

# TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCHRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCHRIFT,  
ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Hoofdredacteur: M. C. KORT.

Redactie:

J. C. DEKNATEL,  
P. K. VAN MEURS,  
A. G. VON BAUMHAUER,  
W. P. VAN ZON,  
J. B. LEEUWENBERG,  
S. DE WAARD,  
M. C. KORT,

Civiele faculteit,  
Bouwkundige faculteit,  
Werktuigkundige faculteit,  
Scheepsbouwkundige faculteit,  
Electrotechnische faculteit,  
Scheikundige faculteit,  
Mijnbouwkundige faculteit,

Oude Delft 209.  
A 149, Overschie.  
Van Leeuwenhoeksingel 5.  
Nieuwe Plantage 74.  
Van Leeuwenhoeksingel 18.  
Van Leeuwenhoeksingel 12.  
Poortlandlaan 32.

Vlaamsche Sub-Redactie:

M. STEENBRUGGE,  
.....

Werktuigkunde,  
Burgerlijke Bouwkunde,

St. Machariusstraat 1, Gent.  
.....

Luchtvaart: G. D. BOERLAGE, Nieuwelaan 22.

en met welwillende medewerking van verscheidene Hoogleraren aan de T. H.

Abonnementsprijs per jaar f 4,—.

Druk en Administratie Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

6<sup>e</sup> Jaargang. N<sup>o</sup>. 6. 15 Jan. 1916.

Het auteursrecht van dit tijdschrift wordt  
gewaARBORGd door de Auteurswet 1912.

Alle berichten en mededeelingen zijn buiten  
verantwoordelijkheid van de Redactie.

## Inhoud.

Kapillariteit of oppervlakte-werking, III.

Eenige toepassingen der Vectoranalyse, II, door B.

Sterftekans en sterftetafels, I, door H. T. Hoven, gep.  
kapt. ter zee.

Iets omtrent Olieschakelaars.

Eenige gegevens over het Provinciaal Electrisch Bedrijf  
in Noord-Brabant.

Boekbespreking.

Strikvragen.

T. H. — Examenuitslagen.

Berichten en Mededeelingen.

## IN MEMORIAM.

Eerst heden vernamen wij het bericht dat

**MARCEL VAN DER HAEGHEN,**

in leven redacteur van de Vlaamsche  
sub-redactie van het T. S. T.

den 18<sup>en</sup> Augustus 1914 op het slagveld in  
België sneuvelde.

R. I. P.

## Kapillariteit of oppervlakte-werking.

(Slot).

Litteratuuropgave voor het vorige gedeelte.

*All. Ferguson:* Philos. Magaz. [6] 26 en 28  
403—412.

*Schiitt:* Drude's Ann. 13 7 14 (1904).  
Zie voor de proeven van Dupré enz. o.a. Freund-  
lich Kapillarchemie, S 55.

*Berczeller:* Int. Z. f. Biol. 1 124—132.

- Voor de dikte van oppervlakte-lagen
- Bakker:* Theorie de couche capillaire des corps purs en Z. f. phys. Chem. 86, 145 (1913).
- Freundlich:* Kapillarchemie S 265—283.
- Marcelin:* Ann. de physique [9] 1 (1914) 19—34.
- Vincent:* Ann. chim. et phys. [7] 1900; Phys. Zeitschr. 1900.
- Mandelstam:* Ann. d. phys. [4] 41 609—624, 1913.
- Labrouste:* C. R. 158 627—629 (1914).
- Marenin:* Chem. Z. bl. 1913 2 Quartal S 1647.
- Walden:* Z. f. physik. Chem. 75 555—557.
- Jaeger (F. M.):* Verslagen Kon. Akad. 23 en 24 1914—1915.
- Padoa & Tabellini:* Chem. Zentr. bl. 1914 1 Quart. 1047.
- N. Grinakowski:* Chem. Z. bl. 1913 4 Quart. 2076.
- Mitchel & Smith:* Journ. Chem. Soc. Londen 103 489—495.
- Smiles—Herzog:* Chem. Konstitution und phys. Eigensch. Leipzig Steinkopf 1914.
- W. Kistiakowski:* Z. f. Kolloidchemie 1913.
- Walden:* Z. f. phys. Chem. 65 129, 257. Z. f. Electrochemie 14 713.
- G. Ter-Gazarian:* C. R. 153 871—874 en 1071—1074 (1911).
- Bennet-Mitchell:* Z. f. phys. Chem. 84 475—479.

Van regelmatigheden in verband staande met de *chemische* constitutie der stoffen is betrekkelijk weinig vaststaand bekend en meest nog verward. Het beste is en wordt hier, meen ik, nog geleverd door de experimenten van F. M. Jaeger c.s. te Groningen. <sup>1)</sup>

*Mendelejeff* vond stijgen van 't product  $Ma^2$  met invoering van  $CH_2$  groep, volgens *Wilhelmy* bleef  $\alpha$  echter vrijwel gelijk. *Rodenbach* vond een duidelijke afname van  $\alpha$  bij stijgen in de rij van homologe vetzuren. *Duclaux* en *Hock* konden geen uitgesproken regelmatigheid ontdekken. <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> F. M. Jaeger. Versl. Kon. Akad. 23 (1914) 24 (1915).

<sup>2)</sup> Zie hiervoor en voor 't volgende bijv. *Smiles-Herzog* of *Freundlich*.

Schiff verwerkte het materiaal dat hij had beter: <sup>1°</sup> door bij overeenstemmende toestanden de waarden te bepalen en nam daarvoor het *kookpunt* ( $\pm \frac{3}{5} T_k$ )

<sup>2°</sup> inplaats van  $\alpha$  vergeleek Schiff de grootheid  $N = \frac{\alpha}{M}$  als  $M$  het moleculairgewicht is.

$N$  is dus het aantal molekulen per lengte-eenheid van de meniscus-rand door deze opgeheven.

Bij isomere stoffen was  $N$  haast gelijk, de geringe afwijkingen werden geweten aan het niet volkomen correspondeeren van de kooktemperaturen. <sup>1)</sup> Verder zou een bepaald atoom op de waarde van  $N$  steeds dezelfde invloed uitoefenen en kon daardoor, door vergelijking van de empirische <sup>2)</sup> formules van de verschillende stoffen, die gelijke  $N$ 's hebben, de relatieve waarden van de verschillende elementen berekend worden.

Zoo werd voor hexaan, de xylolen <sup>3)</sup> en de isomere esters van de vorm  $C_5H_3O_2$  de waarde van  $N = 16$ . Hieruit volgt

$C_6H_{14} = C_8H_{10} = 16 \quad 2C = 4H$  of  $C = 2H$   
en  $C_8H_{10} = C_5H_{10}O_2 \quad 3C = 2O = 6H \quad O = 3H$

Hij vond zoo het staatje:

$C = 2H \quad Cl = 6$  (of 7)  $H$   
 $O = 3H \quad Br = 11$  (of 13)  $H$   
 $N = 3H$  (of 2)  $\mathcal{F} = 19 \quad H$

De 2 waarden van  $Br$ ,  $Cl$  en  $N$  wijzen er wel op, dat ook *constitutie* zich doet gelden, dus niet alle isomeren gelijken  $N$  vertoonen.

*Feustel* bestudeerde  $\alpha$  bij isomere verbindingen, o.a. xylolen en vond, dat de ortho-verbindingen de grootste  $\alpha$  hebben, de para-verbindingen de kleinste, doch vlak bij de *meta*-verbindingen.

Walden vond bij zijn onderzoekingen in 1908 tevens, dat voor  $C, H, O$  en  $N$  houdende verbindingen

$$Ma^2 = 11,5 \Sigma n$$

zou zijn, als  $n$  de som der valentie's van de atomen der verbinding is, doch voor sterke constitutieverschillen komt dit niet uit.

F. M. Jaeger onderzocht tal van verbindingen, een aantal anorganische en organische, zoowel alifatische als aromatische. Zooals we reeds zagen, werd steeds *afname* van  $\alpha$  bij temperatuur *stijging* gevonden, wat ook overeenkomt met het gelijk

<sup>1)</sup> Men zie echter later de experimenten van Jaeger, die *afwijkende* waarden voor  $\alpha$  bij isomeren vond.

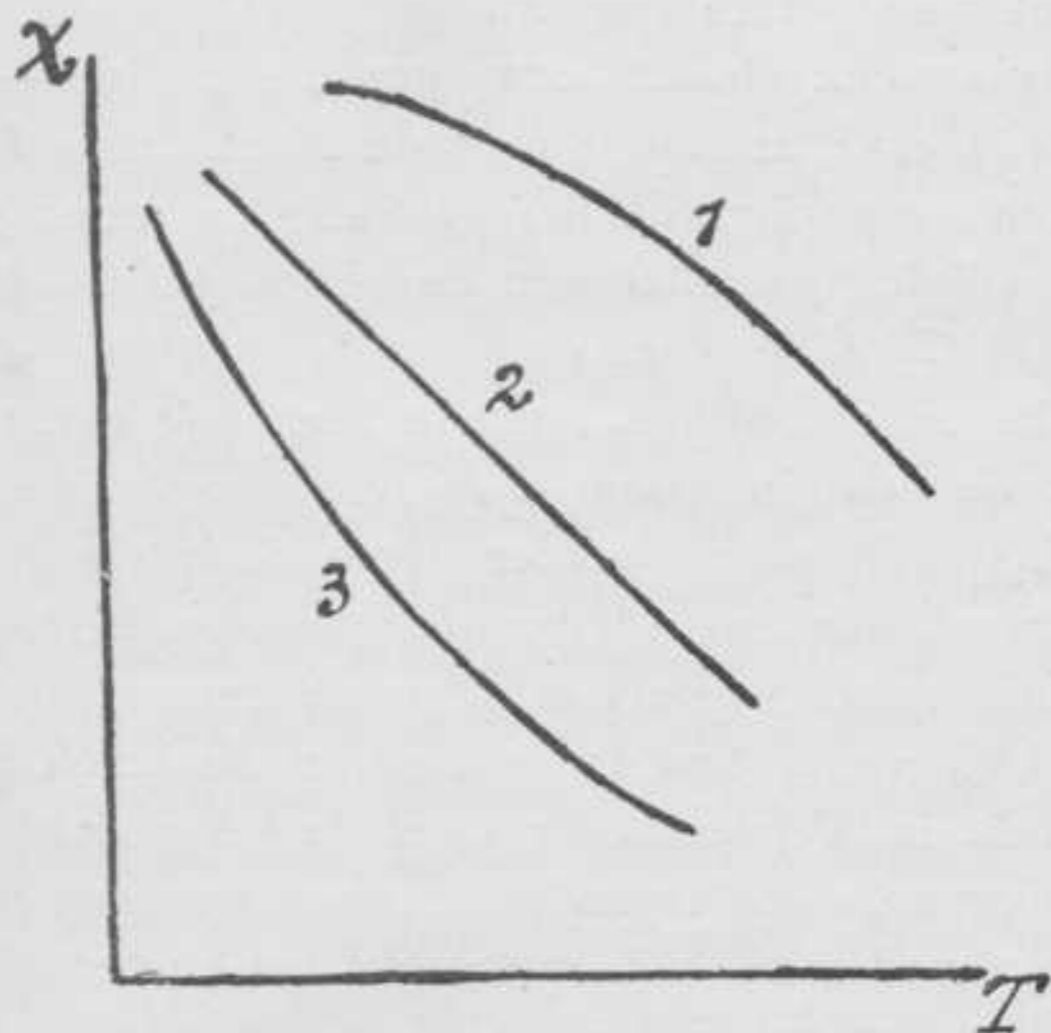
<sup>2)</sup> Denk aan noot 1.

<sup>3)</sup> Zie echter bij *Feustel's* onderzoekingen en ook Schiff zelf.

worden der oppervlakte-energie, van vloeistof en coëxisterende damp bij de kritische temperatuur. Eveneens zagen we reeds dat de  $\chi t$  krommen, zoowel *recht* als *bol* en *hol* naar de temperatuur as konden zijn, dus  $\frac{d\chi}{dt}$  blijft constant. (zie fig. no. 2),

of  $\frac{d\chi}{dt}$  wordt kleiner met stijging van  $t$  (fig. no. 3),

of  $\frac{d\chi}{dt}$  wordt steeds grooter met de temperatuur (fig. no. 1).



Geen samenhang kan gevonden worden tusschen het voorkomen van no. 2 eenerzijds en no. 3 en 1 anderzijds, in verband met de waarde van het quotient  $\frac{d\mu}{dt}$ , of de absolute waarde van  $\chi$  en  $\mu$ .

Wij zagen ook reeds dat Jaeger tot het besluit kwam dat  $\frac{d\mu}{dt}$  geen maat opleverde voor de associatie.

