

# TECHNISCH STUDENTEN-TIJDSCHRIFT

HALFMAANDELIJKSCH TIJDSCHRIFT,  
ORGAAN VAN DE CENTRALE COMMISSIE VOOR STUDIEBELANGEN.

Hoofdredacteur: B. BÖLGER, Theresiastraat 75, Den Haag.  
Redactie-adres: Koornmarkt 62, Delft.

## Redactie

J. J. G. VAN HOEK,  
P. K. VAN MEURS,  
A. BARGEBOER,  
W. P. VAN ZON,  
J. D. FOKMA,  
C. J. H. M. VAN ZEE,  
G. E. GERST,  
G. D. BOERLAGE,  
A. BARGEBOER,  
B. BÖLGER,

Civiele faculteit,  
Bouwkundige faculteit,  
Werktuigkundige faculteit,  
Scheepsbouwkundige faculteit,  
Electrotechnische faculteit,  
Scheikundige faculteit,  
Mijnbouwkundige faculteit,  
Luchtvaart,  
Wis- en Natuurkunde,  
Economie,

Jul. v. Stolberglaan 202, Den Haag.  
A 419, Overschie.  
Vrouwjuttonland 20.  
Nieuwe Plantage 74.  
Verwersdijk 65 c.  
Kanaalweg 17.  
Van Leeuwenhoeksingel 3.  
Nieuwe Laan 22.  
Vrouwjuttonland 20.  
Theresiastraat 75, Den Haag.

en met welwillende medewerking van verscheidene Hoogleraren aan de T. H.

Abonnementsprijs per jaar f 5,—.

Druk en Administratie Technische Boekhandel en Drukkerij J. WALTMAN JR., Delft.

7<sup>e</sup> Jaargang. N<sup>o</sup>. 13. 15 Juni 1917.

Het auteursrecht van dit tijdschrift wordt  
gewaARBORGd door de Auteurswet 1912.

Alle berichten en mededeelingen zijn buiten  
verantwoordelijkheid van de Redactie.

Voor opgaven van abonnement en adresver-  
anderingen en voor aanvragen van losse num-  
mers richte men zich tot de Administratie:  
Binnenwatersloot 33.

## Inhoud.

Bericht.

De polen van versnellingen van hogere orde, III,  
door A. B.

Photochemie, VII, door v. Z.

De machine en de arbeiders. (Lezingsverslag).

Oplossing Natuurkunde Prop. Ex. Mei 1917.

Studiebelangen.

Leegwater.

Boekbespreking.

Technische Hoogeschool.

## Bericht.

Aan hen, die ons verzochten een exemplaar van  
de brochure „Betrekkingen in Ned. Indië” aan te  
vragen, moeten wij mededeelen, dat wij de aan-  
gevraagde brochures nog niet hebben ontvangen.  
Zoo gauw ze echter komen zullen wij voor ver-  
zending zorg dragen.

## De polen van versnellingen van hogere orde.

Voorbeeld II. Geg. Twee punten van  $\Sigma_1$ , die  
zich gelijktijdig op denzelfden voerstraal bevinden,  
beschrijven archimedische spiralen zoo, dat hun  
afstand constant is. Welke is de vergelijking van  
eene puntbaan, de poolkromme en poolbaan; alles af  
te leiden door bepaling der polen en versnellings-  
constanten.

*Opl.* Het eerste punt nemen wij in den begin-  
stand in den oorsprong, het tweede op eenen  
afstand  $g$  op den  $X$ -as gelegen. (Aan de voor-  
waarde-vergelijkingen is dus per se voldaan).

De vergelijkingen der banen zijn dan resp.

$$\rho = \omega t \text{ en } \rho = \omega t + g \text{ of:}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \omega t \cos \omega t \\ x_2 = \omega t \sin \omega t \end{array} \right\} \text{ en } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = (\omega t + g) \cos \omega t. \\ y_1 = (\omega t + g) \sin \omega t. \end{array} \right.$$

Ontwikkelt men deze vergelijkingen volgens machtreeksen naar  $t$  krijgt men:

$$x_t = \omega t - \frac{\omega^3 t^3}{2!} + \frac{\omega^5 t^5}{4!} - \frac{\omega^7 t^7}{6!} + \dots$$

$$y_t = \omega^2 t^2 - \frac{\omega^4 t^4}{3!} + \frac{\omega^6 t^6}{5!} - \frac{\omega^8 t^8}{7!} + \dots$$

en:

$$x_t = g + \omega t - g \frac{\omega^2 t^2}{2!} - \frac{\omega^3 t^3}{2!} + g \frac{\omega^4 t^4}{4!} + \frac{\omega^5 t^5}{4!} - \dots$$

$$y_t = g\omega t + \omega^2 t^2 - g \frac{\omega^3 t^3}{3!} - \frac{\omega^4 t^4}{3!} + g \frac{\omega^5 t^5}{5!} + \frac{\omega^6 t^6}{5!} - \dots$$

Volgens onze nomenclatuur worden nu dus: (zie § 10)

$$\begin{array}{llll} \alpha_{10} = 0 & \beta_{10} = 0 & \alpha_{20} = g & \beta_{20} = 0 \\ \alpha_{11} = \omega & \beta_{11} = 0 & \alpha_{21} = \omega & \beta_{21} = g\omega \\ \alpha_{12} = 0 & \beta_{12} = \omega^2 & \alpha_{22} = -g \frac{\omega^2}{2!} & \beta_{22} = \omega^2 \\ \alpha_{13} = -\frac{\omega^3}{2!} & \beta_{13} = 0 & \alpha_{23} = -\frac{\omega^3}{2!} & \beta_{23} = -g \frac{\omega^3}{3!} \\ \alpha_{14} = 0 & \beta_{14} = -\frac{\omega^3}{2!} & \alpha_{24} = g \frac{\omega^4}{4!} & \beta_{24} = -\frac{\omega^4}{3!} \\ \alpha_{15} = +\frac{\omega^5}{4!} & \beta_{15} = 0 & \alpha_{25} = +\frac{\omega^5}{4!} & \beta_{25} = +g \frac{\omega^5}{5!} \\ & \text{enz.} & & \text{enz.} \end{array}$$

Verder is:  $a = -g$  (Zie § 10, a)  
 $b = 0$

Volgens vergel. (8) vinden wij voor  $d$  en  $e$ :

$$\begin{array}{l} d_1 = \frac{-(\alpha_{11} - \alpha_{21})g}{g^2} = 0, \quad e_1 = \frac{\beta_{11} - \beta_{21}}{-g} = -\omega. \\ \frac{d_2}{2!} = \frac{(\alpha_{12} - \alpha_{22})}{-g} = -\frac{\omega^2}{2!} \frac{e_2}{2!} = \frac{\beta_{12} - \beta_{22}}{-g} = 0. \\ \frac{d_3}{3!} = \frac{(\alpha_{13} - \alpha_{23})}{-g} = 0, \quad \frac{e_3}{3!} = \frac{\beta_{13} - \beta_{23}}{-g} = +\frac{\omega^3}{3!} \\ \frac{d_4}{4!} = \frac{(\alpha_{14} - \alpha_{24})}{-g} = +\frac{\omega^4}{4!} \frac{e_4}{4!} = \frac{\beta_{14} - \beta_{24}}{-g} = 0. \\ \frac{d_5}{5!} = \frac{\alpha_{15} - \alpha_{25}}{-g} = 0, \quad \frac{e_5}{5!} = \frac{\beta_{15} - \beta_{25}}{-g} = -\frac{\omega^5}{5!} \\ \text{enz.} \end{array}$$

Voor de coördinaten der polen vinden wij volgens vergelijkingen (9):

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots \text{ enz. } \dots = 0.$$

$$y_1 = -\frac{\alpha_{11} l_1}{l_1^2} = 1.$$

$$y_2 = \frac{-\beta_{12} d_2}{d_2^2} 2! = 2.$$

$$y_3 = \frac{-\alpha_{13} l_3}{l_3^2} 3! = 3.$$

$$y_4 = 4; y_5 = 5, y_6 = 6 \text{ enz.}$$

Substitueeren wij dit in de reeksen dan krijgen wij:

$$P_0 = -\frac{\omega^2 t^2}{2!} + \frac{\omega^4 t^4}{4!} - \frac{\omega^6 t^6}{6!} + \dots = \cos \omega t - 1.$$

$$Q_0 = -\omega t + \frac{\omega^3 t^3}{3!} - \frac{\omega^5 t^5}{5!} + \frac{\omega^7 t^7}{7!} - \dots = -\sin \omega t.$$

$$R_0 = 0.$$

$$S_0 = -\omega t + \frac{\omega^3 t^3}{2!} - \frac{\omega^5 t^5}{4!} + \dots = -\omega t \cos \omega t.$$

$$U_0 = 0.$$

$$V_0 = -\frac{\omega^2 t^2}{1!} + \frac{\omega^4 t^4}{3!} - \frac{\omega^6 t^6}{5!} + \dots = -\omega t \sin \omega t$$

De baan van een willekeurig punt wordt dan volgens formule (5):

$$\left. \begin{array}{l} x_t = x_0 \cos \omega t - y_0 \sin \omega t + \omega t \cos \omega t. \\ y_t = x_0 \sin \omega t + y_0 \cos \omega t + \omega t \sin \omega t. \end{array} \right\}$$

De poolkromme vindt men door differentiatie:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = -\omega \sin \omega t \\ Q_1 = -\omega \cos \omega t \\ R_1 = 0 \\ S_1 = -\omega \cos \omega t + \omega^2 t \sin \omega t \\ U_1 = 0 \\ V_1 = -\omega \sin \omega t - \omega^2 t \cos \omega t \end{array} \right\}$$

Dit gesubstitueerd in (K<sub>1</sub>) geeft:

$$\begin{array}{l} x_K = \frac{-\omega \sin \omega t (-\omega \cos \omega t + \omega^2 t \sin \omega t) - \omega \cos \omega t (\omega \sin \omega t + \omega^2 t \cos \omega t)}{\omega^2} \\ y_K = \frac{-\omega \cos \omega t (-\omega \cos \omega t + \omega^2 t \sin \omega t) + \omega \sin \omega t (\omega \sin \omega t + \omega^2 t \cos \omega t)}{\omega^2} \end{array}$$

$$\text{of } \left. \begin{array}{l} x_K = -\omega t. \\ y_K = 1 \end{array} \right\}$$

De poolkromme is dus een rechte, die in deze stand evenwijdig aan den X-as op een afstand 1 . . . . loopt.

De poolbaan (B<sub>1</sub>) wordt:

$$\left. \begin{array}{l} x_B = \cos \omega t \times (-\omega t) - \sin \omega t + \omega t \cos \omega t \\ y_B = -\omega t \sin \omega t + \cos \omega t + \omega t \sin \omega t \end{array} \right\}$$

of:

$$\left. \begin{array}{l} x_B = -\sin \omega t \\ y_B = \cos \omega t \end{array} \right\}$$

Deze vergelijking stelt voor een cirkel, die wordt doorgelopen in tegengestelden zin van het uurwerk. De hoek  $\omega t$  wordt uitgemeten van het positieve gedeelte van den Y-as.

(In den beginstand ligt de snelheidspool zooals wij zagen op de y-as,  $y = 1$ ).

De beweging blijkt dus eene cirkel evolvente beweging te zijn. De vergelijkingen van eene puntbaan zijn de vergelijkingen eener koppelkromme.

## VIERDE HOOFDSTUK.

## 12. Relatieve beweging.

Als gegeven zijn de bewegingstoestanden  $\sigma_{m, m-1}$  en  $\sigma_{m-1, m-2}$ , kan de bewegingstoestand  $\sigma_{m, m-2}$  worden afgeleid. Een punt  $A$  van stelsel  $\Sigma_m$  heeft op een bepaald oogenblik tengevolge van den bewegingstoestand  $\sigma_{m, m-1}$  de *betrekkelijke versnellingen*  $(j_1)_b, (j_2)_b$  enz.

