. n.m. Bestaand tentamen. Bestaand tentamen.  Spreekuur: Maandag 2—5 u. n.m.

## Ingenieurs Examen.

Mijnkunde Geologie Historische Geologie Palaeontologie Petrografie Metall. en Docimasie	W. A. KNOL G. A. F. MOLENGRAAFF  JONKER J. A. GRUTTERINK S. J. VERMAES	Bestaand tentamen. Ontwerp Spreekuur Vrijdag 2—5 n.m. Bestaand tentamen.  Bestaand tentamen.  Bestaand tentamen. Ontwerp Spreekuur: Vrijdag 2—5 u. n.m.
--	---	---

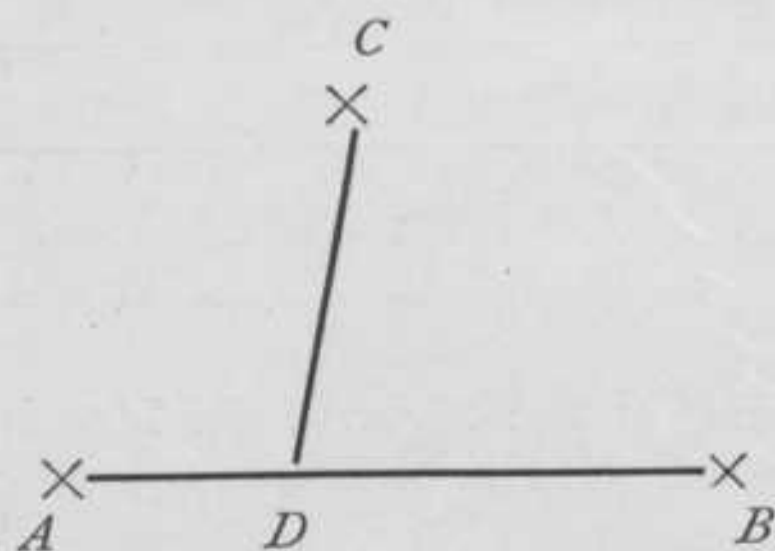
## STRIKVRAGEN.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

No. 14. In nevenstaande figuur zijn de getallen van 1 tot en met 9 zoo geplaatst, dat ze van boven naar beneden, van links naar rechts en diagonaalsgewijs opgeteld dezelfde uitkomst geven.

Men vraagt hiervan een wiskundige oplossing te geven.

Ingezonden door W. B. A.



No. 12. Bovenstaande figuur geeft de situatie van 3 plaatsen A, B en C; de beide eerstgenoemde zijn

door een verkeersweg verbonden. Er moet een nieuwe weg worden ontworpen van C uit, dezen weg in D ontmoetende. Als het te verwachten verkeer tusschen A en C  $3 \times$  zoo groot is als dat tusschen B en C, waar moet men dan D kiezen?

Men verzoekt ons erop te wijzen, dat de oorsprong van Strikvraag No. 12, ligt in de wegen-aanleg tusschen Nunspeet (A), Elspeet (B) en Vierhouten (C).

De grintweg van Vierhouten komt uit op de oudste weg, de rechte weg tusschen Nunspeet en Elspeet en wel zoo, dat in Halfweg (zoo wordt de driesprong (D) genoemd, die dicht bij Nunspeet dan bij Elspeet ligt) een scherpe hoek gevormd wordt door de wegen naar Vierhouten (C) en Elspeet (B), want Nunspeet is veel belangrijker dan Elspeet.

Nu zijn er nog aan te wijzen de overblijfselen van een oude zandweg, die een kleinere hoek insluit; waaruit we kunnen opmaken, dat bij deze laatste meer is gelet op verkorting der wegen, dan op kosten van wegaanleg. De verhouding der verkeerssterkten ten tijde van aanleg is ons onbekend, zoodat we de gekozen hoeken niet verder kunnen beoordeelen.

v. B.

Oplossingen van No. 13 en No. 14 in het volgende nummer.