Uit de aanname van een oppervlakte-spanning volgt noodzakelijk arbeidsverrichting bij oppervlakte-vergrooting, dus volgens de eerste hoofdwet:

$$dU = c dt + (\chi + q) dO,$$

als  $q$  de warmte-hoeveelheid is, noodig voor een *isotherme* oppervlakte-verandering. Verder daar  $dU$  een totale differentiaal is.

$$\frac{\partial C}{\partial O} = \frac{\partial (\chi + q)}{\partial t}$$

en volgens de 2<sup>o</sup> hoofdwet dito

$$\frac{1}{T} \frac{\partial C}{\partial O} = \frac{\partial \frac{q}{T}}{\partial t}$$

waaruit dus volgt

$$q = -T \frac{\partial \chi}{\partial t}$$

en ook

$$\frac{\partial C}{\partial O} = -T \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2}$$

$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2}$  vindt Jaeger nu meest niet gelijk 0, waaruit dus volgt, dat  $C$  voor de grenslaag een andere waarde heeft dan voor de rest van de vloeistof.

Jaeger trekt hieruit het besluit dat de oppervlakte-energie  $\chi$  niet alleen van *potentiele*, doch ook van *kinetische* aard is.

Wat de onderzoekingen van de anorganische zouten aangaat, vonden Jaeger c.s., dat in het algemeen de temperatuur coefficienten der specifieke oppervlakte-energie  $\chi$  van deze zouten kleiner zijn dan voor de meeste organische vloeistoffen, n.l. 0,05—0,09 tegenover 0,09—0,13, uitgezonderd van *LiFl*, *RlFl* en *NaFl*. De hoge temperaturen, waarbij de bepalingen voor de zouten plaats hadden, maken echter dat het verschil niet principieel kan genoemd worden; wel zijn de bij die hoge temperatuur nog *zeer* *hooge* waarden van  $\chi$  (n.l. 3 maal die van water) merkwaardig. Algemeen kan opgemerkt, dat:

1<sup>o</sup>. De  $\chi t$  krommen naderen meer tot rechten, doch zijn toch nog zeer goed in de 3 groepen onder te brengen. Bij intreden van dissociatie heeft als gewoonlijk een versneld ombuigen naar de  $t$ -as plaats.

2<sup>o</sup>. De temperatuur coefficient  $\frac{d\chi}{dt}$  wordt bij de vier halogeniden van hetzelfde alkalie-metaal met stijgend atoomgewicht van het halogeen gradueel kleiner.

3<sup>o</sup>. Bij dezelfde temperatuur neemt voor een zelfde halogenide der 4 alkalie-metalen de waarde  $\chi_t$  gradueel af met stijgend atoomgewicht van het alkalie-metaal.

4<sup>o</sup>. Voor de 4 halogeniden van eenzelfden alkalie-metaal neemt  $\chi_t$  gradueel af met stijgend atoomgewicht van het halogeen.

Deze betrekkingen zijn niet van eenvoudig additief karakter. Opmerkelijk is ook het zeer dicht bij elkaar liggen der lijnen van *Rb* en *K*.

Ook werden onderzocht de sulfaten, nitraten, boraten, molybdaten, phosphaten, wolframaten der alkalie-metalen, die eveneens een afname van  $\chi_t$  met toename van het atoomgewicht van het metaal vertoonen. *LiNO<sub>3</sub>* heeft echter een kromme

beneden  $NaNO_3$ , doch wijkt ook in andere eigenschappen af.

De proeven schijnen nauwkeurig genomen, vreemd is echter het melden van vorming van waterstofverbindingen bij hoge temperaturen, waarbij dissociatie optreedt, bij *watervrije* verbindingen, of is dit 't gevolg van het feit, o.a. door Reinders—Goudriaan opgemerkt, dat vaste stoffen zelfs bij  $300^\circ$  nog niet watervrij te krijgen zijn.

Wat de organische verbindingen betreft werd gevonden dat de  $\mu t$  krommen voor verbindingen met overeenkomstige constitutie geheel analoog zijn. Zoo bijv. de halogeenvbindingen der koolwaterstoffen of de alcoholen en water. De isomeren aethyleenchloride  $C_2H_4Cl_2$  en aethylideenchloride  $CH_3CHCl_2$  hebben echter een sterk verschillende oppervlakte-energie, n.l.  $\alpha = 22,7$  voor  $C_2H_4Cl_2$  en  $\alpha = 19,4$  erg  $cm.^2$  voor  $CH_3CHCl_2$ .

De waarde van  $\mu$  stijgt in homologe reeksen naarmate men tot termen met grooter  $KW$ -radikaal opklimt (echter weinig quantitative betrekkingen, behalve de begrijpelijke vermindering van het increment bij stijging in de reeks). Bij de alcoholen zoo vergroting van  $\mu$  met de alkylrest, water staat echter apart; ook de cyaanazijnzure esters van methyl-, aethyl-, propyl-, butyl-, en amylalcohol zijn er een voorbeeld van.

Bij mierenzuur ligt de  $\mu t$  kromme geheel boven die van azijnzuur (en  $\frac{d\mu}{dt}$  opvallend klein), dus ook hier afwijkend gedrag. Een andere uitzondering vindt men bij mono- en dimethylresorcine, waarbij de  $\alpha$  van het laatste *kleiner* is, terwijl bij barnsteenzuredymethylester de  $\mu t$  kromme vrijwel gelijk loopt met die van malonzure dimethylester, niettegenstaande het verschil van 1  $CH_2$  groep.

De invloed van een *aromatische* rest is veel *sterker*. De aethylester van het benzoëzuur heeft een grootere  $\alpha$  dan de methylester, de benzylester heeft echter een veel, *veel* grootere  $\alpha$ , dito bij de salicylzure aethyl- en methylester en salol. Dit houdt misschien verband met de *negatieve* aard der benzylgroep. Ook de vervanging van  $H$  door de negatieve  $O$  heeft een vergrootende invloed en hadden barnsteenzure- en malonzure dimethylester gelijke  $\mu$ , de *wijnsteenzure* dimethylester heeft een *veel* grootere  $\mu$ , n.l. bij  $100^\circ$ , 700 tegenover 1000, door invoering der 2 negatieve  $OH$  groepen.

Eveneens heeft intrede van  $N$  in de plaats van

een  $C$  atoom, of negatieve  $N$  bevattende radicalen inplaats van een  $H$  atoom, aanzienlijke vergroting van  $\mu$  tengevolge; zoo is  $\mu$  veel grooter voor *o* nitrosanisol dan voor anisol, voor aniline of *o* toluidine veel grooter dan voor benzol, respectievelijk toluol, dito voor pyridine grooter dan voor benzol.

Vervanging van  $H$  door halogenen heeft sterke vergroting van  $\mu$  tengevolge, met stijgende invloed bij klimmend atoomgewicht van het halogeen,<sup>1)</sup> terwijl bij stijgend halogeengehalte  $d\mu/dt$  regelmatig grooter schijnt te worden.

Ammoniak heeft een geringe  $\alpha$  bij  $-73^\circ$  37 erg.  $cm.^2$ , vervangt men de  $H$  eruit door  $KW$ -resten, zoo stijgt de  $\alpha$  regelmatig en meest gaat die stijging parallel aan de vergroting van het aantal  $C$  en  $H$  atomen.

De configuratie spreekt echter ook mee; zoo ligt de  $\mu$ - $t$ -lijn voor  $C_3H_7NH_2$  boven die van  $(CH_3)_3N$ , terwijl verder overeenkomstig geconstitueerde aminen met *normale* ketens steeds grootere  $\alpha$  hebben dan die met vertakte ketens, die des te kleinere  $\alpha$  hebben naarmate de keten meer vertakt is. Verder blijkt weer de vergroting van  $\mu$  door substitutie van  $H$  door onverzadigde  $KW$ -resten *veel* aanzienlijker te zijn dan bij verzadigde  $KW$  radicalen. Zoo bijv. allylamine t. o. van propyl en isopropylamine. Bij formamide werken zoowel de onverzadigde  $C=O$  groep als de negatieve  $O$  mee om de  $\mu$  veel grooter te maken dan voor  $(CH_3)NH_2$ .

#### Mengsels.

Nemen we mengsels van niet electrolieten, zoo geldt voor normale mengsels benaderend de regel

$$\alpha = \frac{v_1 \alpha_1 + v_2 \alpha_2}{v_1 + v_2}$$

Verandert echter het volume bij menging, zoo moet een factor ingevoerd dus

$$\alpha = (v_1 \alpha_1 + v_2 \alpha_2) R$$

Voor electrolieten in waterige oplossing kan men als geldend aannemen de formule

$$\alpha_o = \alpha_w + cK$$

$\alpha_o$  = oppervlakte-spanning oplossing.

$\alpha_w$  = " " " water.  $K$  = constante die afhankelijk is van het zout.

Merkwaardig is dat men niet de minste aan-

<sup>1)</sup> Vgl. het omgekeerde bij de anorg. zouten.

wijzing vindt van 't vormen van ionenhydraten of moleculaire hydraten, bijv. bij  $CaCl_2$  of  $CuSO_4$  (zie o.a. de onderzoekingen van J. Livingston, R. Morgan hierover en ook het reeds aangehaalde stuk van P. van Weimarn).

A. Heydweiller geeft voor de *verandering* van de oppervlakte-spanning van water per grammoleculu opgeloste stof de vorm

$$\Delta = Ai + B(1-i) + Cm.$$

$A$  = ionenconstante.  $B$  en  $C$  zijn grootheden, die een maat zijn voor de invloed der niet gedissociëerde molekulen en de cohesie der opgeloste stof.

Livingston R. Morgan vond de regel voor  $CaCl_2$  niet doorgaan, wel benaderend voor  $NaCrO_4$  en  $Zn(NO_3)_2$ .

Onjuist bevond Livingston R. Morgan ook de regel van Valson, volgens welke normale zoutoplossingen gelijke  $\alpha$  zouden hebben. Oververzadigde oplossingen gedroegen zich juist als gewone. De kromme voor  $\alpha$  als functie van de concentratie is convex naar de concentratie-as.

Verder onderzocht Livingston Morgan ook de invloed van enkele homologe alcoholen op de oppervlakte-spanning van water; hij vond, dat geringe hoeveelheden amylalcohol reeds sterke daling van  $\alpha$  tengevolge hadden en verder, dat de aanname van Jones—Lindsay, dat geassocieerde vloeistoffen op elkaar diassocieerend inwerkten, niet opging.

Met deze alcoholen-oplossingen komen we op een vaak betreden terrein. Duclaux en Traube hadden er reeds op gewerkt en de laatste vond o.a., dat aequivalente hoeveelheden van de alcoholen de oppervlakte-spanning verlaagden in verhouding  $1:3:3^2:3^3\dots$ ; wij komen later hierop terug.

Zeer fraai zijn mijns inziens hierover de proeven van Palliser Worley.<sup>1)</sup> Deze merkte op toen hij de  $\alpha$  naast elkaar zette: water  $\alpha = 1$

volkomen mengbaar	{	methyalc. (1%)	$\alpha = 0,962$
		aethylalc.	$\alpha = 0,933$
		isopropylalc.	$\alpha = 0,900$
beperkt mengbaar	{	isobutylalc.	$\alpha = 0,742$
		amylalc.	$\alpha = 0,594$

dat de sterke daling *ineens* optrad bij overgang van de in alle verhoudingen met water mengbare alcoholen, tot die met begrensde mengbaarheid. Hij bepaalde toen de  $\alpha$  voor aniline oplossingen

(1 op 30 oplosbaar) met behulp van de capillaire stijghoogten en onderzocht de invloed van  $NaCl$  toevoeging op die  $\alpha$ , in verband met de eigenschap van zout om de oplosbaarheid van aniline te verminderen. Hij nam een aniline oplossing van 1 op 60 en voegde van 1—5 gr.  $NaCl$  toe, de  $\alpha$  daalde daarbij van 54,83—51,8—49,6—47,8—45,8, terwijl zuiveré aniline  $\alpha = 42$  heeft.

De verandering van  $\alpha$  door  $NaCl$  is bij water zeer gering en bestaat bovendien in een *stijging*. De partieele mengbaarheid kan echter ook nog veranderd, zelfs opgeheven worden, door temperatuurs-verhooging. Worley ging daarom ook de  $\alpha$  na voor verschillend geconcentreerde oplossingen van aniline, phenol (1 op 15 oplosbaar), isobutylalcohol (1 op 10 oplosbaar) in water, bij verschillende temperaturen van  $15^\circ$ — $100^\circ C$ .

De grafische voorstellingen werden zeer merkwaardig.

Bij verdunde oplossingen van aniline daalt  $\alpha$  met de temperatuurstijging maar zeer veel langzamer dan  $\alpha$  voor water. Bij geconcentreerde oplossingen *stijgt*  $\alpha$  met de temperatuur.<sup>1)</sup> Dus bij alle concentraties wordt bij temperatuur-verhooging het abnormaal groote verschil tusschen de  $\alpha$  van oplossing en oplosmiddel *minder* en tracht  $\alpha$  van de oplossing de waarde te bereiken, die hij zou hebben als de componenten in alle verhoudingen mengbaar waren. Bij lage temperatuur is  $\alpha$  voor een geconcentreerde, d.w.z. 3% oplossing, niet veel grooter dan die voor aniline, bij hooge temperatuur haast zoo groot als die voor *water*. Phenol en water vertoonen hetzelfde in iets minder sterke mate. De verzadigde oplossing heeft vrijwel een even groote  $\alpha$  als zuiver phenol bij kamertemperatuur zou hebben, als men de waarde extrapolereerde.