Het punt van stelsel  $\Sigma_{m-1}$ , dat op dit oogenblik met  $A$  samenvalt, heeft tengevolge van den bewegingstoestand  $\sigma_{m-1, m-2}$ , de *sleeptversnellingen*  $(j_1)_s, (j_2)_s$  enz.

Men wenscht nu te bepalen de *absolute versnellingen*  $(j_1)_a, (j_2)_a$ , enz. van het punt  $A$  tengevolge van  $\sigma_{m, m-2}$  ( $\Sigma_{m-2}$  wordt verondersteld in rust te zijn). Na den tijd  $dt$  is  $A$  gekomen in  $A^1$  en daarmee gaat gepaard een verandering van zijn versnelling  $(j_n)_a$ . Deze heeft tot componenten  $(j_n)_s, (j_n)_b$  en daarbij nog eene toegevoegde versnelling  $(j_n)_t$  ontstaan door de relatieve beweging. Om nu de totale verandering van  $(j_n)_a$  te bepalen gaan wij de verandering dezer componenten na.

Beschouwen wij voorloopig een punt  $A$  waarvan de relatieve snelheid  $(j_1)_b$  gelijk nul is. (Het punt  $A$  is dus de snelheidspool voor  $\sigma_{m, m-1}$ ). Dan is blijkbaar het verschil tusschen de versnellingstoename van  $A$  en die van het met  $A$  samenvallende punt van stelsel  $\Sigma_{m-1}$ , de variatie van  $(j_n)_t$  en de variatie van  $(j_n)_b$  doordat het stelsel  $\Sigma_m$  zich gedraaid heeft over den hoek  $e_1 dt$ .

De versnellingscomponent hierdoor ontstaande is dan  $e_1 (j_n)_b$ . Deze staat loodrecht op de betrekkelijke versnelling van  $A$ . De absolute versnelling van  $A$ ,  $(j_{n+1})_a$ , wordt dus de vectorische som:

$$(j_{n+1})_b + (j_{n+1})_s + e_1 (j_n)_b + \frac{d(j_n)_t}{dt} = (j_{n+1})_a.$$

Een punt  $B$  van stelsel  $\Sigma_m$ , dat zich bovendien gedurende den tijd  $dt$  verplaatst heeft met eene betrekkelijke snelheid  $(j_1)_b$ , heeft behalve de versnellingscomponenten, die het punt  $A$  heeft, nog versnellingen die hunnen oorsprong vinden in de verplaatsing van  $B$  ten opzichte van  $\Sigma_{m-1}$ . De oorzaken hiervan zijn tweeërlei:

1<sup>o</sup>. doordat de afstand van het punt  $B$  tot den versnellingspool  $P_n$  van de bewegingstoestand  $\sigma_{m-1, m-2}$  is veranderd;

2<sup>o</sup>. doordat de richting van de verbindingslijn naar  $P_n$  eene andere is, dan in het geval waarbij  $B$  geen betrekkelijke snelheid heeft.

Gaan we nu quantitatief na de versnelling tengevolge van de eerste oorzaak.

Noemen wij den hoek tusschen de betrekkelijke snelheid van  $B$  en verbindingslijn  $B P_n \dots \psi$ ; dan is de toename van den afstand  $B P_n \dots dr = (j_1)_b dt \cos \psi \dots (B P_n = r)$ .

Daar nu de sleepversnelling van  $B$  gelijk is aan  $c_n \times B P_n$ , is de verandering van  $(j_n)_s \dots c_n \times dr$ . ( $r \times dc_n$  bevindt zich reeds in decomponente  $(j_{n+1})_s$ ). Deze versnellingscomponente wordt dus:

$$c_n \frac{dr}{dt} = c_n (j_1)_b \cos \psi.$$

Deze componente ligt in de richting van de sleepversnelling  $(j_n)_s$ .

Door de tweede oorzaak is  $(j_n)_s$  gedraaid over de hoek  $d\varphi$  hetgeen tot gevolg heeft eene versnellingscomponente van de  $(n+1)$ ste orde

$$(j_n)_s \frac{d\varphi}{dt} = c_n B P_n \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\text{Nu is: } (j_1)_b dt \sin \psi = B P_n \times d\varphi.$$

$$\text{dus } c_n (j_1)_b \sin \psi = c_n B P_n \times \frac{d\varphi}{dt}$$

De versnellingscomponente  $c_n (j_1)_b \sin \psi$  staat loodrecht op de sleepversnelling  $(j_n)_s$ .

Stellen wij deze twee componenten samen en noemen de versnellingshoek van de  $n$ de orde in  $\sigma_{m-1, m-2} \dots \alpha_n$  dan is de hoek tusschen de resultante en de betrekkelijke snelheid  $\pi/2 - \alpha_n$ .

Resumeerend vinden wij dus voor de absolute versnelling van punt  $B$ .

$$(j_{n+1})_a = (j_{n+1})_b + (j_{n+1})_s + (j_{n+1})_t,$$

waarin deze  $(j_{n+1})_t$  (*toegevoegde versnelling*) is bepaald door de betrekking:

$$(j_{n+1})_t = \frac{d(j_n)_t}{dt} + c_1 (j_n)_b + c_n (j_1)_b.$$

De componente  $c_1 (j_n)_b$  staat loodrecht op  $(j_n)_b$  terwijl de hoek tusschen  $c_n (j_1)_b$  en  $(j_1)_b$  gelijk is aan  $\pi/2 - \alpha_n$ .

Bijzondere gevallen:

$$n=0, \text{ dan } (j_1)_t = 0 + 0 + 0 = 0.$$

$$n=1, \text{ dan:}$$

$$(j_2)_a = (j_2)_b + (j_2)_s + c_1 (j_1)_b + c_1 (j_1)_b.$$

Daar  $\alpha_1 = 0$ , is de laatste term gelijk gericht met de voorlaatste (loodrecht op de betrekkelijke snelheid), zoodat de totale absolute versnelling  $(j_2)_a$  wordt:

$$(j_2)_a = (j_2)_b + (j_2)_s + 2 c_1 (j_1)_b.$$

Deze toegevoegde versnelling van de tweede orde is de z.g. Coriolis-versnelling.

## VIJFDE HOOFDSTUK.

13. De waarde van  $d_n$  en  $e_n^*$ )

Volgens de formules (5) (§ 7) bevindt zich een punt, dat in den beginstand samenvalt met een punt van  $\Sigma_0$  met coördinaten  $x_0, y_0$ , na den tijd  $t$  in een punt met de coördinaten:

$$\begin{aligned}x_t &= (1 + P_0)x_0 + Q_0 y_0 - (R_0 + S_0), \\y_t &= -Q_0 x_0 + (1 + P_0)y_0 + U_0 - V_0.\end{aligned}$$

Hieruit volgt, dat ééne componenten van den  $x$ -coördinaat onafhankelijk is van de plaats in den beginstand, nl:

$$\begin{aligned}R_0 + S_0 &= x_1 d_1 t + x_2 d_2 \frac{t^2}{2!} + \\&+ x_3 d_3 \frac{t^3}{3!} + \dots + y_1 e_1 t + y_2 e_2 \frac{t^2}{2!} - \dots\end{aligned}$$

en evenzoo voor den  $y$ -coördinaat, de componenten onafhankelijk van de begin coördinaten:

$$\begin{aligned}U_0 - V_0 &= x_1 e_1 t + x_2 e_2 \frac{t^2}{2!} + x_3 e_3 \frac{t^3}{3!} + \dots - \\&- (y_1 d_1 t + y_2 d_2 \frac{t^2}{2!} + \dots)\end{aligned}$$

M.a.w.  $R_0 + S_0$  en  $U_0 - V_0$  zijn *translatie grootheden* van het stelsel.

en de draaiingsgrootheden zijn hiervan onafhankelijk.

De draaiing is dus bij dezen bewegingstoestand dezelfde, als bij eenen bewegingstoestand waarin

$$\begin{aligned}x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = \dots = 0 \text{ en} \\y_1 = y_2 = y_3 = \dots = y_n = \dots = 0.\end{aligned}$$

In dezen bewegingstoestand zijn dus  $R_0 + S = 0$  en  $U_0 - V_0 = 0$ , terwijl de overige constanten dezelfde zijn gebleven. Er heeft hier dus een zuiver roteerende beweging plaats om den oorsprong.

Deze bewegingstoestand heeft tot vergelijkingen:

$$\begin{aligned}x_t &= (1 + P_0) x_0 + Q_0 y_0 \\y_t &= -Q_0 x_0 + (1 + P_0) y_0\end{aligned}$$

Deze betrekkingen moeten cirkels voorstellen. Derhalve is:

$$\begin{aligned}1 + P_0 &= \cos \theta, \\Q_0 &= \sin \theta,\end{aligned}$$

waarbij  $\theta$  de hoek is, waarover het stelsel gedurende den tijd  $t$  gedraaid is.

Opm.: Dit is in overeenstemming met vergel. (7), waarin langs een anderen weg is afgeleid, dat:

$$(1 + P_0)^2 + Q_0^2 = 1.$$

Daar  $P_n = \frac{d^n}{dt^n} (1 + P_0)$  is, wordt:

$$P_n = \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \text{ en evenzoo: } Q_n = \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta.$$

Volgens Mac Laurin is:

$$\begin{aligned}1 + P_0 = P &= (P)_0 + (P')_0 t + (P'')_0 \frac{t^2}{2!} + \\&+ (P''')_0 \frac{t^3}{3!} + \dots \equiv 1 + d_1 t + d_2 \frac{t^2}{2!} + \\&+ d_3 \frac{t^3}{3!} + \dots\end{aligned}$$

Hieruit volgt, dat:

$$d_n = \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 \text{ en } e_n = \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0.$$

De tabel van de reeksen wordt nu:

$$P_n = \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta,$$

$$Q_n = \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta,$$

$$\begin{aligned}R_n &= x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 + x_{n+1} \left( \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} \cos \theta \right)_0 t + \\&+ x_{n+2} \left( \frac{d^{n+2}}{dt^{n+2}} \cos \theta \right)_0 \frac{t^2}{2!} + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_n &= y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 + y_{n+1} \left( \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} \sin \theta \right)_0 t + \\&+ y_{n+2} \left( \frac{d^{n+2}}{dt^{n+2}} \sin \theta \right)_0 \frac{t^2}{2!} + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_n &= x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 + x_{n+1} \left( \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} \sin \theta \right)_0 t + \\&+ x_{n+2} \left( \frac{d^{n+2}}{dt^{n+2}} \sin \theta \right)_0 \frac{t^2}{2!} + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_n &= y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 + y_{n+1} \left( \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} \cos \theta \right)_0 t + \\&+ y_{n+2} \left( \frac{d^{n+2}}{dt^{n+2}} \cos \theta \right)_0 \frac{t^2}{2!} + \dots\end{aligned}$$

De sommatie van de twee reeksen  $R_n + S_n$  en  $U_n - V_n$  is als volgt te verkrijgen.

Voor een punt van de poolkromme van de  $p^{\text{de}}$  orde geldt, als het na den tijd  $t$  op de poolbaan komt:

$$(X_p)_t = P_p (x_K)_p + Q_p (y_K)_p - (R_p + S_p) = 0 \dots (1)$$

$$(Y_p)_t = -Q_p (x_K)_p + P_p (y_K)_p + U_p - V_p = 0 \dots (2)$$

$$(1) \text{ wordt: } R_p + S_p = (x_K)_p \frac{d^p}{dt^p} \cos \theta + (y_K)_p \frac{d^p}{dt^p} \sin \theta.$$

$$(2) \text{ wordt: } U_p - V_p = + (x_K)_p \frac{d^p}{dt^p} \sin \theta - (y_K)_p \frac{d^p}{dt^p} \cos \theta.$$

Bovenstaande tabel zullen wij gebruiken voor eene algemeene theorie over:

\*) In verband met het hierop volgende werd dit hoofdstuk niet in het begin behandeld.

## 14. Evolventen.

Volgens ( $B_p$  § 9) is de vergelijking van de snelheidspoolbaan ( $B_1$ ):

$$x_B = (P_0 + 1) \left\{ \frac{P(R+S) + Q(U-V)}{P^2 + Q^2} \right\}_1 + \\ + Q_0 \left\{ \frac{Q(R+S) - P(U-V)}{P^2 + Q^2} \right\}_1 - (R_0 + S_0). \\ y_B = -Q_0 \left\{ \frac{P(R+S) + Q(U-V)}{P^2 + Q^2} \right\}_1 + \\ + (P_0 + 1) \left\{ \frac{Q(R+S) - P(U-V)}{P^2 + Q^2} \right\}_1 + U_0 - V_0$$

Wanneer de beweging nu zoodanig is, dat het bewegende stelsel eene eenparige hoeksnelheid  $\omega$  heeft, dan is  $\theta^1 = \omega$  en  $\theta = \omega t$ . Dan wordt:

$$d_{2^n} = (-1)^n (\cos \theta)_0 \omega^{2^n} = (-1)^n \omega^{2^n}.$$

$$d_{2^{n+1}} = \left( \frac{d^{2^n+1}}{dt^{2^n+1}} \cos \theta \right)_0 = 0$$

evenzoo  $e_{2^n} = 0$

$$e_{2^{n+1}} = (-1)^n \omega^{2^{n+1}}$$

dan is:  $1 + P_0 = \cos \omega t$ ;  $Q_0 = \sin \omega t$ ,

$$P_1 = -\sin \omega t$$
;  $Q_1 = \omega \cos \omega t$

$$R_0 = -x_2 \omega^2 \frac{t^2}{2!} + x_4 \omega^4 \frac{t^4}{4!} - x_6 \omega^6 \frac{t^6}{6!} + \dots$$

$$S_0 = y_1 \omega t - y_3 \omega^3 \frac{t^3}{3!} + y_5 \omega^5 \frac{t^5}{5!} - \dots$$

$$U_0 = x_1 \omega t - x_3 \omega^3 \frac{t^3}{3!} + x_5 \omega^5 \frac{t^5}{5!} - \dots$$

$$V_0 = -y_2 \omega^2 \frac{t^2}{2!} + y_4 \omega^4 \frac{t^4}{4!} - y_6 \omega^6 \frac{t^6}{6!} + \dots$$

$$R_1 = -x_2 \omega^2 t + x_4 \omega^4 \frac{t^3}{3!} - x_6 \omega^6 \frac{t^5}{5!} + \dots$$

$$S_1 = y_1 \omega - y_3 \omega^3 \frac{t^2}{2!} + y_5 \omega^5 \frac{t^4}{4!} - \dots$$

$$U_1 = x_1 \omega - x_3 \omega^3 \frac{t^2}{3!} + x_5 \omega^5 \frac{t^4}{4!} - \dots$$

$$V_1 = y_2 \omega^2 t + y_4 \omega^4 \frac{t^3}{3!} - y_6 \omega^6 \frac{t^5}{5!} + \dots$$

We zullen nu eerst de algemeene vergelijkingen van de poolbaan vereenvoudigen.

Substitueeren wij de waarden van  $1 + P_0$  en  $Q_0$ ,  $P_1$  en  $Q_1$ , in de vergelijkingen van de poolbaan ( $B_1$ ), dan worden deze:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{U_1 - V_1}{\theta'} - (R_0 + S_0) \\ y &= \frac{R_1 + S_1}{\theta'} + U_0 - V_0 \end{aligned} \right\} (B^1)$$

Noemen wij:

$$U - V = T \text{ en } R + S = W$$

dan worden de poolbaan vergelijkingen:

$$x = \frac{T'}{\theta'} - W \text{ en } y = \frac{W'}{\theta'} + T.$$

Door de differentieering van  $y$ , vinden wij:

$$T'' = y' - \frac{W''}{\theta'} + \frac{W'}{(\theta')^2} \theta''.$$

Substitueer dit in de betrekking voor  $x$ :

$$W'' - \frac{W'}{\theta'} \theta'' + W(\theta')^2 = y' \theta' - x(\theta')^2.$$

en evenzoo:

$$T'' - \frac{T'}{\theta'} \theta'' - T(\theta')^2 = x' \theta' - y'(\theta')^2.$$

15. Als  $\theta'$  constant ( $\omega$ ) is, worden deze vergelijkingen:

$$W'' + W\omega^2 = y' \omega - \omega^2 x \dots (1)$$

$$T'' - T\omega^2 = x' \omega - \omega^2 y \dots (2)$$

Algemeene opl. van (1):

$$W = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t$$

waarin:

$$A_1 = \int \cos \omega t \times y' dt - \int \omega \cos \omega t \times x dt + C_1 \text{ en}$$

$$B_1 = \int \sin \omega t \times y' dt + \int \omega \sin \omega t \times x dt + C_2.$$

Algemeene opl. van (2):

$$T = A_2 e^{\omega t} + B_2 e^{-\omega t}$$

waarin:

$$A_2 = \frac{1}{2} \int e^{-\omega t} (x' - \omega y) dt + C_3 \text{ en}$$

$$B_2 = -\frac{1}{2} \int e^{\omega t} (x' - \omega y) dt + C_4$$

Deze vier constanten worden bepaald door de twee punten (vier coördinaten) van poolbaan en poolkromme die in den beginstand met elkaar in aanraking zijn.

Beschouwen wij nu eenen bewegingstoestand waarin  $K_1$  eene rechte lijn is. Deze poolkromme is dus voortdurend raaklijn aan de poolbaan. Nemen wij voor  $t=0$  eenen horizontalen stand van deze raaklijn, dan is  $\omega t$  de hoek, die de raaklijn met de  $x$ -as maakt, m.a.w.:

$$\omega t = b g \operatorname{tg} \frac{dy}{dx},$$

waarin  $\frac{dy}{dx}$  als functie van  $x$  te bepalen is uit

de poolbaanvergelijking:  $y = f(x) \dots (B_1)$ .

Wij kunnen aldus  $x$  als functie van  $t$  berekenen en dit substitueeren in vergelijking ( $B_1$ ), waardoor ook  $y$  als functie van  $t$  is bepaald.

Daar  $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = x' \operatorname{tg} \omega t$  worden:

$$A_1 = \int \sin \omega t \cdot x' dt - \int \omega \cos \omega t \cdot x dt + C_1.$$

$$B_1 = \int \sin \omega t \operatorname{tg} \omega t x' dt + \int \omega \sin \omega t x dt + C_2.$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \int e^{-\omega t} (x - \omega y) dt + C_3.$$

$$B_2 = -\frac{1}{2} \int e^{\omega t} (x' - \omega y) dt + C_4.$$

16. Voor het algemeen geval vinden wij volgens

$$\S 14. \frac{U_1 - V_1}{\theta^1} = x_1 + y_2 \omega t - x_3 \omega^2 \frac{t^2}{2!} - y_4 \omega^3 \frac{t^3}{2!} + \dots \quad (1)$$

$$R_0 + S_0 = y_1 \omega t - x_2 \omega^2 \frac{t^2}{2!} - y_3 \omega^3 \frac{t^3}{2!} + x_4 \omega^4 \frac{t^4}{4!} + \dots \quad (2)$$

Dit gesubstitueerd in de vergelijkingen ( $B_1'$ ) geeft: voor de coördinaten van de evolvente:

$$(10a). X = x_1 + (y_2 - y_1) \omega t - (x_3 - x_2) \omega^2 \frac{t^2}{2!} - (y_4 - y_3) \omega^3 \frac{t^3}{3!} + \dots$$

Verder:

$$\frac{R_1 + S_1}{\theta^1} = y_1 - x_2 \omega t - y_3 \omega^2 \frac{t^2}{2!} + x_4 \omega^3 \frac{t^3}{3!} + y_5 \omega^4 \frac{t^4}{4!} - \dots \quad (3)$$

$$U_0 - V_0 = x_1 \omega t + y_2 \omega^2 \frac{t^2}{2!} - x_3 \omega^3 \frac{t^3}{3!} - y_4 \omega^4 \frac{t^4}{4!} + \dots \quad (4)$$

dus:

$$(10b). Y = y_1 - (x_2 - x_1) \omega t - (y_3 - y_2) \frac{\omega^2 t^2}{2!} + (x_4 - x_3) \frac{\omega^3 t^3}{3!} + \dots$$

§ 17. Is de poolkromme eene rechte, dan is volgens de bovenstaande methode te bepalen:

$$x = \varphi_1(t),$$

$$y = \varphi_2(t).$$

Ontwikkelt men beide in eene machtreeks van  $t$ , dan vindt men door gelijkstelling der overeenkomstige coëfficiënten de ligging van de polen, waardoor de geheele bewegingstoestand bekend is.

De gevonden waarden van  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , enz. substitueerende in de vergelijking van de poolkromme (hier rechte), vindt men de lengte van de lijn als functie van  $t$ ; bovendien zijn de coördinaten van een punt van de poolbaan als functie van  $t$  gevonden, m.a.w.: Uit deze vergelijking volgt de lengte van de boog die op de poolbaan is afgerold.

Dit is dus eene methode van *rectificatie van vlakke krommen*.

18. Is de poolkromme willekeurig, in een recht-hoekig coördinatenstelsel voorgesteld door de vergelijking:  $U = f(v)$ , dan kan de baan van een willekeurig punt als volgt bepaald worden:

Volgens formule (δ) (§ 5) is: de poolsnelheid:

$$v_1 = e_1 / Q.$$

$v$ , is voor poolbaan en poolkromme  $\frac{ds}{dt}$  dus:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{e_1}{Q}$$

Bepaal nu voor beide krommen den kromtestraal als functie van den afgelegden boog  $s$ ; dan is:

$Q = \frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_K}$  bekend als functie van  $s$  en dus voor te stellen door  $f(s)$ .

Daar  $e_1 = \omega$ , wordt de vergelijking:

$$\frac{ds}{dt} = \omega : f(s) \quad \text{of:}$$

$$\int f(s) ds = \omega t + C.$$

Hiermee is dus gevonden:  $s = \varphi(t)$  en dientengevolge ook:

$$x = \psi_1(t)$$

$$y = \psi_2(t)$$

Substitueert men dit in de vergelijkingen (10a) en (10b) (§ 16) dan krijgt men:

$$\psi_1(t) = x_1 + (y_2 - y_1) \omega t - (x_3 - x_2) \frac{\omega^2 t^2}{2!} - \dots$$

$$\psi_2(t) = y_1 - (x_2 - x_1) \omega t - (y_3 - y_2) \frac{\omega^2 t^2}{2!} + \dots$$

Door ontwikkeling in machtreeksen naar  $t$  van  $\psi_1(t)$  en  $\psi_2(t)$  en gelijkstelling der overeenkomstige coëfficiënten vindt men de coördinaten der simultane polen:

$$x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3 \dots \text{enz.}$$

Substitueert men deze waarden in vergelijking (5) dan is hiermee eene willekeurige puntbaan bepaald.

19. Men kan ook voor de poolbaan eene rechte lijn nemen. Deze wordt dan tot  $x$ -as gekozen.

In dit geval is  $Q = -\frac{1}{\rho_K}$  en  $v = \frac{dx}{dt} =$

$$= \frac{e_1}{K_K} = \frac{e_1}{f(x)} = \frac{\omega}{f(x)}$$

of  $\int f(x) ds = \omega t + C$ . en  $y = 0$ .

Dus dan ook  $x$  (en  $y$ ) als functie van  $t$  bepaald. Door toepassing van vergelijking (10) komt men dan tot een analoog resultaat.

## ZESDE HOOFDSTUK.

20. Algemeene oplossing van de differentiaalvergelijkingen van de beweging in het platte vlak, indien één hoofdlijntraagheidsas loodrecht op dat vlak staat.