Isobutylalcohol en water vertoonen een geheel ander karakter van lijnen, die *geen* neiging tot stijging vertoonen bij temperatuur-stijging, doch de mengbaarheid neemt dan ook niet toe bij temperatuur-stijging, doch juist af van 13% bij  $0^\circ$  tot 6,5% bij  $70^\circ$  om dan weer te stijgen tot 8% bij  $100^\circ$ .

Dus in alle 4 gevallen is er een duidelijke paralleliteit tusschen oplosbaarheid en oppervlakte-spanningsverandering waartenemen. Dat verdunde oplossingen nu soms zoo'n sterk verlaagde

<sup>1)</sup> Ralph. Palliser Worley. Journ. Chem. Soc. London 105 260—283.

<sup>1)</sup> Dit lijkt mij intressant in verband met de eveneens oplopende lijn bij enkele vloeibare kristallen.

$\alpha$  hebben is een gevolg: 1°. van het concentreeren van de opgeloste stof in de oppervlakte-laag (volgens Gibbs); 2°. het zich makkelijk vormen van agglomeraten van opgeloste deeltjes in die haast verzadigde laag, waardoor dus hun oppervlakte-spanning eigenlijk gemeten wordt.

Kapillairanalyse. Dit is een zeer eigenaardige wetenschap, die ontwikkeld is door Friederich Goppelsroeder<sup>1)</sup> en die ten doel heeft het analyseeren van oplossingen van verschillende stoffen in één medium, door behulp van de verschillende oppervlaktewerkingen dier stoffen, en wel door verschil in stijghoogte in kapillaire media (als filtreerpapier, en niet-geappreterde katoen-, linnen-, wollen- en zijden-weefsels) tengevolge van verschil in *adsorptie*, zoowel in *sterkte* als *snelheid*.

Schönbein gebruikte bij 't onderzoek van lucht op ozon, waterstofperoxyde en ammoniumnitriet, vaak reepjes filtreerpapier, die met reagentia gedrenkt waren. Hij bemerkte daarbij op, dat, wanneer hij slechts een klein stukje van het papierreepje in de vloeistof liet hangen, scheiding van de reagentia optrad, doordat 't water meestal hoger en sneller opzooog in het papier, dan de opgeloste stof.

Zoo werden papiersoorten met sterk kapillaire werking voor 3 mM. in een vloeistof gehangen en vond Schönbein, dat bij 1%  $KOH$  slechts de onderste  $\frac{7}{10}$  van het natte gedeelte door curcuma werd bruin gekleurd. Bij verzadigde  $Ba(OH)_2$ -oplossing maar de onderste  $\frac{3}{10}$ , en verzadigde  $Ca(OH)_2$ -oplossing slechts  $\frac{1}{10}$ . Bij een één-%-oplossing van  $KOH$  en  $K_2CO_3$  in  $H_2O$  werd na het water het  $K_2CO_3$  't hoogste opgezogen, daarop volgde eerst de  $KOH$ .

Schönbein zag direkt in dat dit een middel kon zijn om stoffen te scheiden, die aan andere methode weerstand boden, bijv. bij mengsels van opgeloste organische kleurstoffen. Schönbein deelde deze inzichten mede op een vergadering in Bazel in 1861 en van dien tijd dateert de hartstocht van Goppelsroeder (die de vergadering bijwoonde) voor kapillairanalyse. Goppelsroeder onderzocht 't eerst *kleurstoffen*. Hij onderzocht tal van capillaire media, bijv. buizen met zand, poreuse steenen, houtvezels infusorie-aarde, haarbuizen, enkele vezelstoffen en weefsels daarvan enz. en vond per slot als eenige geschikte middelen: zuiver ongelijmd filtreerpapier

en verder ook *ongeappreterde* weefsels van katoen, linnen, wol en zijde.

Omdat hij 't belang inzag van de stoffen die zich op 't *ondergedompelde* gedeelte afzetten, hing hij de reepen wat verder, n.l. 3—4 cm, in de vloeistof.

Algemeen kan men de verschijnselen dus tesamen vatten: Wanneer men een reep van een kapillair medium 3 à 4 cM. in een vloeistof dompelt, zoo stijgen de vloeistoffen of oplossingen tot ongelijke hoogten op. Zijn verschillende vloeistoffen gemengd of verschillende stoffen in een oplossing, zoo komt bij ieder zijn speciale kapillaire stijghoogte tot gelding, zoodat zich de *enkelvoudige* stoffen in *zônes* afscheiden. Wordt aan ieder der verkregen *zônes* door passende oplosmiddelen hun door adsorptie vastgehouden bestanddeel onttrokken en opnieuw gecapillariseerd, zoo kan men een nog verder doorgevoerde scheiding bewerken, en zoo dozijnen stoffen scherp van elkaar afsplitsen en door chemische methoden zoowel als mikroskopisch en physisch, vooral adsorptie-spektroskopie (bijv. bij kleurstoffen) herkennen.

Vele stoffen geven gekleurde *zône's*, andere echter vaak ongekleurde, die dan door reagentie (vaak kleurreacties) moeten opgespoord.

De stoffen verhouden zich zeer verschillend. Enkele bezitten groote kapillariteit en gering adsorptievermogen, andere weer juist omgekeerd. Sommige stijgen tot boven aan toe op *met* het oplosmiddel en vormen een meer of min smalle grenszône boven aan, andere komen slechts een beperkte hoogte boven de indompelzône en vormen op ongelijke hoogte min of meer uitgebreide *zône's*. Weer andere komen maar tot de onderdompelingsgrens (oppervlak vloeistof) nog andere hebben geheel geen stijgkracht en blijven in de indompelzône. Door behandelen van filtreerpapier met verschillende reagentia kan men de twee eigenschappen: *opzuigkracht* en *adsorptievermogen* wijzigen en zoo het *zônebeeld* veranderen. Zoo kan men bijv. plantenvezels met dierlijke eiwit behandelen, met 't gevolg, dat 't *zônebeeld* voor kleurstoffen gelijk wordt aan dat van wol- of zijdeweefsels. Zoo werken ook bijtismiddelen, als zijnde sterke adsorptiemiddelen voor kleurstoffen, krachtig op de *zônebeelden*, zij versmallen n.l. de *zônes* tot sterk gekleurde lijnen of banden dicht boven de indompelzône.

De kapillaire zuigkracht kan men afmeten naar de opstijghoogte per tijdseenheid, of de *totale*

1) Zie bijv.: Friedrich Goppelsroeder *Anregung zum Studium der Capillaranalyse*. Basel 1906. Helbing-Lichtenhahn.

opstijghoogte Zoo vloeipapier, dat minstens 20 mm. hoog in 10 min. moet opzuigen, de *dikte* doet er niet toe, daarvan is de stijghoogte onafhankelijk. In de richting van de loop der machines is de zuighoogte grooter dan loodrecht erop.

Perkamentpapier zuigt water op tot 10 cM. hoogte, wol tot 20 cM., zijde tot 30 cM., dito katoen tot hoogstens 30 cM., filtreerpapier en linnen 40 cM., terwijl linnen soms 45, zelfs 50 cM. haalt.

Alcohol komt maar tot 10 à 15 cM. De opzuig-snelheid neemt met de toename der opzuighoogte af. Goppelsroeder liet per slot zijn proeven 24 uur aanstaan. Druk, temperatuur, vochtigheid zijn alle van invloed op de opstijghoogten en -snelheid.

De oplossingen, die onderzocht worden, moeten *verdund* zijn; aan lichtere zône's kan men de stoffen beter herkennen, en deze scheiden zich beter, daar zij elkaar minder hinderen.

Zaak is natuurlijk *zuivere oplosmiddelen* te gebruiken, wat voor een zoo uiterst gevoelige analyse als de capillair-analyse, niet makkelijk is. Vaak is men op 't onderzoek daarvan op de capillair-analyse zelf aangewezen. Zoo geven zeer geringe sporen ijzer een bovenste lichtgele zône van 0,15 cM. breed, soms nauwelijks waarneembaar, die met ferrocyanaalkali en verdunde *HCl* blauw wordt; soms ontstaat zoo'n zône ook door organische stof, die op andere manier moeilijk is aan te toonen. De gevoeligheid der capillair-analyse is enorm 0,0000052 mgr Fuchsin in 1 cc  $H_2O$  of  $\frac{1}{185000000}$  absoluut gehalte geeft op filtreerpapier, katoen, linnen, wol en perkament *niets*, echter ziet men op zijde onderaan een 3,5 cM. lange zône met lichte rosekleur, terwijl 't water 13 cM hoog opstijgt.

Eosine in  $\frac{1}{29000000}$  oplossing, nl. 0,000034 mgr. op 1 cc., geeft op zijde een zone van 3,9 cM. met hoch rosa rötlicher hochschimmer. Men begrijpt dat ik een dergelijke kernachtige kleurbenaming niet door vertaling wilde verknoeien.

Wat toepassing op de anorganische chemie betreft zou ik willen wijzen op de eigenaardigheid gevonden bij zeer verdunde KJ. oplossing, nl. 15,62 mgr. per 100 cc., die geen reactie gaven met  $H_2SO_4$  + styfzel, en dit ook niet deden bij filtreerpapier, wol en perkament als capillair medium. Wel echter bij katoen, roodviolet, op linnen, zwakviolet, op zijde zeer helviolet tot zelfs *donkerblauw*, bij alle in de bovenste rand.

KJ. doet zich dus hierbij voor als een vrij losse verbinding, die onder inwerking van de kracht van enkele kapillaire media's makkelijk vrij  $\mathcal{F}$  afgeeft zegt G. Nu moet men niet denken dat de zône's daarbij kleurloos zijn of er maar 1 zône is. G. vond voor alle media's tal van gekleurde zône's, zij 't ook zwak gele en soms zelfs afgescheiden door kleurloze dito's. <sup>1)</sup>

Een andere aan de kapillair chemie ontleende, meest *gewoon* toegepaste, reactie is de u allen welbekende reactie op *Al*, met morin oplossing, d. i. een alcoholisch uittreksel van kubahout, die met wat zuur en *Al*-zout een mooie groene fluorescens geeft, zelfs nog bij  $\frac{1}{80000}$  oplossing. Ook de reactie met curcumapapier op boorzuur is er aan ontleend, deze reactie moet dus op *kapillair*-analytische wijze uitgevoerd, nl. de vloeistof in het papier laten opzuigen, niet het papier *geheel* bevochtigen, men krijgt dan een *bruinroode* zône. Verder splitsen de ammoniakzouten zich bij kapillair-analyse in hun bestanddeelen en kan het zuur met lakmoes aangetoond.

De reden daarvoor weet ik niet, want  $NH_3$  heeft ook een zeer groot stijgvormogen. Hetzelfde geldt voor aniline en homologen.

De capillair-analyse heeft geen groote toepassing op de anorganische chemie. Van meer belang lijkt mij de toepassing op de organische chemie en eigenlijk vooral de *physiologische* chemie. Voornl. 't scheiden van die stoffen, welke licht door een andere behandeling hun constitutie inboeten.

Zoo het analyseeren van tinkturen, die in de drogerijhandel voorkomen, waar Kunze-Krause in werkte en waarmee o. a. het onderscheidt tusschen tinkturen door maceratie of perkolatie vervaardigd, kon gevonden. <sup>2)</sup>

Tschirch <sup>3)</sup> onderzocht zoo kapillair analytisch *plantenkleurstoffen*, die per slot vastgelegd werden door hun spectrogrammen.

Goppelsroeder paste zelf zijn analyse voornl. toe op physiologische vraagstukken o. a. urineonderzoekingen. <sup>4)</sup>

1) Dit doet denken aan de verschijnselen van *Liesegang*.

2) L'analyse capillaire. Arch. des Sc. Phys. et Naturelles 103 en Chem. Zeit N<sup>o</sup>. 90 (1898).

3) Deutsche Bot. Ges. 1904 22.

4) In verband hiermee kan opgemerkt worden dat de opzuigkracht van kapillaire media's voor vloeistoffen vrij aanzienlijk is. Dompelt men een blok krijt, waaraan

Een andere kapillairanalyse ontwikkelde Traube. Traube deed tal van onderzoekingen op kapillairiteitsgebied o.a. vond hij dat aequivalente hoeveelheden van homologe stoffen in water opgelost de oppervlaktespanning verlaagden in verhouding  $1:3:3^2:3^3:\dots:3$ .

Ook hun narcotische werking nam in de zelfde verhouding toe zooals o.a. Overton aangetoond had en Overton had die versterkte narcotische werking toegeschreven aan de in zelfde richting toenemende oplosbaarheid in de lipoïden, waaruit hij de proto-plasmahuidjes opgebouwd meende.

Traube vond nu dat peptonen makkelijk diosmeerden en ook sterk de oppervlaktespanning van water verlaagden daarentegen in lipoïden *niet* oplossen en meende daarom aan de *oppervlaktedruk* de drijvende kracht bij de osmotische verschijnselen te moeten toeschrijven.

Aan die oppervlakte spanningsverandering wijt Traube de werking der meeste geneesmiddelen als antipyretica, anaesthetica, narcotica enz.