Volgens d'Alembert's beginsel is:

De som van de krachten in de  $x$ -richting:

$$\Sigma X = \Sigma m x''$$

De som van de krachten in de  $y$ -richting:

$$\Sigma Y = \Sigma m y''$$

De som van de momenten:

$$\Sigma M = \Sigma m (x'' y - y'' x).$$

Aangezien:

$$x'' = P_2 x_0 + Q_2 y_0 - (R_2 + S_2)$$

$$y'' = -Q_2 x_0 + P_2 y_0 + (U_2 - V_2)$$

$$x = (1 + P_0) x_0 + Q_0 y_0 - (R_0 + S_0)$$

$$y = -Q_0 x_0 + (1 + P_0) y_0 + (U_0 - V_0),$$

herleiden zich deze uitdrukkingen tot:

$$\Sigma m x'' = \Sigma P_2 m x_0 + \Sigma Q_2 m y_0 - m (R_2 + S_2)$$

$$\text{Nu is: } \Sigma m x_0 = m (x_z)_0$$

$$\Sigma m y_0 = m (y_z)_0$$

waarin  $(x_z)_0$  en  $(y_z)_0$  de Coördinaten van het zwaartepunt in den beginstand zijn; derhalve:

$$\Sigma X = P_2 m (x_z)_0 + Q_2 m (y_z)_0 - (R_2 + S_2).$$

Nemen wij de plaats waar zich het zwaartepunt in den beginstand bevindt tot oorsprong, dan is:

$$\Sigma X = -m (R_2 + S_2) \text{ en}$$

$$\Sigma Y = +m (U_2 - V_2)$$

$$\Sigma M = \Sigma m (x'' y - y'' x) = \Sigma [m \{P_2 x_0 + Q_2 y_0 - (R_2 + S_2)\} \{-Q_0 x_0 + (1 + P_0) y_0 + U_0 - V_0\} - m \{-Q_2 x_0 + P_2 y_0 + U_2 - V_2\} \{(1 + P_0) x_0 + Q_0 y_0 - (R_0 + S_0)\}] =$$

$$= \Sigma [ \{ (P_2 + 1) Q_2 - P_2 Q_0 \} (m x_0^2 + m y_0^2) + \{ P_2 (U_0 - V_0) - (P_0 + 1) (U_2 - V_2) - Q_2 (R_0 + S_0) + Q_0 (R_2 + S_2) \} m x_0 + \{ Q_2 (U_0 - V_0) - Q_0 (U_2 - V_2) + P_2 (R_0 + S_0) - (P_0 + 1) (R_2 + S_2) \} m y_0 ] + m \{ U_2 - V_2 \} (R_0 + S_0) = (U_0 - V_0) (R_2 + S_2)$$

Daar nu  $\Sigma (m x_0^2 + m y_0^2) = I_p$  d. i. het traagheidsmoment t. o. v. den oorsprong, is:

$$\Sigma M = I_p \{ (P_0 + 1) Q_2 - P_2 Q_0 \} +$$

$$+ m (x_z)_0 \{ P_2 (U_0 - V_0) - (P_0 + 1) (U_2 - V_2) - Q_2 (R_0 + S_0) + Q_0 (R_2 + S_2) \} + m (y_z)_0 \{ Q_2 (U_0 - V_0) -$$

$$- Q_0 (U_2 - V_2) + P_2 (R_0 + S_0) - (P_0 + 1) (R_2 + S_2) \} +$$

$$+ m \{ (U_2 - V_2) (R_0 + S_0) - (U_0 - V_0) (R_2 + S_2) \}$$

Bij de bovenstaande keuze van oorsprong is  $(x_z)_0 = (y_z)_0 = 0$ .

$I_p$  is dan het polair traagheidsmoment t. o. v. het zwaartepunt.

Noemen wij  $R_0 + S_0 \dots W$ ,

$$U_0 - V_0 \dots T,$$

dan worden de vergelijkingen:

$$\Sigma X = -m W_2.$$

$$\Sigma Y = m T_2.$$

$$\Sigma M = I_p \{ (P_0 + 1) Q_2 - Q_0 P_2 \} + m (T_2 W_0 - W_2 T_0).$$

Nu is:  $1 + P_0 = \cos \theta$ ;  $Q_0 = \sin \theta$ ,

$$P_2 = -(\theta')^2 \cos \theta - \theta'' \sin \theta; Q_2 =$$

$$= -(\theta')^2 \sin \theta + \theta'' \cos \theta,$$

dus:  $(P_0 + 1) Q_2 - Q_0 P_2 = \theta''$ .

$$\text{Verder is: } W_2 = \sum_{n=2}^{\infty} x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 \frac{t^{n-2}}{(n-2)!} + \sum_{n=2}^{\infty} y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 \frac{t^{n-2}}{(n-2)!}$$

$$\text{en } T_2 = \sum_{n=2}^{\infty} x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 \frac{t^{n-2}}{(n-2)!} + \sum_{n=2}^{\infty} y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 \frac{t^{n-2}}{(n-2)!}$$

$$W_0 = \sum_{n=0}^{\infty} x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 \frac{t^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 \frac{t^n}{n!}$$

$$T_0 = \sum_{n=0}^{\infty} x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 \frac{t^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 \frac{t^n}{n!}$$

De bewegingsvergelijkingen worden dus:

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} \Sigma X = -m \sum_{n=2}^{\infty} \left[ x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 + y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 \right] \frac{t^{n-2}}{(n-2)!} \\ \Sigma Y = +m \sum_{n=2}^{\infty} \left[ x_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \sin \theta \right)_0 + y_n \left( \frac{d^n}{dt^n} \cos \theta \right)_0 \right] \frac{t^{n-2}}{(n-2)!} \end{array} \right.$$

$$\Sigma M = I_p \theta'' + m (T_2 W_0 - W_2 T_0).$$

Zetten wij voor  $W_2$  en  $T_2$ :

$$W_2 = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 \frac{t^2}{2!} + \dots$$

$$\text{en } T_2 = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \frac{t^2}{2!} + \dots$$

dan vinden wij voor  $W_0$  en  $T_0$ :

$$W_0 = \int dt \int W_2 dt + A_1 + A_2 t =$$

$$W_0 = A_1 + A_2 t + \alpha_0 \frac{t^2}{2!} + \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + \dots$$

Evenzoo  $T_0 = B_1 + B_2 t + \beta_0 \frac{t^2}{2!} + \beta_1 \frac{t^3}{3!} + \dots$   
 waarin  $A_1, A_2, B_1$  en  $B_2$  integratie-constanten zijn.

Daar  $-W_0 = x_z$  en  $T_0 = y_z$  en voor  $t=0$   $x_z = y_z = 0$ , moet  $A_1 = B_1 = 0$ .

en ontwikkelt men  $\theta''$  volgens Mac Laurin, dan is:

$$\begin{aligned} \Sigma M = & I_p (\theta_0'' + \theta_0''' t + \theta_0^{IV} \frac{t^2}{2!} + \theta_0^V \frac{t^3}{3!} + \dots) + \\ & + m [(A_1 \beta_0 - B_1 \alpha_0) + (A_1 \beta_1 + A_2 \beta_0 - B_1 \alpha_1 - \\ & - B_2 \alpha_0) t + \left\{ \frac{A_1 \beta_2 - B_1 \alpha_2}{2!} + \frac{A_2 \beta_1 - B_2 \alpha_1}{1!} \right\} t^2 + \\ & + \left\{ \frac{A_1 \beta_3 - B_1 \alpha_3}{3!} + \frac{A_2 \beta_2 - B_2 \alpha_2}{1!} + \frac{\alpha_0 \beta_1 - \beta_0 \alpha_1}{2!} + \right. \\ & \left. + \frac{\alpha_1 \beta_0 - \beta_1 \alpha_0}{3!} \right\} t^3 + \dots \end{aligned}$$

21. Zijn dus  $\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma M$  gegeven als functie van de coördinaten b.v. van een punt van het stelsel of op andere wijze, dan zijn die functies te ontwikkelen in machtreeksen naar  $t$ . Door gelijkstelling der overeenkomstige coëfficiënten vinden wij dan resp. uit de betrekking voor  $\Sigma X, \Sigma Y$  en  $\Sigma M$  voor elke orde eene vergelijking:

$$\begin{aligned} f_1(x_p, y_p, \theta_0'', \theta_0''', \dots, \theta_0^p) &= 0 \\ *f_2(x_p, y_p, \theta_0'', \theta_0''', \dots, \theta_0^p) &= 0 \\ f_3(x_p, y_p, \theta_0'', \theta_0''', \dots, \theta_0^p) &= 0 \end{aligned}$$

Zij b.v. gegeven, dat de kracht voortdurend aangrijpt in een punt  $A$  en gelijk is aan den voerstraal en altijd gericht naar den oorsprong, dan worden de vergelijkingen:

$$\Sigma X = -x_A = -m \left( \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 \frac{t^2}{2!} + \dots \right)$$

Daar  $x_A = (x_A)_0 \cos \theta + (y_A)_0 \sin \theta - W_0$ , vinden wij na gelijkstelling der overeenkomstige coëfficiënten: vergelijkingen van het type:

$$\begin{aligned} \alpha_p + (x_A)_0 \left( \frac{d^p}{dt^p} \cos \theta \right)_0 \frac{1}{p!} + \\ + (y_A)_0 \left( \frac{d^p}{dt^p} \sin \theta \right)_0 \frac{1}{p!} = \alpha_{p+2} \end{aligned}$$

Evenzoo uit de waarde voor  $\Sigma Y$

$$\begin{aligned} \beta_p - (x_A)_0 \left( \frac{d^p}{dt^p} \sin \theta \right)_0 \frac{1}{p!} + \\ + (y_A)_0 \left( \frac{d^p}{dt^p} \cos \theta \right)_0 = \beta_{p+2} \end{aligned}$$

Wij vinden dus  $\alpha_p$  en  $\beta_p$  als functies van  $\theta_0', \theta_0'', \theta_0''', \dots, \theta_0^p$ .

Wij kunnen nu in de betrekking voor  $\Sigma M$  de gevonden waarden substitueeren, waardoor  $\theta_0', \theta_0''$ , enz. bepaald zijn. Substitueeren wij deze waarden in  $\alpha_p$  en  $\beta_p$  dan zijn uit de aldus verkregen lineaire vergelijkingen  $x_p$  en  $y_p$  op te lossen. De bewegings-toestand is dan aldus bekend.

Als toepassing zullen wij kiezen:

De algemeene vergelijking van eene vlakke gedwongen beweging.

22. Hieronder versta ik de bewegingsvergelijkingen van een stelsel waarvan één punt een voorgeschreven baan beschrijft. Men geeft de baan van een punt  $A$  door de verlijkingen:

$$\begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \end{aligned}$$

dan is volgens de weg vergelijkingen (5):

als wij  $(x_A)_0$  en  $(y_A)_0$  resp.  $x_0$  en  $y_0$  noemen:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta - W_0 \\ f_2(t) &= -x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta + T_0 \end{aligned} \quad (12')$$

Volgens verg. (11) is:

$$\Sigma M = X y_A - Y x_A = I_p \theta'' + m (T_2 W_0 - W_2 T_0)$$

en daar  $W_0 = -x_z$  en  $T_0 = +y_z$

en  $x_A = x_z + a \cos \theta$ , als  $a$  de afstand  $\overline{AZ}$  voorstelt, wordt:  $\Sigma M = X (y_z - a \sin \theta) - Y (x_z + a \cos \theta) = I_p \theta'' - m (T_2 x_z + W_2 y_z)$ .

Substitueert men nu:  $X = -m W_2$  en  $Y = m T_2$ , dan wordt deze vergelijking:

$$a m (W_2 \sin \theta - T_2 \cos \theta) = I_p \theta'' \dots (12)$$

Door differentiatie van  $W_0$  en  $T_0$  in (12') vindt men:

$$\begin{aligned} W_2 &= -f_1''(t) - x_0 \{ (\theta')^2 \cos \theta + \theta'' \sin \theta \} + \\ &+ y_0 \{ -(\theta')^2 \sin \theta + \theta'' \cos \theta \} \\ T_2 &= f_2''(t) + x_0 \{ -(\theta')^2 \sin \theta + \theta'' \cos \theta \} + \\ &+ y_0 \{ (\theta')^2 \cos \theta + \theta'' \sin \theta \}. \end{aligned}$$

Substitueert men dit in vergel. (12) dan wordt:

$$\begin{aligned} \frac{I_p \theta''}{a m} &= -\sin \theta f_1''(t) - x_0 \{ \sin \theta \cos \theta (\theta')^2 + \theta'' \sin^2 \theta \} + \\ &+ y_0 \{ -(\theta')^2 \sin^2 \theta + \theta'' \sin \theta \cos \theta \} - \cos \theta f_2''(t) - \\ &- x_0 \{ -(\theta')^2 \sin \theta \cos \theta + \theta'' \cos^2 \theta \} - \\ &- y_0 \{ +(\theta')^2 \cos^2 \theta + \theta'' \sin \theta \cos \theta \}. \end{aligned}$$

of:

$$\frac{I_p \theta''}{a m} = -f_1''(t) \sin \theta - f_2''(t) \cos \theta - x_0 \theta'' - y_0 (\theta')^2.$$

Verder geldt: als  $t=0$ , is  $\theta=0$  d. w. z. dan ligt  $A$  op de  $x$ -as op eenen afstand  $a$  van den oorsprong. Dus  $x_0 = a$  en  $y_0 = 0$ .



De algemeene differentiaal-vergelijking van de vlakke gedwongen beweging is dus:

$$-\left(\frac{I_p}{am} + a\right) \theta'' = +f_1''(t) \sin \theta + f_2''(t) \cos \theta \dots (13).$$

23. Wij zullen nu een voorbeeld uitwerken, waarbij zich het punt  $A$  eenparig in eenen cirkel om  $O$  beweegt.

Dan is:

$$f_1(t) = a \cos \omega t$$

$$f_2(t) = a \sin \omega t$$

dus

$$f_1''(t) = -a \omega^2 \cos \omega t$$

$$f_2''(t) = -a \omega^2 \sin \omega t.$$

Dit substitueerende in verg. (13) vindt men:

$$-\left(\frac{I_p}{a^2 \omega^2 m} + \frac{1}{\omega^2}\right) \theta'' = \sin(\theta + \omega t).$$

Noem de factor  $-\left(\frac{I_p}{a^2 \omega^2 m} + \frac{1}{\omega^2}\right) = 2K^{-2}$

en voer de nieuwe variabele  $z = \theta + \omega t$  in.

Men krijgt dan de vergelijking:

$$2K^{-2} z'' = \sin z.$$

Nu is

$$z'' = \frac{d^{1/2}(z')^2}{dz}.$$

dus  $2K^{-2} d \frac{1}{2} (z')^2 = \sin z dz.$

$$K^{-2} (z')^2 = -\cos z + C_1.$$

$$z' = K \sqrt{C_1 - \cos z}$$

$$\int \frac{dz}{\sqrt{C_1 - \cos z}} = K \cdot t + C_2.$$

Het vraagstuk is hiermee herleid tot het oplossen van eenen elliptischen integraal van de eerste soort; de oplossing is:

$$\sqrt{C_1} \left\{ 2 \left(1 - \frac{1}{C_1} \cos z\right)^{1/2} + \frac{1}{2} \left[ 2 \left(1 - \frac{1}{C_1} \cos z\right)^{1/2} \times \left(\frac{1}{C_1} \cos z\right)^{1/2} + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \left(1 - \frac{1}{C_1} \cos z\right)^{3/2} \times \frac{1}{C_1} \cos z + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot 1 \cdot 2 \left(1 - \frac{1}{C_1} \cos z\right)^{5/2} \right] + \text{enz.} \right\} = Kt + C_2.$$

$C_1$  en  $C_2$  te berekenen uit de voorwaarden:

$$\text{voor } t = 0 \dots \theta = 0 \text{ en } \theta' = \theta'_0.$$

24. Ten slotte nog een voorbeeld van eene gedwongen beweging, waarbij gegeven is, dat zich een punt  $A$  eenparig versneld langs eene rechte beweegt, die een hoek van  $45^\circ$  met de  $X$ -as maakt. (fig. 8).

De algemeene vergelijking is:

$$-\left(\frac{I_p}{am} + a\right) \theta'' = f_1''(t) \sin \theta + f_2''(t) \cos \theta \dots (13).$$

Daar volgens het gegeven  $x = f_1(t) = a - \frac{1}{2}gt^2$  en

$$y = f_2(t) = -\frac{1}{2}gt^2,$$

wordt:  $f_1''(t) = f_2''(t) = -g = -6 \text{ cm/sec}^2.$

Substitueer dit in formule (13):

$$\left(\frac{I_p}{am} + a\right) \theta'' = g(\sin \theta + \cos \theta)$$

$$\left(\frac{I_p}{am} + a\right) \theta'' = g(\sqrt{2}) \sin(\theta + 45).$$

Noemen wij

$$\theta + 45 = \varphi \text{ en } \frac{(\sqrt{2})}{4g} \cdot \left(\frac{I_p}{am} + a\right) = -K^{-2} \dots (\alpha)$$

dan is:

$$-2K^{-2} \varphi'' = \sin \varphi \dots (13') \text{ of; daar } \varphi'' = \frac{1}{2} \frac{d\varphi'}{d\varphi};$$

$$(\varphi')^2 = (\cos \varphi + C_1) K^2$$

of:

$$\varphi' = K \sqrt{C_1 + \cos \varphi} \dots (\beta)$$

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{C_1 + \cos \varphi}} = Kt + C_2.$$

Stellen wij nu  $c_1 = -1$ . De formule wordt dan:

$$\frac{1}{i} \int \frac{2 d^{1/2} \varphi}{\sqrt{2} \sin^{1/2} \varphi} = Kt + C_2.$$

$$\text{of } -i \int \frac{d^{1/2} \varphi}{\sin^{1/2} \varphi} = \frac{(KV\sqrt{2})}{2} t + C_2'.$$

$$+ i \int \frac{d \cos^{1/2} \varphi}{1 - \cos^2 \frac{1}{2} \varphi} = \frac{KV\sqrt{2}}{2} t + C_2'.$$

$$i \lg \cot \frac{1}{4} \varphi = \frac{KV\sqrt{2}}{2} t + C_2'.$$

Stellen wij  $K = -i\sqrt{2}$ . en  $iC_2 = C_2'.$

Opm. De formule ( $\alpha$ ) schrijft vóór eene imaginaire waarde voor  $K$ , terwijl de positieve hoeksnelheid volgens formule  $\beta$  een minteken vereischt.

De formule wordt dan herleid tot:

$$\lg \cot \frac{1}{4} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -t + C_2 \text{ of}$$

$$\cot \frac{1}{4} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = e^{-t + C_2}$$

$C_2$  te berekenen uit de voorwaarde:

$$\text{voor } t = 0 \dots \theta = 0.$$

$$C_2 \text{ is dan } 1,61542.$$

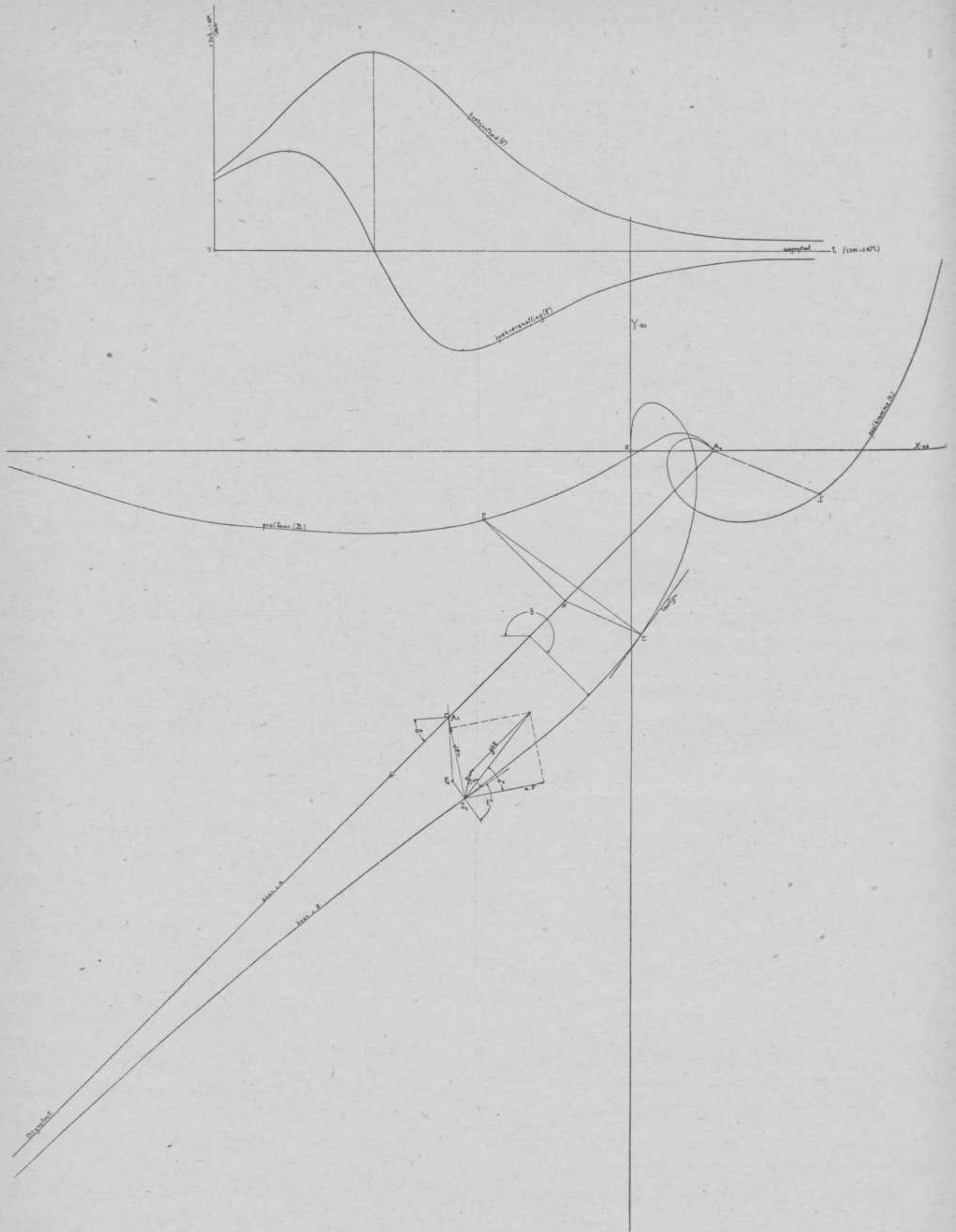


Fig. 8.

Uit deze vergelijking is op elk oogenblik de draaiingshoek te berekenen. Kiest men een waarde voor  $a$  (b.v. 8.4 c.M.) dan is de baan van zwaarte punt  $Z_1$  te construeeren.

(Door formule  $\alpha$  is nu de verhouding  $\frac{I_p}{m}$  bepaald: (0,84))

Uit (13') en de aangenomen constanten volgt, dat de hoekversnelling  $\theta'' = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$  en uit ( $\beta$ ) de

hoeksnelheid  $\theta = 2 \sin \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \dots (j)$

Voor  $t = \infty$  is  $\frac{1}{4} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$  of

$$\theta = 1\frac{3}{4}\pi.$$

In het oneindige zal het zwaartepunt dus op den baan van  $A$  gekomen zijn met oneindig kleine hoeksnelheid; deze is dus een asymptoot aan de baan van het zwaartepunt. De hoeksnelheid nadert tot nul van de positieve zijde, de hoekversnelling van de negatieve, als  $t$  oneindig wordt. Zie diagram.

#### Poolbaan $B_1$ .

Voor elke punt van  $\Sigma_1$  geldt:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta - W_0 \\ y &= -x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta + T_0 \end{aligned} \right\}$$

Past men dit voor punt  $A$  toe dan is:

$$x = a - \frac{1}{2}gt^2 = a \cos \theta - W_0 \quad \text{of}$$

$$W_0 = \frac{1}{2}gt^2 - a(1 - \cos \theta)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -a \sin \theta + T_0 \quad \text{of}$$

$$T_0 = a \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2$$

Door differentiatie vindt men:  $W_1 = gt - a \sin \theta \times \theta'$   
en  $T_1 = -gt + a \cos \theta \times \theta'$ .