Hij komt tot het algemeene besluit:

Als twee vloeistoffen door een membraan gescheiden zijn diosmeert de vloeistof met de geringste oppervlaktespanning door het vlies.

Traube deed zijn metingen met de door hem geconstrueerde druppelpipetten, stalagmometers, waarmee vrij nauwkeurig en snel het aantal druppels geteld wordt, dat in een bepaald volume vloeistof vervat is.

Hij scheidde daarbij de stoffen in 2 groepen: 1<sup>o</sup>. de kapillair inactieve met groote „Haftdruck” die de oppervlaktespanning van water slechts weinig beïnvloeden, zooals zouten, sterke zuren, basen en tal van hydroxyl- en aminegroepen bevattende organische stoffen, en 2<sup>o</sup>. de stoffen die  $\alpha$  voor water sterk verlagen, de kapillaire actieve stoffen, met kleine „Haftdruck” zooals aethers, esters, aldehyden, ketonen, vetzuren, alcoholen.

hermetisch een manometer is bevestigd, onder water, zoo dringt het water in het krijt, de lucht daaruit verdrijvend en in de manometer tot  $\pm 3$  atm. samenpersend. Neemt men een trechter met lange buis, vult deze met water en sluit de trechter boven af met een gipsprop, zoo wordt, wanneer men het buisuiteinde in een kwikbak steekt en het toestel aan zich zelf overlaat, het kwik wel 110 cm. hoog opgezogen, doordat water door de gipsprop verdampt. Dit is dus tevens een aardige proef om *trek* in vloeistof aan te toonen.

Verder worden poeiers bij nat maken soms warm; Langergeen meent dit te kunnen verklaren door een compressie van de indringende vloeistof tot op 1000 atm. aan te nemen.

Bij deze laatste kan men nu door druppeltelling zeer nauwkeurig hun concentratie in waterige en andere oplossingen vinden, ook naast tal van andere kapillairinactieve stoffen. Zoo geeft bijv. een stalagmometer voor water 100 druppels, voor 1% NaCl oplossing 100,2 druppels, voor 1% amyralcohol 182 druppels.

Zeer eenvoudig zijn op deze manier ook vele verdeelingsevenwichten en adsorptie coëfficiënten te bepalen.

Bij verdeelingsevenwichten over twee gedeeltelijk mengbare vloeistoffen o.a. benzol en water moeten correctie's aangebracht.

Ook Traube past zijn methode vooral op physiologische vraagstukken toe. Zoo vond hij dat door toevoeging van geringe hoeveelheden alkali, soda, enz. de kapillaire activiteit van tal van alkaloïde zouten sterk vermeerderden (zoo bijv. kinine, cocaine, atropine) en parallel hiermee gaat de pharmacologische en toxische werking.

Een analoge eigenschap gaf hem ook het idee aan de hand om kapillair inactieve stoffen toch kapillairanalytisch te bepalen n.l. door ze druppelsgewijs toe te voegen aan bepaalde kolloïdale media's, wier oppervlaktespanning dan wel gewijzigd werd. Zoo wordt bij een 0,2% oplossing van het basische nachtblauw de oppervlaktespanning door toevoeging van verscheidene anionen sterk verlaagd.

Voor kationen gebruikt men daarentegen wolviolet een zure kleurstof, wier oppervlaktespanning in waterige oplossing voornamelijk door giftige zware metalen en alkaloïden beïnvloed wordt.

Deze methodes zijn echter nog in hun beginstadium, men zie o.a. Berczeller Biochem. Ztschr. 66 (1914) 173—230; Traube Pflügers Arch. d. Physiol. 153—276.

S. DE WAARD.

## Eenige toepassingen der Vectoranalyse.

(Vervolg).

### Vectorische vermenigvuldiging.

Onder het vectorische produkt van de vectoren **a** en **b** verstaan wij den vector, voorgesteld door het vlakje, dat begrensd wordt door het parallelogram van **a** en **b**, voorzien met de draainrichting van **a** naar **b**, of, wat hetzelfde is, den vector voorgesteld door een pijl  $\perp$  op het vlak van **a**



en  $\mathbf{b}$ , in lengte gelijk aan het oppervlak van het parallellogram van  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$  en in richting toegevoegd aan de draainrichting van  $\mathbf{a}$  naar  $\mathbf{b}$ .

Is  $\mathbf{e}_l$  dus de eenheidsvector  $\perp$  het vlak van  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$ , en  $\varphi$  de hoek tusschen die beide vectoren dan is het vectorische product:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{e}_l a_m b_m \sin \varphi.$$

Hieruit volgt dat

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}.$$

Als de hoek  $\varphi = 0$  is, dan is het produkt gelijk nul, terwijl toch  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$  ongelijk nul kunnen zijn. Zoo geldt bijv. altijd:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{a} = 0.$$

Het vectorische product kan op eenvoudige wijze uitgedrukt worden in de kentallen. We hebben

$$\mathbf{a} = \mathbf{i}_1 a_1 + \mathbf{i}_2 a_2 + \mathbf{i}_3 a_3$$

$$\text{en } \mathbf{b} = \mathbf{i}_1 b_1 + \mathbf{i}_2 b_2 + \mathbf{i}_3 b_3, \text{ dus}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (\mathbf{i}_1 a_1 + \mathbf{i}_2 a_2 + \mathbf{i}_3 a_3) \times (\mathbf{i}_1 b_1 + \mathbf{i}_2 b_2 + \mathbf{i}_3 b_3).$$

Met gebruikmaking der distributieve wet der vermenigvuldiging en in aanmerking nemende, dat volgens de gegeven regel:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_1 &= 0 \\ \mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_3 &= -\mathbf{i}_3 \times \mathbf{i}_2 = \mathbf{i}_1 \end{aligned} \right\} \text{cycl.},$$

volgt bij uitwerking:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2) \mathbf{i}_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \mathbf{i}_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \mathbf{i}_3,$$

dus in determinantvorm:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i}_1 & \mathbf{i}_2 & \mathbf{i}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Toepassing op kracht en moment.

Zij  $\mathbf{K}$  een vector, die een kracht voorstelt en  $\rho$  de loodrechte afstand van een punt  $O$  tot  $\mathbf{K}$ , dan is het moment  $\mathbf{K}$  ten opzichte van  $O$

$$\rho \mathbf{K}_m.$$

Is verder  $\mathbf{r}$  de vector, welks eindpunt het aangrijpingspunt van  $\mathbf{K}$  aangeeft, dan is

$$\rho = r_m \sin(\mathbf{r} \mathbf{K})$$

en dus het moment t.o. van  $O$

$$r_m K_m \sin(\mathbf{r} \mathbf{K}).$$

Stellen we, zooals gebruikelijk is, het moment voor door een vector  $\mathbf{M}$ , loodrecht op het vlak

van  $\mathbf{K}$  en  $\mathbf{r}$  in de richting toegevoegd aan de richting van het moment, dan volgt dat

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{K}.$$

Het moment van de kracht  $\mathbf{K}$  ten opzichte van een as door  $O$  in de richting  $\mathbf{a}$  is een vector in de richting van  $\mathbf{a}$  met een lengte gelijk aan de projectie van het moment ten opzichte van  $O$ , dat is  $\mathbf{r} \times \mathbf{K}$ , op de richting van  $\mathbf{a}$ .

De lengte is dus

$$(\mathbf{M}_a)_m = -\mathbf{a}_l \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{K})$$

en het moment ten opzichte van  $\mathbf{a}$  zelf:

$$\mathbf{M}_a = -\mathbf{a}_l \{ \mathbf{a}_l (\mathbf{r} \times \mathbf{K}) \}$$

Evenwicht van een stelsel krachten.

Gegeven zij een aantal krachten  $\mathbf{K}_\alpha, \mathbf{K}_\beta \dots \mathbf{K}_\nu$ , terwijl de aangrijpingspunten vastgelegd zijn door de vectoren:  $\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_\beta \dots \mathbf{r}_\nu$  uit een punt  $O$  getrokken.

Om de evenwichtvoorwaarden op te maken brengen we voor elke kracht  $\mathbf{K}_i$ , in  $O$  twee even groote maar tegengesteld gerichte krachten aan, die in absolute grootte  $= (\mathbf{K}_i)_m$  maar in richting resp. gelijk en tegengesteld zijn aan  $\mathbf{K}_i$ .

We krijgen dan  $\nu$  momenten en  $\nu$  krachten welke laatste alle in  $O$  aangrijpen

De resultante krijgen we van beiden door vectorische optelling:

$\mathbf{R} = \sum_{\alpha}^{\nu} \mathbf{K}_i$  = resultante van de in  $O$  aangrijpende krachten;

$$\mathbf{M} = \sum_{\alpha}^{\nu} \mathbf{r} \times \mathbf{K} = \text{totaal moment.}$$

Het stelsel is dus in evenwicht wanneer

$$\sum_{\alpha}^{\nu} \mathbf{K} = 0 \text{ en } \sum_{\alpha}^{\nu} \mathbf{r} \times \mathbf{K} = 0.$$

Wenteling van een lichaam om een as.

In de as is gegeven een vector  $\mathbf{u}$ ;  $u_m$  is de hoeksnelheid, terwijl de richting van  $\mathbf{u}$  toegevoegd is aan de draaiing volgens de regel van Maxwell.

Is een punt  $P$  van het draaiende lichaam bepaald door den vector  $\mathbf{r}$  uit een punt  $O$  op de as naar  $P$  getrokken, dan is de snelheid van  $P$ :

$$v_m = u_m r_m \sin(\mathbf{u} \mathbf{r}).$$

Aangezien de snelheidsvector van  $P$   $\perp$  staat op de as van wenteling, is deze vector  $\mathbf{v}$  dus gegeven door het vectorische product van  $\mathbf{u}$  en  $\mathbf{r}$ :

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{r}.$$

Het lichaam verkrijgt een algemeene beweging als er behalve de draaiing om een as (rotatie), nog een verschuiving (translatie) bijkomt. (Hier voorloopig zonder bewijs aan te nemen).

Is  $\mathbf{v}_0$  de snelheid van  $O$  tengevolge van die translatie, dan is de snelheid van  $P$  nu geworden

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{u} \times \mathbf{r}.$$

Voert men een anderen oorsprong  $O'$  in, op een afstand  $\mathbf{a}$  van  $O$ , dan is de snelheid in  $O'$

$$\mathbf{v}'_0 = \mathbf{v}_0 + \mathbf{u} \times \mathbf{a},$$

en dus de snelheid van het punt  $P$ , uitgedrukt in de hoeksnelheid en de snelheid van  $O'$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}'_0 - \mathbf{u} \times \mathbf{a} + \mathbf{u} \times \mathbf{r} \\ &= \mathbf{v}'_0 + \mathbf{u} \times (\mathbf{r} - \mathbf{a}) = \mathbf{v}'_0 + \mathbf{u} \times \mathbf{r}' \end{aligned}$$

waar  $\mathbf{r}'$  de vector van  $O'$  naar  $P$  is.

De snelheid van  $O'$  kan ontbonden worden in een component  $\perp \mathbf{u}$  en een component  $\parallel \mathbf{u}$ . We weten, dat  $\mathbf{u} \times \mathbf{a} \perp \mathbf{u}$  staat op  $\mathbf{u}$ . Verder bestaat  $\mathbf{v}_0$  uit een component  $\parallel \mathbf{u}$ , die in absolute waarde gelijk is aan

$$-\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{u}_l,$$

en een component  $\perp \mathbf{u}$ , die gelijk is aan het verschil van  $\mathbf{v}_0$  en  $-\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{u}_l$ , dat is:

$$\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{u}_l.$$

Het is nu mogelijk door geëigende keuze van  $\mathbf{a}$  te bereiken dat de component van  $\mathbf{v}'_0 \perp \mathbf{u}$  gelijk nul wordt. Daartoe moet:

$$\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{u}_l = -\mathbf{u} \times \mathbf{a}.$$

Is aan deze betrekking voldaan, dan is de snelheid van  $O' \parallel \mathbf{u}$ . Dit wil dus zeggen dat de algemeene beweging van het lichaam herleidt is tot een rotatie om een as door  $O'$  en een translatie evenwijdig aan deze as.

**Differentiatie van een product van 2 vectoren naar een skalar.**

Zijn  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$  beiden functies van  $t$ , dan wordt gevraagd het differentiaal quotient van  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ , waarbij  $\cdot$  het teken van een vermenigvuldiging is, wier aard voorloopig in het midden gelaten wordt. Het gevraagde diff. quotient is gedefinieerd door

$$\begin{aligned} \frac{d(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})}{\Delta t} = \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{b} + \Delta \mathbf{b}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})}{\Delta t} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \mathbf{a}}{\Delta t} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \frac{\Delta \mathbf{b}}{\Delta t} + \frac{\Delta \mathbf{a} \cdot \Delta \mathbf{b}}{\Delta t} \right) \\ &= \mathbf{a} \cdot \frac{d\mathbf{b}}{dt} + \frac{d\mathbf{a}}{dt} \cdot \mathbf{b}. \end{aligned}$$

Hebben we te doen met een skalaire vermenigvuldiging, die dus commutatief is, dan is  $\cdot = \cdot$ , dus

$$\frac{d(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})}{dt} = \mathbf{a} \cdot \frac{d\mathbf{b}}{dt} + \frac{d\mathbf{a}}{dt} \cdot \mathbf{b}$$

of  $d(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot d\mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot d\mathbf{a}$ .