De vergelijkingen van de poolbaan zijn volgens  $B^1$  (§14).

$$x_{B_1} = \frac{T_1}{\theta'} - W_0 \quad \text{en} \quad y_{B_1} = \frac{W_1}{\theta'} + T_0.$$

Deze worden nu:

$$x_{B_1} = -\frac{gt}{\theta'} + a \cos \theta - \frac{1}{2}gt^2 + a - a \cos \theta$$

of volgens ( $j$ )

$$\left. \begin{aligned} x_{B_1} &= a - \frac{1}{2}gt^2 - \frac{gt}{2 \sin \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)} \\ \text{Evenzoo } y_{B_1} &= -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{gt}{2 \sin \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)} \end{aligned} \right\}$$

(Dit is in overeenstemming met het gegeven waarin bepaald wordt, dat voor  $t = 0$  de snelheid van  $A$  gelijk nul is. In den beginstand moet dus  $A$  de snelheidspool zijn).

#### Poolkromme ( $K_1$ ).

Substitueer de waarden voor  $W_1$ ,  $T_1$ , en  $\theta'$  in de formules van de poolkromme:

$$x_{K_1} = \frac{-\theta' \sin \theta \cdot W_1 + \theta' \cos \theta \cdot T_1}{(\theta')^2}$$

$$y_{K_1} = \frac{\theta' \cos \theta \cdot W_1 + \theta' \sin \theta \cdot T_1}{(\theta')^2}$$

Men krijgt dan:

$$x_K = \frac{-gt \sin \theta + a \sin^2 \theta \cdot \theta' - gt \cos \theta + a \cos^2 \theta \cdot \theta'}{\theta'} =$$

$$= -\frac{gt}{\theta'} (\sin \theta + \cos \theta) + a =$$

$$\frac{-gt(\sqrt{2}) \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}{2 \sin \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)} + a$$

$$x_K = -gt(\sqrt{2}) \cos \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + a$$

$$gt \cos \theta - a \sin \theta \cos \theta \cdot \theta' -$$

$$y_K = \frac{-gt \sin \theta + a \sin \theta \cos \theta \cdot \theta'}{\theta'} =$$

$$= \frac{gt(\sqrt{2}) \cos \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}{\theta'}$$

$$y_K = \frac{gt}{2 \sin \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)} - gt \sin \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right).$$

Er zijn twee parameters  $t$  en  $\theta$ , waartusschen de afgeleide betrekking bestaat. Voor éénen stand is langs meetkundigen weg de versnellingspool  $P_2$  geconstrueerd. (Natuurlijk ook mogelijk met behulp van ( $B_2$ )).

Tengevolge van de rotatie heeft  $Z_1$  de versnelingen:  $j_t = a\theta''$  en  $j_u = a(\theta')^2$ .

De hoek  $\alpha_2$  die de resultante met den normaal op  $a$  maakt, is de versnellingshoek van de 2<sup>de</sup> orde.

De totale versnelling van  $Z_1$  is dan de vectorische

som van die resultante en de versnelling ( $-g\sqrt{2}$ ) van  $A$ . Daar de richting van twee versnellingen nu bekend is, en tevens de versnellingshoek, is de pool  $P_2$  te construeeren, hetgeen geschied is in fig 8.

A. B.

## Photochemie.

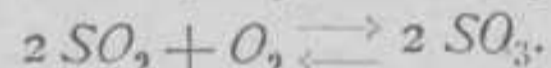
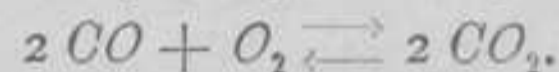
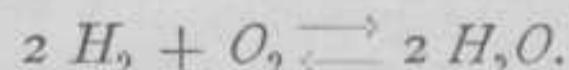
### VII.

#### Photochemische oxydaties en reducties.

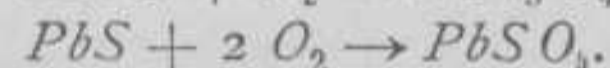
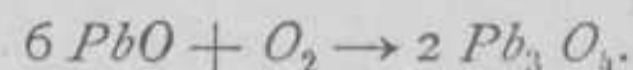
Oxydatie-reacties, waarvan het verloop in hoofdzaak te danken is aan de inwerking van het licht, zijn betrekkelijk veelvuldig voorkomende verschijnselen, zoodat het wel geen verwondering behoeft te wekken, dat zij reeds sinds langen tijd de aandacht der onderzoekers getrokken hebben. En zij komen juist daarom zoo dikwijls voor, omdat het belangrijkste oxydatiemiddel (de zuurstof) als het ware overal daar aanwezig is, waar stoffen aan den invloed van het licht blootgesteld zijn. Onder oxydatie verstaat men echter, in den algemeenen zin van het woord, niet alleen het zich verbinden van een stof met zuurstof, maar daaronder wordt ook verstaan de verbinding met andere elementen, zooals b.v. de halogenen, welke op gelijke wijze als de zuurstof inwerken (m. a. w. de „oxydatie-trap” verhoogen). Maar ook de onttrekking van waterstof (hetgeen we „dehydroereen” zouden kunnen noemen) door zuurstof en verwante elementen, of eindelijk de vervanging (substitutie) der waterstof door deze elementen, kan zeer zeker gerangschikt worden onder het algemeene begrip van oxydatie. En omgekeerd nu, verstaat men onder reductie natuurlijk niet alleen de additie van waterstof, maar ook het onttrekken van zuurstof of halogenen, benevens hunne substitutie door waterstof. Een groot aantal dezer verschijnselen worden in hun verloop ten zeerste beïnvloed door inwerking van het licht. De in aanmerking komende reacties zijn te verdeelen in reacties, waarbij de oxydeerende werking uitgaat van elementen, en in die, waarbij deze werking uitgeoefend wordt door een of andere verbinding, welke laatste daarbij dan natuurlijk zelf gereduceerd wordt (en dus oxydatie en reductie hand aan hand gaan).

Geschiedt de photo-oxydatie door een element, dan komen daarvoor vrijwel alleen in aanmerking zuurstof en de halogenen (en daarvan meer in het

bijzonder chloor en broom). De zuurstof kan zoowel als zoodanig oxydeerend werken, alsook in den vorm van ozon, dat uit zuurstof ontstaat bij bestraling met ultraviolet licht (zie Nr. 7 van dit Tijdschrift). In het laatste geval, wanneer dus de oxydeerende werking uitgaat van het ozon, beperkt de lichtwerking zich toch hoofdzakelijk tot de vorming van het ozon, daar de oxydatie (door het  $O_3$ ), vooral bij organische stoffen in welker structuurformule een dubbele binding is aan te wijzen, reeds in het donker kan verlopen. Er worden dan meestal peroxyden gevormd, welke daarna gedeeltelijk ontleden, en deze ontleding kan dan weer in haar verloop beïnvloed worden door lichtwerkingen. Van photochemische oxydaties, waarbij zuurstof als oxydeerende stof werkt, zijn talrijke voorbeelden bekend. Meestal zijn deze reacties omkeerbaar, en stelt zich een zg. „licht-evenwicht” in, dat aanmerkelijk kan verschillen met het „donker-evenwicht.” We kunnen hier aanhalen:



In weer andere gevallen was het niet mogelijk de omkeerbaarheid van het verschijnsel aan te toonen, zoo b.v. bij de oxydatie van loodoxyde tot menie, en van loodsulfide tot loodsulfaat:



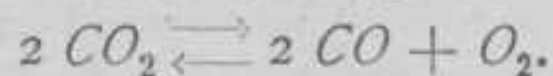
Ook omzettingsreacties zijn bekend, zoo b.v. de oxydatie van chloorwaterstof, waarbij water en chloor gevormd worden (Deacon-proces), en waarvoor de volgende betrekking geldt:



Bij inwerking van zuurstof op organische verbindingen kan soms aanlegging optreden, maar in de allermeeste gevallen gaat de oxydatie verder en treedt ontleding in, onder splitsing der moleculen. Men vat al deze reacties wel tezamen onder den algemeenen naam van „autoxydaties”. Dergelijke door de inwerking van het licht verlopende autoxydaties zijn zoo veelvuldig voorkomende verschijnselen, dat men bij photochemische onderzoekingen, waarbij dergelijke oxydaties geheel vermeden moeten worden, alle toetreding van lucht volkomen zal moeten buiten sluiten.

Bij de koolstofverbindingen met een gering aantal  $C$ -atomen gaat de oxydatie gewoonlijk tot de vorming van water en kooldioxyde, dit laatste stelt zich dan in

evenwicht met koolmonoxyde, en tenslotte kunnen zich nog water en koolmonoxyde gedeeltelijk vereenigen tot mierenzuur, zoodat bij al deze oxydatie-reacties deze vier stoffen altijd naast elkander aan te toonen zijn. Als voorbeeld kan hier aangehaald worden de oxydatie van acetyleen:

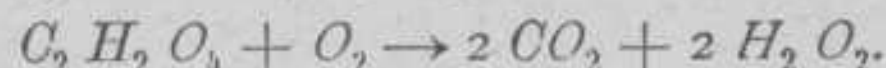


Bij de koolstofverbindingen met een grooter aantal C-atomen gaat de autoxydatie lang zoo ver niet. Zoo worden b.v. de (kleurlooze) leukobasen der triphenylmethaan-reeks in het licht zeer snel geoxydeerd tot de kleurstoffen (de z.g. rosanilinen). Dit verschijnsel, hetwelk het eerst waargenomen werd door Gros, wordt in de „Höchster Farbwerken” toegepast bij het maken van copieën voor de driekleurendruk (E. König — „Pinachromieverfahren”). Aromatische koolwaterstoffen met onverzadigde zijketen, zooals b.v. stilbeen  $C_6 H_5$ .  $CH:CH$ .  $C_6 H_5$ , splitsen benzaldehyde af; terwijl bij cyclische ketonen de koolstofring opengebroken wordt. In het algemeen zijn deze reacties echter nog weinig onderzocht, zoodat wij hier daarop niet verder zullen ingaan. — In sommige gevallen wordt waterstofperoxyde gevormd bij de autoxydatie van waterige oplossingen van zuren, alcoholen en aethers, ja zelfs komt dit wel voor bij deze stoffen in watervrijen toestand (Richardson). Als voorbeeld kunnen we aanhalen de photo-oxydatie van het oxaalzuur, en dit verschijnsel is juist daarom van zooveel belang, omdat waterige oplossingen van dit zuur bij de maatanalyse gebruikt worden, en het ons dus zeer zeker wel interesseeren moet onder welke omstandigheden ontleding optreedt. De onderzoekingen hebben nu geleerd, dat deze oplossingen volkomen bestendig zijn, wanneer men ze beschut tegen de inwerking van het licht (door ze te bewaren in flesschen van donkerbruin glas) en wanneer men ze steriliseert, waardoor schimmels, die ook in het schemerdonker kunnen leven (en dus zuurstof afstaan), gedood worden. (Riegler). In het licht en onder toetreding van lucht treedt oxydatie op (Jorissen):

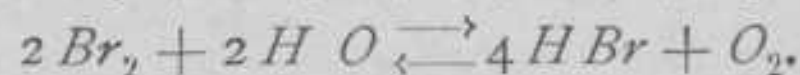
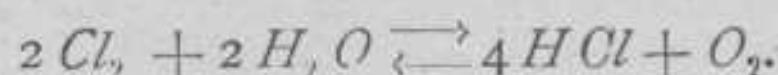


Bij deze reactie kon men echter aantoonen, dat ook waterstofperoxyde gevormd werd, bovenstaande betrekking geeft dus het verloop van dit verschijnsel niet duidelijk weer. Het verloop der

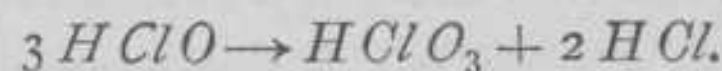
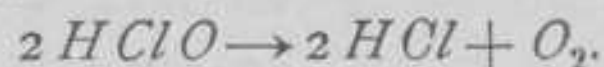
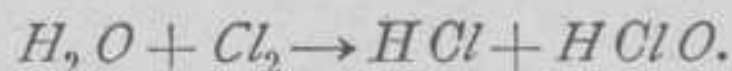
reactie moeten we daarom nu aangeven door de twee volgende vergelijkingen:



Analoog aan de inwerking van zuurstof op vele stoffen, gaan ook de halogenen onder den invloed van de werking van het licht tal van reacties aan. Hierbij dient men echter op te merken, dat de eigenschappen der halogenen trapsgewijs veranderen met de toename van hun atoomgewicht, hetgeen onder meer ten duidelijkste blijkt uit hun verschillend gedrag ten opzichte van waterstof (zie ook no. 12 van dit tijdschrift). Deze geleidelijke verandering in eigenschappen vertoont ook hunne inwerking op water, waarbij substitutie optreedt.

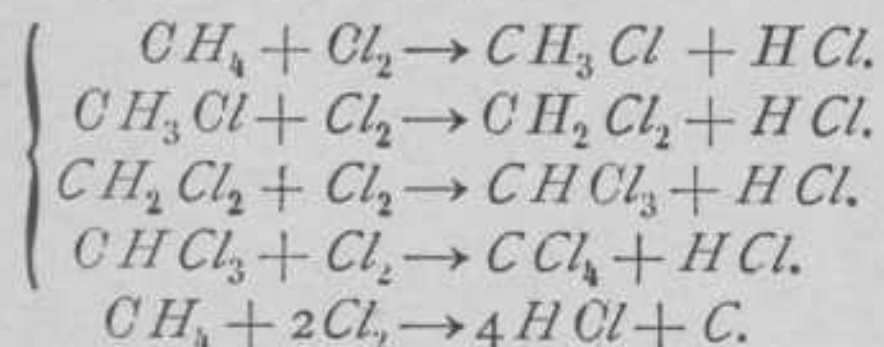


Dit zijn alle omkeerbare reacties; voor chloor is het evenwicht vrijwel volkomen naar rechts verschoven, terwijl echter omgekeerd voor het jodium het evenwicht zuiver naar links gelegen is. Chloor werkt ook in het donker op water in (Eder en Valenta), maar slechts uiterst langzaam; hierbij ontstaat dan eerst onderchlorigzuur, dat daarna overgaat in chloorwaterstofzuur en zuurstof, of ook wel onder omstandigheden chloorwaterstofzuur en chloorzuur:

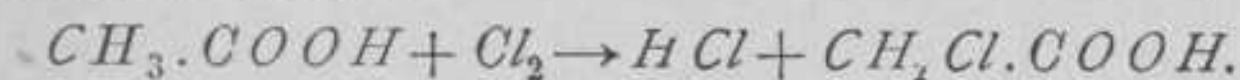


Van zeer veel belang is ook de inwerking der halogenen op tal van organische verbindingen; menigmaal treedt alleen aanlegging op (b.v. bij onverzadigde verbindingen), weer andere keeren werken de halogenen alleen substitueerend op de aanwezige waterstof, en soms werken ze oxydeerend onder splitsing van het molecuul. Bij de onverzadigde koolwaterstoffen van de algemeene formule  $C_n H_{2n}$  (de alkylenen of olefinen) kan chloor reeds in het donker onder additie (en verbreking der dubbele binding) inwerken, bij de verzadigde kwst.  $C_n H_{2n+2}$  (de paraffinen) en bij de onverzadigde acetyleen-koolwaterstoffen  $C_n H_{2n-2}$  geschiedt de inwerking eerst bij bestraling. Sommige dezer reacties verlopen geheel verschillend al naar mate zij plaats hebben in het diffuus daglicht of wel in het directe zonlicht; zoo b.v. bij methaan, in

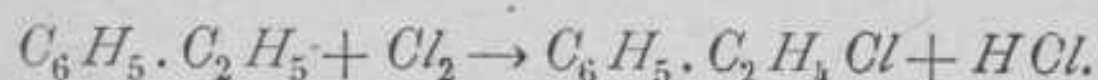
het eerste geval wordt het trapsgewijs gechlloreerd (substitutie) onder vorming tenslotte van tetrachloorkoolstof, terwijl in het tweede geval, bij intensieve bestraling, het  $CH_4$  geoxydeerd wordt onder afscheiding van koolstof:



Ook tal van derivaten der koolwaterstoffen worden onder invloed van het (zon)licht zeer gemakkelijk gechlloreerd, zoo b.v. het azijnzuur, waarbij dan mono-, di- en trichloorazijnzuur gevormd kunnen worden:

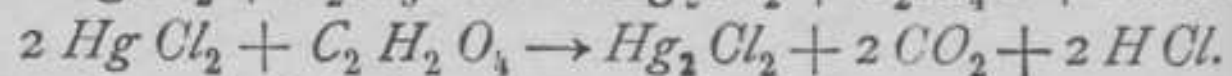
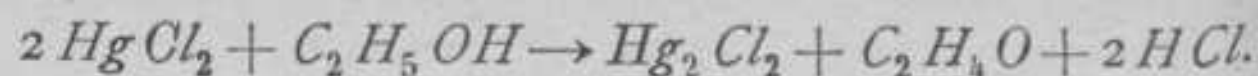


Wanneer we een aromatische koolwaterstof, waarvan een waterstof-atoom gesubstitueerd is door een (aliphatische) alkylgroep, in het licht chloreeren, dan treedt het chloor steeds bij de zijketen in het molecule; dit is b.v. het geval bij het aethylbenzol:

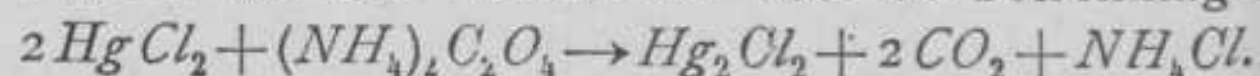


De verbindingen, afgeleid van het heterocyclische thiopheen  $C_4H_4S$ , welke in vele opzichten zoo zeer gelijken op de overeenkomstige benzol-derivaten, vertoonen nu echter hiermede een verschil in eigenschappen, doordat bij inwerking van het halogeen broom, onder den invloed van het licht, geen substitutie in de zijketen, maar daarentegen een intrede van het broom-atoom in de kern plaats heeft.

Verder moeten hier nog even die gevallen van photochemische oxydatie vermeld worden, waarbij de oxydatie uitgaat van een of andere anorganische of organische verbinding, welke laatste bij dit proces zelf natuurlijk een reductie ondergaat. Sterk oxydeerend werken in het algemeen de oxydeverbindingen der edele metalen, verder van ijzer, mangaan en cobalt, welke bij de plaats hebbende photochemische reactie gereduceerd worden tot de overeenkomstige oxydule-verbindingen (en in sommige gevallen wel eens tot metaal gereduceerd worden). In het bijzonder heeft men de oxydeerende werking der kwik- en ijzerzouten bestudeerd. Zoo wordt b.v. mercurichloride (sublimaat) door alcoholen, aethers en organische zuren tot mercuriochloride (calomel) gereduceerd:



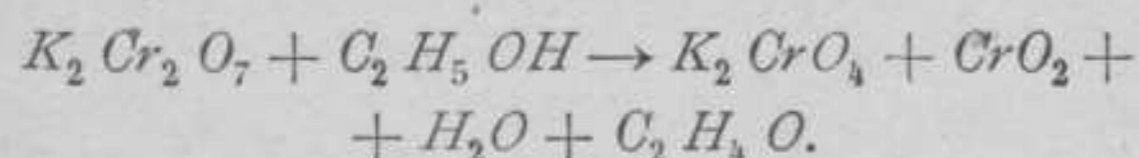
Nog veel lichtgevoeliger dan de zuivere oxaalzuuroplossing is een oplossing van ammoniumoxalaat, welke dan ook in de actinometrie een toepassing vindt (actinometer van Eder). Geringe hoeveelheden van een ijzerzout (waarvan in het handelsproduct vrijwel steeds sporen zijn aan te toonen) kunnen deze reactie katalytisch beïnvloeden (zie Nr. 6 van dit Tijdschrift). De reactie zelf kunnen we ons voorstellen door de betrekking:



Ook mengsels van ferrichloride en tal van organische stoffen zijn in de hoogste mate lichtgevoelig. Analooq aan deze werking der ferriverbindingen, merken we hetzelfde op bij uranylzouten, welke dan bij de photochemische reactie tot uranozouten gereduceerd worden. Bij voorkeur worden nu juist die verbindingen gemakkelijk geoxydeerd, in welke structuurformule een hydroxylgroep is aan te wijzen (zoo o.a. de alcoholen en oxyzuren), echter kan zich de oxydeerende werking ook uitstrekken tot de aethers, tot oxaalzuur en mierenzuur, terwijl gebleken is, dat de overige vetzuren  $C_nH_{2n}O_2$  in het zonlicht niet aangetast worden (Benrath). Een oxydeerende werking kan verder uitgaan van de zouten van enkele anorganische zuren, zoo b.v. van de molybdaten, de wolframaten, de vanadaten en de chromaten.

Op de lichtgevoeligheid der ferriverbindingen berust het vervaardigen der z.g. blauwdrukken. Een oplossing van ferricyaankalium (rood bloedloogzout) geeft, zooals bekend is, met een oplossing van ferrocyaanalkalium (geel bloedloogzout) een neerslag van Berlijnsch Blauw. Bij het vervaardigen van een blauwdruk neemt men nu een oplossing van ferricyaankalium en van het ferrizout van citroenzuur, deze wordt over het papier gestreken en in het donker laat men dan het papier drogen. Bij belichten wordt nu het ferri-citraat gereduceerd tot de overeenkomstige ferroverbinding, welke dan met het ferricyaankalium reageeren kan onder vorming van Berlijnsch Blauw. In drogen toestand komt wel is waar de kleur niet heel mooi uit, maar zulks geschiedt natuurlijk direct na bevochtiging, daar dan de ionen goede gelegenheid krijgen op elkander in te werken. Het lichtgevoelige mengsel, dat zich nog op de onbelichte plaatsen van het papier bevindt, kan nu door herhaald wasschen verwijderd worden.

De chroomzure zouten zijn in vasten toestand, zoowel als in oplossing volmaakt lichtbestendig; bij aanwezigheid van organische verbindingen ontleden zij zich echter onder den invloed van het licht tamelijk snel, waarbij reductie optreedt onder afscheiding van  $CrO_2$ , hetgeen moge blijken uit de betrekking welke de inwerking van  $K_2Cr_2O_7$  op aethylalcohol weergeeft:



Gelatine, vischlijm, dextrine, enz., verliezen hunne oplosbaarheid in water, wanneer zij gedrenkt worden met een oplossing van kaliumbichromaat, en vervolgens blootgesteld worden aan de inwerking van het licht. Deze photochemische reactie heeft in de practijk velerlei toepassing gevonden, en wel vrn. in de reproductietechniek (Poitevin, Eder, Gebr. Lumière), waar alle procedé's, die zich ten doel stellen photographische opnamen door druk te verveelvoudigen, de chromaat-gelatine niet kunnen ontberen.

Suiker, honing, dextrine en vele andere dergelijke stoffen verliezen bij belichting, wanneer men ze van tevoren gemengd heeft met een chromaat, hunne kleverigheid, van welke eigenschap men eveneens partij getrokken heeft in de photographie („Einstaubverfahren.”).