Voor de vectorische vermenigvuldiging, die anticommutatief is, volgt echter:

$$\frac{d(\mathbf{a} \times \mathbf{b})}{dt} = \mathbf{a} \times \frac{d\mathbf{b}}{dt} + \frac{d\mathbf{a}}{dt} \times \mathbf{b}$$

of  $d(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a} \times d\mathbf{b} + d\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ .

Voor differentieeren van produkten gelden dus de gewone regels der algebra, echter met inachtneming van het eventueel niet doorgaan der commutatieve wet.

**Toepassing op een roterend vast lichaam.**

We hebben vroeger reeds afgeleid dat:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{r}.$$

De versnelling vinden we hieruit door nogmaals naar den tijd te differentieeren

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d(\mathbf{u} \times \mathbf{r})}{dt}.$$

Hierop passen we nu de gevonden regel voor het differentieeren toe, dus:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} &= \frac{d\mathbf{u}}{dt} \times \mathbf{r} + \mathbf{u} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \\ &= \frac{d\mathbf{u}}{dt} \times \mathbf{r} + \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{r}). \end{aligned}$$

Is de hoeksnelheid constant, dan is de versnelling

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{r}).$$

**Beweging ten opzichte van een draaiend assenstelsel.**

Een punt  $P$  beweegt zich en wordt waargenomen, 1<sup>o</sup>. door een stilstaanden waarnemer en 2<sup>o</sup>. door iemand die zich bevindt in een stelsel dat met constante hoeksnelheid  $\mathbf{u}$  roteert om een as.

Beide noteeren voor  $P$  een snelheid, de stil-

staande waarnemer:  $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$  = de absolute snelheid, en de draaiende waarnemer:  $\mathbf{v}' = \frac{d'\mathbf{r}}{dt}$  = de relatieve snelheid.

Denken we ons ter plaatse van  $P$  een punt  $Q$ , dat roteert met het bewegelijk stelsel, dan heeft dit punt  $Q$  de absolute snelheid  $\mathbf{u} \times \mathbf{r}$ .

De relatieve snelheid van  $P$  is het verschil van de absolute snelheid  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$  van  $P$  en de absolute snelheid van  $Q$ , dus

$$\frac{d'\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{u} \times \mathbf{r}$$

$$\text{of: } \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d'\mathbf{r}}{dt} + \mathbf{u} \times \mathbf{r}.$$

Deze formule geeft den regel om het eerste differentiaalquotient van een vector naar den tijd voor een vast assenstelsel uit te drukken als functie van het overeenkomstige quotient voor een beweeglijk assenstelsel.

Willen we de absolute versnelling uitdrukken als functie van de relatieve, dan moeten we denzelfden regel toepassen op  $\mathbf{v}$ , dus:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d'\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{u} \times \mathbf{v}.$$

Vullen we hierin links voor  $\mathbf{v}$  in  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$  en rechts  $\frac{d'\mathbf{r}}{dt} + \mathbf{u} \times \mathbf{r}$ , dan ontstaat:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} &= \frac{d'^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{d}{dt} (\mathbf{u} \times \mathbf{r}) + \mathbf{u} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \mathbf{u} \times \\ &\quad \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \\ &= \frac{d'^2\mathbf{r}}{dt^2} + 2 \left( \mathbf{u} \times \frac{d'\mathbf{r}}{dt} \right) + \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Nu is  $\frac{d'^2\mathbf{r}}{dt^2}$  de relatieve versnelling van  $P$ , en  $\mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ , als boven gevonden, de absolute versnelling van  $Q$ , zoodat volgt de

*Regel:* De absolute versnelling van een punt  $P$  is de som van de relatieve versnelling van  $P$  en van de absolute versnelling van een punt  $Q$  van het bewegelijke stelsel ter plaatse van  $P$ , vermeerderd met tweemaal het vectorische product van den vector der hoeksnelheid van het bewegelijk stelsel en den vector der relatieve snelheid van  $P$ .

Het eenvoudige verband tusschen absolute en relatieve snelheid gaat dus voor versnellingen niet meer op. Er komt een term bij:

$$2 \left( \mathbf{u} \times \frac{d'\mathbf{r}}{dt} \right) = 2 \mathbf{u} \times \mathbf{v}',$$

de zogenaamde versnelling van Coriolis. \*)

#### Bewijs van de tweede wet van Keppler.

Deze wet luidt: werkt op een materieel punt  $m$  uitsluitend een naar een vast centrum  $O$  gerichte kracht, dan is het door de voerstraal in de tijdseenheid doorloopen oppervlak constant.

Bewijs:

De bewegingsvergelijking voor een materieel punt is

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{K}.$$

Is  $\mathbf{r}$  de radiusvector, die dus  $O$  met  $m$  verbindt, dan drukken we het feit, dat  $\mathbf{K}$  de richting van  $\mathbf{r}$  heeft uit door de volgende vergelijking:

$$\mathbf{K} = \mathbf{r} f(r_m).$$

Aangezien  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$  hebben we dus

$$m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{r} f(r_m).$$

We vermenigvuldigen beide leden dezer vergelijking vectorisch met  $\mathbf{r}$ , dan wordt het tweede lid = 0, daar  $\mathbf{r} \times \mathbf{r} = 0$ , zoodat:

$$\mathbf{r} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = 0.$$

Nu is:

$$d \left( \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \mathbf{r} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

en daar:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 0,$$

hebben we:

$$d \left( \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \mathbf{r} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = 0.$$

Hieruit volgt:

$$\mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \text{constant}$$

$$\text{of } \frac{1}{2} \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{e}.$$

waar  $\mathbf{e}$  een constante vector.

\*) De omstandigheid dat Föppl in Deel IV blz. 348 (derde druk) komt tot  $2 \mathbf{v}' \times \mathbf{u}$  wordt veroorzaakt, doordat hij zijn vector  $\mathbf{u}$  Deel I blz. 117 (vierde druk) net in tegengestelden zin heeft gedefinieerd, dus *niet* volgens den regel van Maxwell toegevoegd aan de draairichting. In verband met de aanname van een rechtsch assenstelsel, die ook Föppl huldigt, is dit echter minder gewenscht.

In een tijd  $dt$  doorloopt de voerstraal echter juist een driehoekje, dat de helft is van het parallelogram der vectoren  $\mathbf{r}$  en  $d\mathbf{r}$  en dat als vector opgevat dus gelijk is aan

$$\frac{1}{2} \mathbf{r} \times d\mathbf{r} = \mathbf{c} dt.$$

Daar  $\mathbf{c}$  constant is, wordt dus per tijdseenheid een oppervlak

$$\frac{1}{2} \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{c}$$

doorloopen, waarmede de tweede wet van Keppler bewezen is.

(Wordt vervolgd).

## Sterftkans en Sterftetafels,

door H. T. HOVEN, gep. kapt. ter zee.

### I.

Ofschoon het een onloochenbaar feit is, dat de gewoonte, om zich te verzekeren, thans burgerrecht verkregen heeft, is de techniek van dit bedrijf voor velen terra incognita. Het zij mij vergund den lezers van dit tijdschrift daarheen als loods te dienen, waartoe van zelf het gebied der wiskunde zal worden betreden.

In juridischen zin wordt, onder verzekering in het algemeen, verstaan een overeenkomst, waarbij iemand, de verzekeraar, tegen genot eener premie, zich tegenover een ander, den verzekerde, verbindt deze de schade te vergoeden, welke hij door een onzeker voorval zou kunnen lijden.

Bij de levensverzekering wordt de schade veroorzaakt door den dood van den verzekerde en is het onzekere voorval dat overlijden. Al dadelijk springt in het oog het groote verschil tusschen de verzekering op het leven en die bij brand, zeegevaar, ziekte, e.d. Bij de eerste weet men van te voren absoluut zeker, dat de noodlottige gebeurtenis zal plaats hebben; bij de tweede is er zelfs een meer of minder groote waarschijnlijkheid, dat die zal uitblijven.

Het onzekere, wisselvallige element zal bij de levensverzekering iets anders moeten zijn en dat is het *tijdstip*, waarop het overlijden plaats heeft. Dat is niet met zelfs eenige zekerheid vooraf te bepalen. Niet altijd heeft men dat zoo ingezien.

Bij de invoering in 1838 van ons Wetboek van Koophandel kwam daarin voor de bepaling,

dat de polis (het contract) van een levensverzekering, op straffe van nietigheid, opgave van den tijdsduur moest inhouden, waarover de verzekering gesloten werd. Als reden hiervoor gaf men op, dat alleen op die wijze de levensverzekering een *kans*-contract zou zijn, omdat bij het ontbreken van de vermelding van den duur, de verzekeraar zeker zou zijn in elk geval de verzekerde som te moeten uitkeeren, dat daardoor het *aleatoir*<sup>1)</sup>-karakter ontbreken zou.

Eigenlijk lette niemand op deze beperking; althans vatte haar niet in dien zin op, want er waren verschillende vormen van levensverzekering in gebruik, zonder dat in de polis de duur der verzekering was vermeld. Tot dat een spoorwegongeluk nabij Breukelen op den 2<sup>den</sup> Juni 1868 een proces tengevolge had tusschen de voormalige Rijnspoorweg- en een verzekerings-maatschappij. Een der verongelukte passagiers was bij deze maatschappij verzekerd geweest welke van de Rijnspoorweg-Mij. terugbetaling eischte van het verzekerde kapitaal, dat zij aan de erven had uitbetaald.

Vanwege de spoorwegmaatschappij werd nietigheid van de polis gepleit, omdat daarin de bovenbedoelde bepaling omtrent den duur der verzekering ontbrak. Tot 1873 heeft dit proces geduurd, toen eindelijk de Hooge Raad in hoogste ressort den eisch van de hand wees.

Zoowel van de zijde der verzekeringsmaatschappijen als van de Regeering werd evenwel ingezien, dat de gronden, waarop de wetsbepaling rustte, onjuist waren en in strijd met een zuivere opvatting der kansrekening.

Het overlijden van den verzekerde moge al een onbetwistbaar feit zijn, het tijdstip, waarop het plaats vindt, vormt het toevallige element, het onzekere voorval, van de verzekering. Overlijdt de verzekerde spoedig na het sluiten van het contract, dan lijdt de verzekeraar nadeel; omgekeerd heeft hij voordeel als den verzekerde een lang leven beschoren is. Juist om gevrijwaard te zijn tegen de nadeelige gevolgen van een vroegtijdig sterven wordt door den verzekerde het contract gesloten.

Een verzekering van tijdelijken duur heeft slechts in bijzondere gevallen belang voor den verzekerde; in den regel wenscht hij, eenmaal een verzekering gesloten hebbende, dat bij zijn overlijden, al

<sup>1)</sup> Van het Latijnsche woord *alea*, dobbelsteen.

geschiedt zulks, als hij een hoogen leeftijd bereikt heeft, een zekere som aan zijn nabestaanden wordt uitgekeerd.

Bovendien bestaan ook bij de levensverzekering de zelfde goede en kwade kansen als bij andere soorten van assurantie, zelfs indien de duur dier verzekering niet tot een bepaald aantal jaren is beperkt.

Tengevolge van het hooger genoemd proces werd in 1875 de wet veranderd en is sedert bepaald, dat het leven van iemand verzekerd kan worden ten behoeve van een daarbij belanghebbende, hetzij voor den ganschen duur van het leven, hetzij voor een tijd, bij de overeenkomst te bepalen.

De toevoeging van: „een belanghebbende” is noodzakelijk, omdat anders het instituut der levensverzekering zou kunnen ontaarden in een dobbelspel. En dat zulks geen fictie is, moge blijken uit het feit, dat in het laatst der 18<sup>e</sup> en in het begin der 19<sup>e</sup> eeuw veelvuldig weddenschappen op het leven van bekende personen werden gesloten.

Zoo werden op het leven van Napoleon groote sommen gezet en de te betalen premie was onderhevig aan de koersen van den dag, met al de schommelingen van rijzing en daling.

De mathematische beteekenis van *kans* is de verhouding tusschen het aantal *mogelijke* tot het aantal *gunstige* gevallen. De *sterftekans* van een zekere groep personen, is dus de verhouding tusschen het aantal individuen, waaruit de groep bestaat en het aantal sterfgevallen in een bepaald tijdperk. Tenzij uitdrukkelijk anders vermeld, wordt daarvoor een kalenderjaar genomen.

Een oppervlakkige beschouwing van de sterfgevallen zal reeds tot de slotsom leiden, dat de sterftekans van zeer jonge kinderen en van ouden van dagen niet dezelfde is als die van personen van middelbaren leeftijd, dat er dus een zeker verband bestaat tusschen sterftekans en leeftijd. Reeds jaren geleden heeft zulks de aandacht getrokken, zelfs lang vóór het bestaan van het instituut der levensverzekering, zooals wij dat kennen, dat voor het eerst in het begin der 18<sup>e</sup> eeuw en wel in Engeland toepassing vond.

Het koopen van lijfrente-brieven, waarbij iemand door het storten van een kapitaal een levenslange uitkeering voor zich of voor een ander verzekert, is van veel ouder datum. De oudste lijfrente-brief, die tot ons is gekomen, dateert van 1228 en is afkomstig uit Vlaanderen.

Vermoedelijk is het gebruik al ouder. Publiek-rechterlijke lichamen, als stads- of gewestelijke besturen gaven tot versterking hunner dikwerf schrale geldmiddelen lijfrente-brieven uit, of verkregen, als belooning voor een extra gift aan den landsheer, het recht ze te verkoopen. Deze gewoonte bleef tot in de 19<sup>e</sup> eeuw in gebruik.

De prijs berustte niet op eenigen wetenschappelijken grond; en in den regel werd er door de verkoopers op verloren. Dat was aanleiding dat in 1672 onze groote raadpensionaris JOHAN DE WITT een memorie aan de Staten van Holland indiende over de „Waardije van Lijfrenten naar proportie van Losrenten”, waarin hij, op grond van de sterfte onder de lijfrentetrekkingen, tot een verhouding trachtte te komen tusschen leeftijd en koopsom.

Naar aanleiding van deze memorie wordt JOHAN DE WITT als een der grondleggers der verzekeringswiskunde geëerd.

Een wetenschappelijke beschouwing over de sterfte, in verband met den leeftijd, werd voor het eerst openbaar gemaakt door HALLEY in de „Philosophical Transactions” van 1693 en 1694. Zij was gegrond op een onderzoek naar het aantal overledenen te Breslau, tusschen de jaren 1687 en 1691. Daarbij bleek dat de sterfte zeer regelmatig naar den leeftijd verloopt.

Sedert hebben verschillende geleerden in binnen- en buitenland sterftetafels samengesteld, dat zijn opgaven, waarbij, uitgaande van een zeker aantal geborenen, bv. 100 000, aangegeven is hoeveel van dezen er elk jaar nog in leven zullen zijn. Zoo publiceerde WILLEM KERSSEBOOM, „ordinaris klerk ter kamer van auditie der gemeentelandsrekeningen” te Amsterdam, in 1742, een „Tafel van Levenskracht”, samengesteld uit de resultaten van 50.000 lijfrente-trekkingen uit Holland en West-Friesland.

Het ontbreken van een burgerlijken stand maakte het bezwaarlijk goede sterftetafels samen te stellen. Men moest, om een voldoende aantal waarnemingen te verkrijgen, de sterftegevallen uit een zeer langdurige periode bijeen nemen. Daarbij werd aangenomen dat het tijdstip van de geboorte geen invloed op de sterfte had, hetgeen zonder naderen bewijsgrond niet vastgesteld mocht worden en later dan ook gebleken is onjuist te zijn.

Eerst de invoering van den burgerlijken stand, waardoor nauwkeurige opgaven verkregen werden

van alle geboorten en sterfgevallen en het op vasten tijden houden van betrouwbare volkstellingen, maakte het mogelijk juiste sterftetafels samen te stellen.

Theoretisch moet men uitgaan van een groot aantal gelijk geborenen en hun afsterving waarnemen tot de laatste is overleden. Zulk een onderzoek zou over ongeveer 100 jaren loopen en rijst o.m. de vraag of men mag aannemen, dat in dat lange tijdsverloop de sterftekans onveranderd blijft. A priori lijkt zulks niet waarschijnlijk. Er valt een enorm verschil vast te stellen in de hygiënische toestanden van thans en bv. een 80 jaar geleden; het drankgebruik is in alle standen sterk afgenomen; de medische wetenschap is vooruitgegaan; de woningtoestanden, vooral op het platte land en voor de min gegoeden in de steden, zijn veel verbeterd; de behandeling der zuigelingen geschiedt met meer zorg, althans wetenschappelijker.

Zoo zijn er tal van oorzaken aan het werk, waardoor de sterftekans aan verandering onderhevig kan zijn, voor deze geen blijvende waarde aangenomen kan worden, maar met den tijd veranderlijk dient gesteld te worden.

De oud-hoogleraar Dr. A. J. VAN PESCH is de eerste geweest, die uit de resultaten der tienjarige volkstellingen hier te lande, sterftetafels heeft samengesteld, die aan de hoogste wetenschappelijke eischen voldoen.

Alvorens uiteen te zetten op welke wijze daarbij is te werk gegaan, moge met een enkel woord reeds nu gewezen worden op de toepassing van sterftetafels in de levensverzekerings-wiskunde.

Een sterftetafel is opgemaakt, op grond van waarnemingen van het aantal sterfgevallen, die plaats gehad hebben onder een complex personen; de toepassing heeft plaats bij nog levenden. Wederom mag men a priori niet aannemen, dat de sterfte in de toekomst geheel zal overeenkomen met die in het verleden; integendeel. Met vrij groote waarschijnlijkheid kan men aannemen, dat eerstgenoemde sterfte geheel anders zal zijn. De contracten, betreffende de levensverzekering, loopen dikwerf over een groot aantal jaren, terwijl in sommige gevallen sterftetafels voor een bijzondere klasse der bevolking toegepast moeten worden, wier samenstelling een lange periode van waarneming gevorderd heeft om een voldoende groot aantal sterfgevallen te verkrijgen.

Het risico zou daardoor voor de verzekerings-

maatschappijen zeer groot worden, indien er niet een automatische compensatie ware. En die is gelegen in de twee hoofdtakken van het bedrijf. Deze zijn: de *kapitaalsverzekering*, waarbij door het overlijden van den verzekerde de premiebetaling ophoudt of een kapitaal uitgekeerd wordt en de *lijfrente-verzekering*, waarbij de uitbetaling van een lijfrente of pensioen ophoudt door dat overlijden.

Bij de eerste soort heeft de verzekeraar voordeel bij een verbetering der sterftekans, bij de tweede soort ondervindt hij nadeel er van.

Is nu bij een verzekeringsmaatschappij ongeveer evenwicht tusschen de kapitaals- en de lijfrente-afdeling, dan kan een verandering in de sterftekans nooit van grooten invloed zijn. Maar steeds zal de sterfte onder hare verzekerden getoetst moeten worden aan de gebruikte sterftetafels. In de jaarverslagen wordt de uitslag van dat onderzoek gewoonlijk vermeld.

Sedert geruimen tijd is reeds bekend, dat de sterftekans van vrouwen kleiner is dan die van de leden van het sterkere geslacht, dat van de vrouwen betrekkelijk een grooter aantal een hoogen leeftijd bereiken. In de 17<sup>e</sup> eeuw had het publiek, begrijpelijker wijze op voordeel belust, opgemerkt, dat aan meisjes van 6 jaar de langste levensduur beschoren was en werden bij voorkeur op haar hoofd lijfrenten afgesloten. Tegenwoordig zou men daarvoor een meisje van 3 jaar moeten kiezen, wanneer even als toen bij het vaststellen van de koopsom geen rekening werd gehouden met de levenskansen.

Het verschil in levenskansen van mannen en vrouwen is van dien aard, dat de sterftetafels steeds afzonderlijk worden opgemaakt.

De bevolking op het platte land kan zich ook in een geringere sterftekans verheugen dan de bewoners der steden. Mr. VON BAUMHAUER, in leven referendaris aan het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, gaf in 1856 reeds sterftetafels uit, op grond der volkstellingen, gescheiden naar de geslachten, voor het geheele Rijk en voor de 87 gemeenten, die vroeger als steden bekend waren; benevens vele andere (in het geheel 250).

Tegenwoordig worden door de Regeering sterftetafels gepubliceerd, gescheiden naar de geslachten van de geheele bevolking en van die der gemeenten boven de 20 000 inwoners gezamenlijk.

(Wordt vervolgd).

## Iets omtrent olieschakelaars.

Boven 1000 Volt brengt men bij wisselstroom schakelaars voor het onderbreken van de stroomketen in olie aan. Dat met deze olieschakelaars de hoogspanningsschakeling niet volledig beheerscht wordt, bewijzen de nog steeds voorkomende explosies.

Begrijpelijk is 't dus, dat er eenerzijdsch naar gestreefd wordt, 't aantal olieschakelaars tot een minimum te reduceeren, anderzijdsch de constructie zoo volmaakt mogelijk te maken. Een oplossing in den eersten geest geeft Tröger aan. Hij maakt daarbij gebruik van een hulpverzamelrail. Met behulp van automatisch werkende luchtschakelaars worden de leidingen en machines bijgeschakeld op en afgeschakeld van deze hulpverzamelrail. Door één olieschakelaar, eventueel met reserve wordt dan tusschen hulp- en hoofdverzamelrail de verbinding tot stand gebracht of verbroken.

Moet bijv. generator I bijgeschakeld worden, dan sluiten we eerst de scheidingschakelaar I, vervolgens de olieschakelaar II en de scheidingschakelaar III. Tenslotte worden I en II weer geopend. (Zie fig. I).

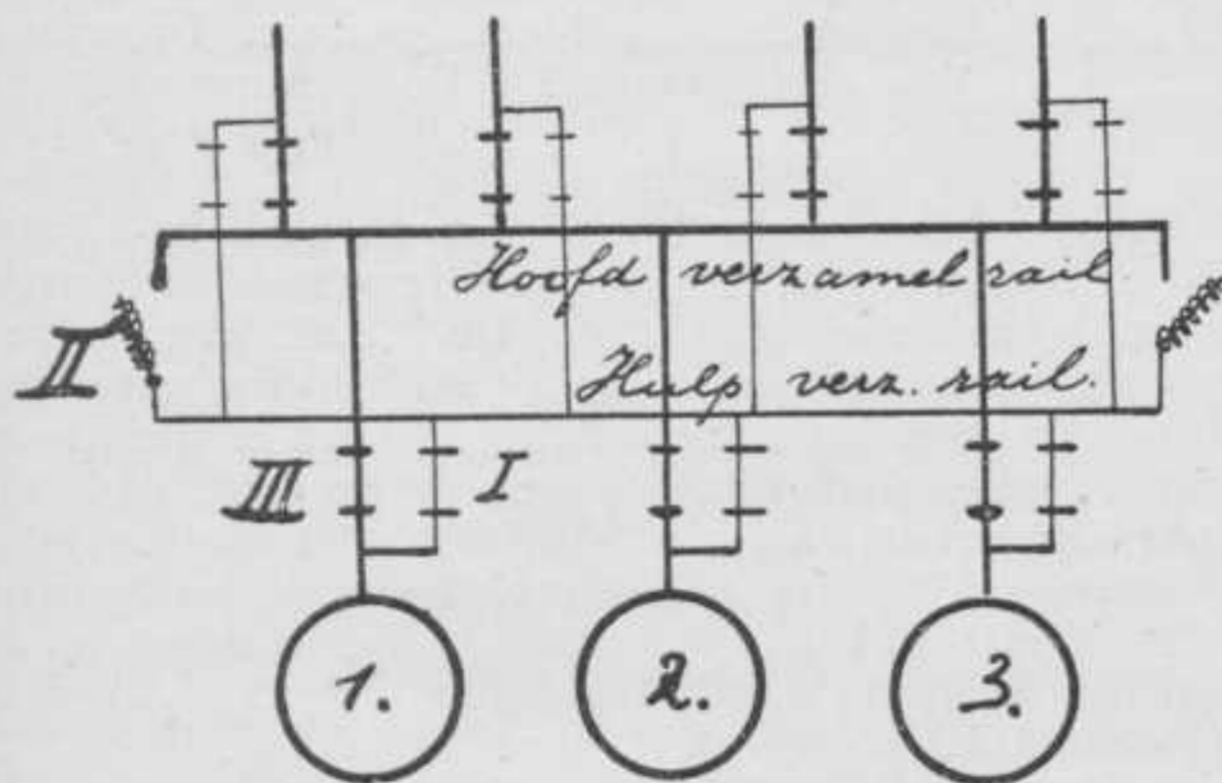


Fig. 1.

Door 't wegvallen van de olieschakelaars kunnen de verzamelrails gelijkvloers opgesteld worden, waardoor voor 't schakelhuis met een verdieping minder kan volstaan worden, wat natuurlijk de bouwkosten gunstig beïnvloedt.

Prof. Klingenberg zoekt voor groote centrales een oplossing van 't olieschakelaarvraagstuk in de beperking van 't aantal olieschakelaars, die 't volle

kortsluitvermogen moeten afschakelen. De onmiddellijk aan de verzamelrail aangesloten olieschakelaars moeten 't volle kortsluitvermogen kunnen afschakelen. Daarom worden 4—6 aftakkingen door een groepverzamelrail tot een sectie vereenigd, en deze door een sectieschakelaar met de hoofdverzamelrail verbonden. Deze sectieschakelaar moet 't volle kortsluitvermogen kunnen verdragen, in tegenstelling met de groepschakelaars, die kleiner gekozen kunnen worden. (Zie fig. II).

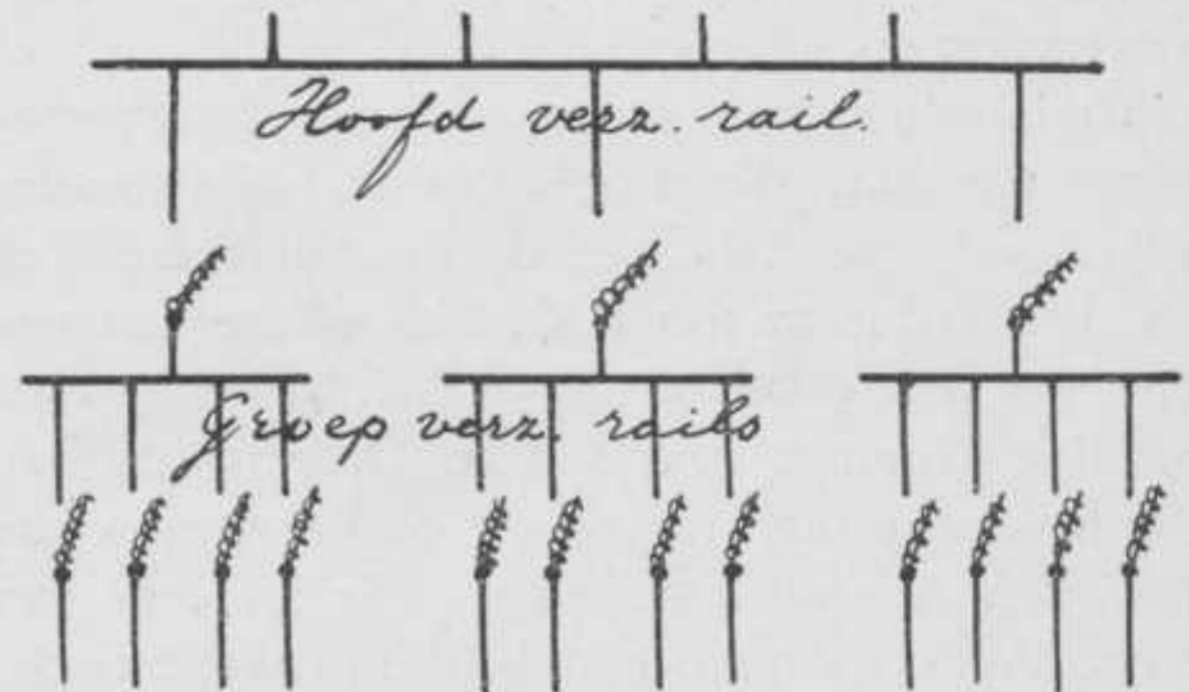


Fig. 2.

M. Vogelsang vindt deze oplossing minder gelukkig, daar volgens zijn opvatting de goede werking van de olieschakelaars bij een voldoende oliehoeveelheid voornamelijk afhangt van de groote schakelsnelheid. De sectieolieschakelaar zal voor een grootere stroomsterkte geconstrueerd moeten zijn en dientengevolge zwaardere contactdeelen bezitten. De daaruit voortspruitende grootere traagheid bij 't uitschakelen geeft aan deze schakelaar geen grootere mate van zekerheid. Hij pleit daarom voor het mescontact, daar hierbij, vóór de contacten verlaten worden, 't schakelmess reeds een zekeren weg heeft afgelegd. Op 't afschakelmoment heeft dus de massa reeds een versnelde beweging gekregen. Mits de noodige voorzichtigheid in acht wordt genomen bij 't weer inschakelen na automatische uitschakeling, acht hij de olieschakelaar, die aan voornoemde eischen voldoet een waardevol schakelinstrument.

J. M. J. HENDRIKS, e.i.

## Eenige gegevens over het Provinciaal Electrisch Bedrijf in Noord-Brabant.

De Provinciale Noordbrabantsche Electriciteits-Maatschappij zal in de nabijheid van de gemeente Geertruidenberg eene Electrische Centrale oprichten, van waaruit de geheele provincie Noord-Brabant van electrische energie zal worden voorzien. Deze provincie wordt daartoe verdeeld in verschillende districten, welke ieder van zijn eigen onderstation wordt voorzien.

In de machinezaal worden voorloopig twee turbo-aggregaten met direct gekoppelde draaistroomgeneratoren opgesteld, het eene met een vermogen van 18.000 tot 22.500 P.K., het andere met een vermogen van 9000 tot 11.250 P.K. De gekoppelde spanning bedraagt 10 000 Volt. Door middel van 2 transformatoren, ieder met een vermogen van 6000 K.V.A. wordt deze spanning tot eene van 50.000 Volt opgevoerd, in welken vorm de electrische energie naar de verschillende onderstations gevoerd wordt; in deze onderstations wordt de spanning van 50.000 Volt weder tot eene van 10.000 Volt teruggebracht en wel door transformatoren, wier vermogen, afhankelijk van de voor ieder onderstation te verwachten maximum belasting, tusschen 1000 en 4000 K.V.A. zal varieeren. Aanvankelijk worden dergelijke onderstations opgericht in de nabijheid van de gemeenten Roosendaal, Zeeland, 's-Hertogenbosch en Helmond.

De hoogste in ons land tot nu toe toegepaste spanning bedraagt 10.000 Volt; de bovengenoemde inrichtingen met eene spanning van 50.000 Volt, zullen dus de eerste van dien aard in ons land zijn. Dit zelfde is het geval met de stoomturbines, aangezien de grootste tot nu toe in ons land in werking zijnde stoomturbine een vermogen van 9000 tot 15.500 P.K. had.

De turbogeneratoren, schakelinrichtingen en transformatoren voor de Electrische Centrale en de onderstations worden geleverd door de A. G. Brown, Boveri en Cie. in combinatie met de N.V. Electriciteits Maatschappij Electrosteam te Rotterdam.

## BOEKBESPREKING.

DE SAMENSTELLING EN WERKING VAN DE BENZINE-AUTOMOBIEL, door N. J. Kolléwijn.

Uitgevers: C. Harms Tiepen, Amsterdam.

Dit keurig uitgegeven, rijk geïllustreerde boekje is volgens den schrijver uitsluitend bestemd voor chauffeurs. 't Spreekt dus vanzelf dat theoretisch ingewikkelde kwesties elementair behandeld dienden te worden, 't geen hooge eischen aan den samensteller stelt. De heer Kolléwijn is berekend voor zijn taak. Slechts iemand die 't onderwerp geheel beheerscht is in staat 't anderen zoo duidelijk te vertellen. Technisch meer ontwikkelden die in korten tijd een idee wenschen te krijgen van de inrichting van een automobiel kunnen wij dit werkje warm aanbevelen.

De commandant van de depot-afdeeling van den autotreindienst te Delft, voorzag het boekje van een voorwoord en juicht de verschijning ervan juist in dezen oorlogstijd, nu 't leger zoovele automobielbestuurders noodig heeft, zeer toe.

Een aanbeveling voor het boekje is wel, dat het op de opleidingscursus voor militaire chauffeurs te Delft als leerboek gebruikt wordt.

Jammer dat sommige figuren zoo weinig verzorgd zijn. Zoo was het toch weinig meer moeite geweest fig. 2 en 3 met trekpen en lineaal te teekenen.

K.

—o—

Handboek der burgerlijke bouwkunde. HOUTCONSTRUCTIES door L. Zwiers, architect en waterbouwkundige. Herzien en vermeerderd met medewerking van H. P. Berlage Nz., architect. 3<sup>e</sup> druk. Uitgevers Van Mantgem en De Does, Amsterdam.

Prijs f 12,—

Geen onbekende in Delft! Dat dit werk in 8 jaar tijd drie drukken beleeft (in 1907 verscheen de eerste) is reeds aanbeveling genoeg. De inhoud kunnen we bekend veronderstellen, alleen zij vermeld dat sommige figuren door nieuwe vervangen, en dat er meerdere platen toegevoegd zijn. Bij een vierde druk, die, wij voor uitgever en samenstellers hopen dat spoedig verschijnen zal, zouden wij gaarne nog meerdere figuren willen veranderd zien. Immers 't doet onaangenaam aan dat de lijndikte van verschillende figuren, dikwijls op één bladzijde, zoo sterk uiteenlopend is. 't Sterkst valt die op bij de figuren op bladz. 306 en 307. In de tekst zijn geen veranderingen van belang aangebracht.

K.

—o—

COPIE EN CORRECTIE. Handleiding bij het pasklaar maken van handschriften en het corrigeeren van drukproeven door F. K. van Ommen Kloeke.

Uitgevers: Gebroeders Hoitsema, Groningen, 1916. Prijs f 0,75.

Behalve de door verschillende drukkerijen uitgegeven blaadjes papier, waarop voorbeelden voor 't corrigeeren van drukwerken zijn afgedrukt, bestaan in onze taal



weinig deugdelijke handleidingen bij correctiewerk. 't Is daarom dat wij 't bovenvermelde werkje met blijdschap ontvingen. In ruim vijftig bladzijden vertelt de heer Ommen Kloeke ons hoe de copie verzorgd en de correctie gevoerd dient te worden. In de „Bijlagen" vinden we in twee kleuren een voorbeeld van correctie, en maken we kennis met de typografische maat.

Dit boekje zal zijn weg vinden. Wij kunnen het een ieder, die wel eens iets met de drukkerij te maken heeft ten zeerste aanbevelen.

K.

—o—

## ONTVANGEN:

*Aanteekeningen* omtrent nieuwe instrumenten en apparaten alsmede verbeteringen van reeds bestaande, ten dienste van onderwijs, techniek en onderzoek. No. 12, 6<sup>e</sup> Jaargang, pag. 89—96.

Uitgave N.V. Fabriek en Magazijn van Wetenschappelijke instrumenten v/h J. C. Th. Marius, Utrecht.

Inhoud: 1. Carl Zeiss.  
2. Een nieuwe Epidiascoop.

*De Watersport*, 4<sup>e</sup> Jaargang, No. 18.

Uitgave J. A. Boom, Gedempte Oude Gracht 144, Haarlem.

Inhoud: 1. Congres voor watersport.  
2. Watersport-congres afd. Zeilen door H. C. A. van Kempen.  
3. Naweeën van het Congres voor Watersport, door Henri Meyer.  
4. Zijn wij voldaan? door Nijland.  
5. Oprichting van een wekelijksch orgaan voor de watersport, door H. C. A. van Kempen.  
6. Motorbootsport: Officieele mededeelingen, door H. M. C. — Industriele mededeelingen. — Ons Vereenigingsleven.

*De Socialistische Gids*. Maandblad der Sociaal-Democratische Arbeiderspartij. Onder redactie van Mr. W. A. Bongers, F. v. d. Goes, R. Kuyper, J. Loopuit, H. Polak en W. H. Vliegen.

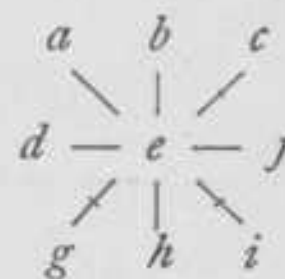
N.V. Boekhandel en Uitgevers Mij. „Ontwikkeling". Abonnementsprijs f 5,—. Losse nummers f 0,75.

Inhoud: Ter inleiding.  
Het Kiesrecht, door J. J. de Roode.  
Het Taylorstelsel, door Dr. Th. van der Waerden.  
Het Boek der Twintig, door Jos. Loopuit.  
Vredesdebatten in den Duitschen Rijksdag, door F. van der Goes.  
Feiten en Cijfers.  
Boekbespreking.  
Tijdschriften overzicht.  
Bibliografie.

## STRIKVRAGEN.

Oplossing. *Strikvraag No. 14.*

De oplossing is eenvoudiger te vinden. Noem de getallen weer als in nevenstaande figuur.



Som van alle getallen: 45; dus som in iedere rij, kolom of diagonaal: 15.

Tel op de getallen in de middelste rij, de middelste kolom en de diagonalen (zie figuur) som =  $4 \times 15 = 60$ . We hebben gehad alle getallen eenmaal en  $e$  nog driemaal; hieruit volgt dat  $3e = 60 - 45$   $e = 5$ .

We beschikken nu nog over vier even en vier oneven getallen. De som in iedere rij, enz. = 15 dus oneven; gevolgtrekking in iedere rij, enz. bevinden zich *twee* of *geen* even getallen. Men ziet nu, dat de even getallen slechts op de hoeken geplaatst kunnen worden. Beredeneeren kan men het als volgt:

De bovenstaande gevolgtrekking leert ons, dat de plaatsing van een even getal de plaatsing van andere even getallen met zich sleept. Een even getal bij  $b$  stelt tot eisch een bij  $h$ , en een bij  $a$  (of  $c$ ), deze verder een bij  $i$  (resp.  $g$ ) en een bij  $d$  (resp.  $f$ ): tezamen *vijf* even getallen, die we niet meer hebben. Dezelfde redenatie voor even getallen bij  $f, h, d$ .

Blijft over de even getallen op de hoeken:

1<sup>e</sup> geval:  $a = 2$   $i$  moet 8 zijn.

$\alpha$   $c = 4$  de anderen zijn nu bepaald.

$\beta$   $c = 6$  de anderen zijn nu bepaald.

2<sup>e</sup> geval  $c = 2$ , 3<sup>e</sup> geval  $i = 2$ , 4<sup>e</sup> geval  $g = 2$ , ieder met 2 oplossingen; tezamen 8 oplossingen. Deze zijn ook te vinden door draaing van  $\alpha$  telkens over  $90^\circ$  en spiegeling van ieder dezer oplossingen.

M. DE BUSSY.

*Strikvraag No. 15.* Trek door ieder van vier punten een lijn, zoo, dat een vierkant wordt afgesneden.

G. D. B.

## Oplossing.

*Analyse.*

Gegeven zijn 4 punten  $A, B, C$  en  $D$ .

Stel  $a, b, c$  en  $d$  zijn 4 lijnen, elk door een der punten gaande, die een vierkant  $PQRS$  afsnijden.

Trek  $AB$  en  $CD$ . Noem hun snijpunt  $G$  en  $\angle BGD = \varphi$ .

Trek verder  $BE \perp a$  en  $DF \perp c$ .

$\angle BAE = x$ ;  $\angle DCF = y$ .

Nu is:

$$\sin x = \frac{BE}{AB} \quad \text{en} \quad \sin y = \frac{DF}{CD}$$

waaruit

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{CD}{AB} \quad \dots \quad (I)$$

Verder is:  $\angle CDF = 90 - y$  gesubst. in

$\varphi = x + \angle CDF$  ontstaat  $\varphi = x + 90 - y$  of

$$x - y = \varphi - 90 \quad \dots \quad (II)$$



op 't eene been van een hoek (bijv.  $\angle \varphi$ ) af en  $HI$  op 't andere been.

Zoo vindt men  $IG \operatorname{tg} \frac{1}{2}(x+y)$ . Hieruit  $\frac{1}{2}(x+y)$  en daarna  $x$ .

De lijn  $a$  kan getrokken worden evenals de overige drie.

W. B. ASSCHER.

**Oplossing. Strikvraag No. 15.**

Gegeven de punten  $A, B, C$  en  $D$ . Door ieder een lijn te trekken zóó dat een vierkant ingesloten wordt.

Een *rechthoek* waarvan de zijden door de 4 punten gaan is gemakkelijk te teekenen: trek  $LM$  door  $C \parallel KN$  door  $A$  en laat uit  $B$  en  $D$  loodlijnen neer. We hebben dan de rechthoek  $KLMN$ .

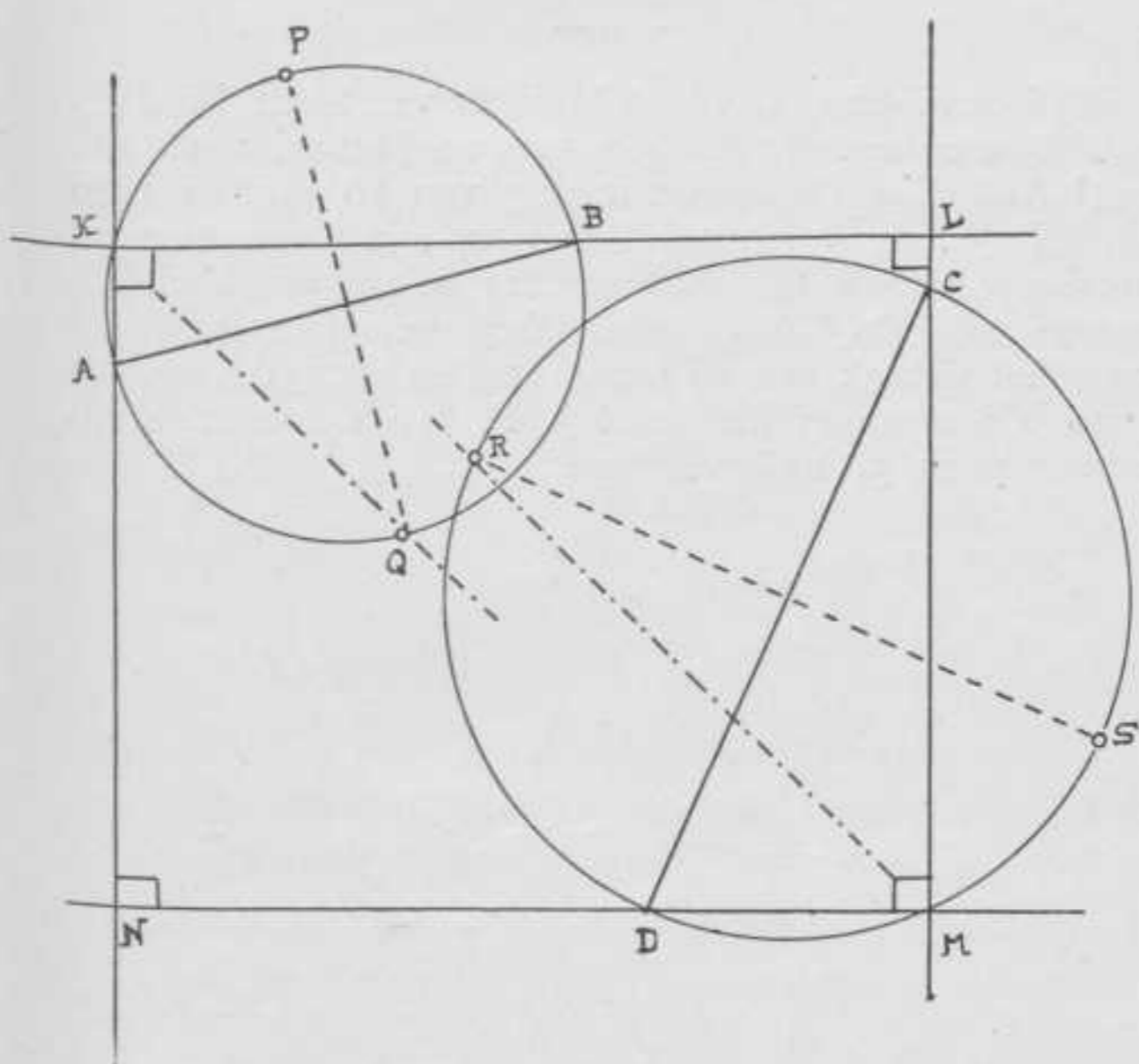


Fig. 1.

Deel nu de hoeken bij  $K$  en  $M$  middendoor; de deellijnen zouden bij een *vierkant* in elkaars verlengde liggen. Van beide deellijnen kunnen we een punt vinden welks plaats onafhankelijk is van den stand van de rechthoek. Trek daartoe een cirkel op  $AB$  als middellijn.  $K$  moet op dezen cirkel liggen ( $\angle AKB = 90^\circ$ ). De deellijn van  $\angle K$  snijdt den cirkel in  $Q$ , zóó dat  $AQ = QB = 90^\circ$ .  $Q$  ligt dus steeds op den deellijn van  $\angle K$ . Evenzoo  $R$  op die van  $\angle M$ . De diagonaal van het vierkant (de samenvallende deellijnen) is dus de lijn  $QR$ . De bijbehorende hoekpunten moeten op de cirkels  $AB$  en  $CD$  liggen, opdat de hoeken:  $A$  1<sup>o</sup> hoekpunt —  $B$  en  $C$  2<sup>o</sup> hoekpunt —  $D$  recht zullen zijn. De constructie is nu gemakkelijk; de rechthoek wordt natuurlijk niet geteekend.

We kunnen ons de deellijnen ook door  $P$  en  $S$  denken; we krijgen dan de combinaties  $PR, PS, QR, QS$ . Verder kunnen we  $BC$  en  $AD$  als middellijn van de hulpcirkels nemen; evenzoo  $AC$  en  $BD$ . We zouden dan krijgen  $3 \times 4 = 12$  oplossingen; deze blijken echter 2 aan 2 samen te vallen.

*Constructie* (zie figuur 2). Trek de cirkels  $M$  en  $N$ ; bepaal de punten  $P$  en  $R$ ; trek  $PR$ . Verbindt het snijpunt  $PR$  — cirkel  $M$  met  $A$  en met  $B$ , het snijpunt  $PR$  — cirkel  $N$  met  $C$  en met  $D$ , dit geeft vierkant 1. Dezelfde cirkels geven nog de oplossingen 2, 3 en 4 (met gebruikmaking van  $Q$  en  $S$ ). De cirkels door  $AD$  en  $BC$  geven nog de oplossingen 5 en 6 en 2 oude; de cirkels  $AC$  en  $BD$  leveren 4 oude oplossingen. Tezamen dus 6 oplossingen.

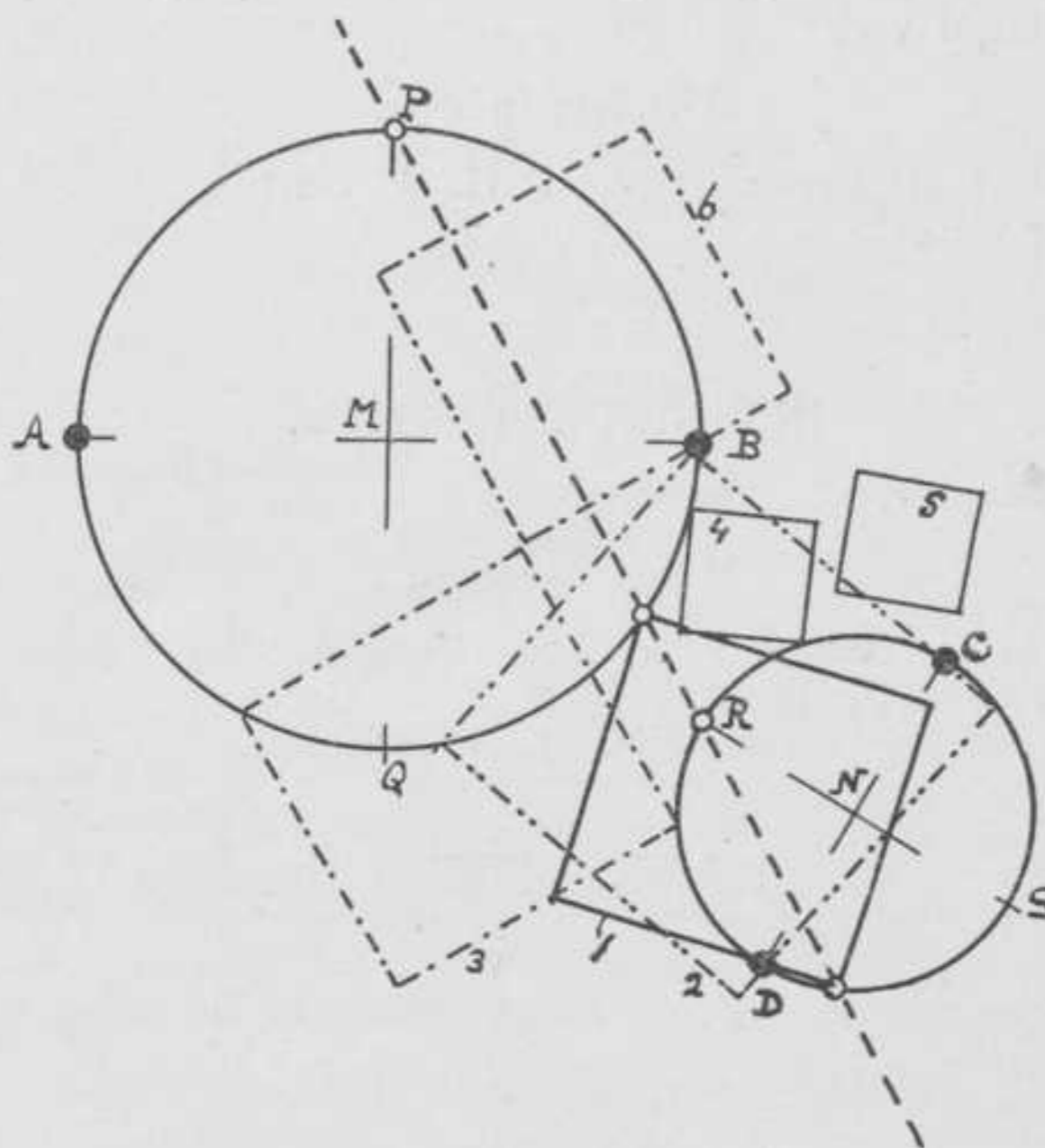


Fig. 2.

Dat er 6 oplossingen zijn was te vermoeden. Noem de zijden van het vierkant gaande door  $ABCD$  resp.  $abcd$ .

Beschouwen we de volgorde, waarin we deze zijden kunnen aantreffen uitgaande van  $a$  met de wijzers van het uurwerk mee dan vinden we de volgende mogelijkheden:

$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$b$	$d$	$c$
$a$	$c$	$b$	$d$
$a$	$c$	$d$	$b$
$a$	$d$	$b$	$c$
$a$	$d$	$c$	$b$

Deze gevallen vinden we allen éénmaal n.l. in de vierkanten 2, 3, 6, 1, 5, 4.

Wie bewijst dat iedere combinatie werkelijk slechts 1 oplossing levert?

M. DE B.