Verder dient hier nog gewezen te worden op de oxydeerende eigenschappen van sommige organische verbindingen, welke photochemische reacties groote overeenkomst vertoonen met de oxydatie-reacties der anorganische verbindingen. Dank zij de onderzoekingen van Klinger, van Ciamician en Silber is gebleken, dat in vele gevallen alcoholische en aetherische oplossingen van ketonen, polyketonen en chinonen, welke in het donker onbepaalden tijd bestendig blijven, zeer lichtgevoelig zijn. De alcoholen en aethers worden bij inwerking van het licht tot aldehyden geoxydeerd, en de andere stoffen tot alcoholen, pinakonen, ketonalcoholen en hydrochinonen gereduceerd. Deze reactieproducten worden somtijds als zoodanig aangetroffen, maar in weer andere gevallen schijnt condensatie opgetreden te zijn en vindt men zeer gecompliceerd samengestelde derivaten, waarop we hier echter niet verder zullen ingaan.

Van zeer groot belang voor de practijk van den schilder zijn de veranderingen, welke de drogende plantenoliën in het licht ondergaan.

Deze worden nl. in het licht veel sneller als in het donker geoxydeerd tot producten van groote taaiheid, de z.g. vernissen. Voor lijnolie (welke verkregen wordt uit het zaad van het vlas) hebben Ostwald en Genthe het verloop der reactie nagegaan, en het bleek dat de stralen van geringe golflengte den grootsten invloed uitoefenen, terwijl uit het verloop der reactiekromme opgemaakt kon worden dat in het licht een autokatalysator gevormd wordt, welke het nog niet veranderde gedeelte der lijnolie de omzetting tot het vernis doet ondergaan. Het proces verloopt als geheel in een oxydatie en polymerisatie der onverzadigde zuren onder opname van ca. 15—25 % zuurstof, terwijl 10—15 % stinkend (acroleïne-achtig) riekende verbindingen afgescheiden worden. Vroeger verkreeg men deze vernissen door verhitting der lijnolie met een z.g. siccatief (geringe hoeveelheden lood- of mangaanverbindingen); bij deze methode wordt ook bovenbedoelde autokatalysator gevormd, maar tevens kleurde zich de oorspronkelijk lichtgele lijnolie daarbij donkerbruin, wat de toepassing ervan in sommige gevallen danig in den weg stond, want des te helderder en lichter een vernis, des te beter kan men het gebruiken. In den laatsten tijd vervaardigt men daarom vernissen zonder gebruik te maken van een siccatief, maar stelt bij gewone temperatuur de drogende olie bloot aan de inwerking van de straling, afkomstig van een uviol-lamp, waardoor dan natuurlijk eveneens de autokatalysator gevormd en het drogen bespoedigd wordt.

Ook asphalt ondergaat bij belichting een chemische verandering, welke zich daarin uit, dat het reactieproduct onoplosbaar is in de vloeistoffen, waarin de asphalt eertijds oplosbaar was. De lichtgevoeligheid der asphalt was reeds bekend aan Senebier (1742—1809), en Niepce maakte er voor het eerst gebruik van ter vervaardiging van lichtbeelden met behulp van de Camera Obscura (zie Nr. 2 van dit Tijdschrift). Gedurende langen tijd heeft men deze photochemische verandering der asphalt voor een polymerisatie gehouden, de onderzoekingen van Voitech hebben aangetoond, dat men hierbij echter ten deele ook te doen heeft met een oxydatie-reactie.

Zeer lichtgevoelig zijn ook het chloroform, benevens het jodoform, welke beide stoffen een belangrijke toepassing vinden in de geneeskunde. Wanneer chloroform belicht wordt, dan treedt onder inwerking van de lucht-zuurstof, een oxydatie

op, welke leiden kan tot vorming van koolzuur, water, chloorwaterstofzuur, chloor en fosgeengas, waardoor de medische toepassing (als narcose veroorzakend middel bij chirurgische operaties) natuurlijk zeer in gevaar gebracht wordt. Het is dus wel begrijpelijk, dat men reeds sinds jaren de photochemische oxydatie dezer stof bestudeerd heeft, en dat de pharmaceuten reeds lang naar middelen gezocht hebben, welke deze ontleding van het  $CHCl_3$  zooveel mogelijk tegen dienen te gaan, totdat men vond dat alcohol, toegevoegd in een hoeveelheid van 1%, een dergelijke werking vermag uit te oefenen. In den beginne meende men deze werking der alcohol toe te moeten schrijven aan een zuiver chemischen invloed, daar de alcohol met de photochemische reactieproducten reageeren kon, onder vorming van verbindingen, welke evenals het chloroform zelf, narcotisch vermogen te werken. Ware dit het geval, dan zou na eenigszins langdurige belichting de 1% alcohol natuurlijk verbruikt moeten zijn, daar de ontleding van het  $CHCl_3$  voort blijft gaan, tevens verondersteld dat de nieuw gevormde, narcotisch werkende producten geen remmenden invloed uitoefenden op de ontleding van het  $CHCl_3$ . David Brown heeft toen aangetoond dat de alcohol niet chemisch, maar zuiver katalytisch werkt, m. a. w. de snelheid der chloroform-ontleding weet te vertragen, hetgeen bevestigd werd door onderzoekingen van Schoorl, Van den Bergen, Schacht en Biltz. — Ook jodoform ondergaat in het licht een dergelijke oxydatie, waarbij koolzuur, koolmonoxyde, water en jodium gevormd worden. Deze ontleding verloopt niet alleen in het zonlicht, maar kan ook bewerkt worden door Röntgen-, Kathode- en Radiumstralen. Zouten met een tweewaardig ion verhinderen het verloop dezer photochemische oxydatie, terwijl omgekeerd zouten met een éénwaardig ion de oxydatie bevorderen (Schoorl en Van den Bergen, Jorissen en Ringer, Hardy en Willcock, Szilard, Schuyten).

#### De physiologische werkingen van het licht.

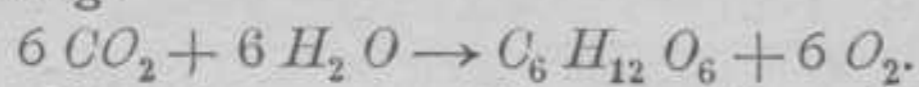
Over den (physiologischen) invloed van het licht op de levende materie worden we wel het beste onderricht, door ons oog te wenden naar de verschijnselen, welke zich in het plantenrijk afspelen, want nergens openbaart zich den invloed van het licht op het leven en op de talrijke levensfuncties

op duidelijker wijze en in omvangrijker mate dan juist in de plantenwereld. Het leven der planten is alleen dan mogelijk, wanneer hen energie, in den vorm van warmte en licht, van buiten af toestroomt. Van de zon worden op ieder oogenblik van den dag enorme hoeveelheden energie als warmte en licht uitgestraald, en het gedeelte (1 : 2.000.000) dezer uitgestraalde energie, dat door onze aarde opgevangen wordt is de bron van al het organische leven, zoodat ik hier met recht de volgende woorden aanhalen kan: „Licht ist für uns alles, ohne Licht kein Leben!” De zon levert dus in de aller-eerste plaats de benodigde warmte, want het leven der planten is aan zekeren warmtegraad gebonden, zoodat het mogelijk is een ondersten en bovensten warmtegraad als grenzen aan te geven, waarbuiten het leven der planten ten eenen male onmogelijk wordt. Maar behalve die warmte hebben de planten ook het licht noodig, waarvan den invloed zich hoofdzakelijk uit door de photochemische werkingen, welke zich in het plantenlichaam afspelen.

Het geheele organische leven laat zich, beschouwd vanuit een physisch-chemisch oogpunt, aanzien als de som van een zeer groot aantal, van elkander afhankelijke kringlopen. Het leven vindt zijne bouwsteen in de „doode” anorganische materie waaruit door langdurige synthese de meest gecompliceerde verbindingen gevormd worden, welke in het algemeene stofwisselingsproces der organismen niet alleen opgebouwd worden, maar ten slotte ook weer uiteen moeten vallen, waarbij het gecompliceerde molecuul afgebroken wordt in kleinere atoom-aggregaten, totdat ten slotte de oorspronkelijke bouwsteen, de „onbezielde” anorganische materie weer voor ons ligt. Het meest fundamenteele proces in dezen eeuwigen kringloop der stof, waarmede het bestaan van alle levende wezens hier op aarde, direct zoowel als indirect, ten nauwste verband houdt, is de „koolzuur-assimilatie” (kortweg ook wel „assimilatie” genoemd), welk proces in het algemeen te beschouwen is als een zuivere photosynthese. Deze photochemische reactie verbruikt energie (is dus een endotherme reactie) en verloopt alleen in de groene (chlorophyl-houdende) planten; als uitgangsmateriaal voor de synthese dient het koolzuur der lucht, en met behulp van het licht, als bron van energie, wordt dit koolzuur ontleed, waarbij de koolstof, hoewel natuurlijk niet als zoodanig, den planten ten goede kan komen (zie No. 2 van dit Tijdschrift).



Wanneer een groene plant in een afgesloten, met koolzuurhoudende lucht gevulde ruimte geplaatst en vervolgens aan de inwerking van het licht blootgesteld wordt, dan kan men na eenigen tijd zeer duidelijk aantonen, dat het koolzuurgehalte der lucht in die ruimte langzamerhand afneemt. Daar echter geen vermindering in het aanwezige gasvolume plaats heeft, zoo is het wel duidelijk, dat men hier maar niet zonder meer te doen heeft met een zuivere absorbtie van het  $CO_2$ , neen, men kan zelfs aantonen, dat de hoeveelheid  $CO_2$ , welke door de plant opgenomen wordt, vervangen is door een even groot volume zuurstof (de assimilatorische coëfficiënt  $= \frac{CO_2}{O_2} = 1$ ). — Het koolzuur is dus in zijne bestanddeelen ontleed, waarna de zuurstof weer aan de lucht afgegeven wordt, terwijl de koolstof in het plantenlichaam achterblijft, om een verbinding aan te gaan met de elementen waterstof en zuurstof, afkomstig uit het aan den bodem onttrokken water. Als eindproduct van een vermoedelijk lange reeks tusschenproducten w. o. waarschijnlijk formaldehyde  $CH_2O$  (dat zich daarna zou polymeriseeren) voorkomt, zijn dan koolhydraten (zetmeel, suikers) aan te toonen, en schematisch laat zich het heele proces weergeven door de volgende betrekking:



Een bijzondere vermelding verdient hier het chlorophyl (bladgroen), waarvan de aanwezigheid in de plant, voor het verloop van de bovenbeschreven fotosynthese, absoluut noodzakelijk is. De kleurstof, welke aan de bladeren der boomen en planten hun groen aanzien verleent, kende men vroeger onder tal van namen. Zijn tegenwoordige, algemeen aangenomen naam, chlorophyl, werd het eerst door Pelletier en Caventou (1818) gegeven. Deze kleurstof, welke in zoo vele opzichten groote overeenkomst vertoont met de kleurstof van het (dierlijk) bloed, vormt zich eerst in het licht; en evenals het haemoglobine aan de bloedlichaampjes gebonden is, komt het chlorophyl ook in bepaalde cellen voor, welke hier chloroplasten genoemd worden. Op welke wijze het chlorophyl nu in deze chloroplasten voorkomt, is nog geen volkomen uitgemaakte zaak, maar daarover bestaat in geen enkel opzicht eenigen twijfel, dat de vorming der groene kleurstof in de chloroplasten aan de tegenwoordigheid van het licht te danken is. In het donker wordt geen chlorophyl

gevormd, en wanneer men planten of plantendeelen gedurende eenigen tijd afsluit van alle inwerking van het licht, dan kan men opmerken, dat de groene kleur langzamerhand verdwijnt om plaats te maken voor een wasgele of witte kleur. Deze plantendeelen bezitten nu geen chlorophyl meer, maar etioline, een gele kleurstof. Brengt men deze in het donker gehouden plantendeelen weer in het volle licht, terug, dan vormt zich uit het etioline langzamerhand weer het chlorophyl (dit laatste geschiedt echter niet meer, wanneer men de planten gedurende een zeer langen tijd van alle lichtinvloeden afgesloten gehouden heeft). Slechts in het licht is het chlorophyl in staat het assimilatieproces der planten te onderhouden, m.a.w. uit koolzuur en water organische verbindingen op te bouwen. Slechts in het licht staan dus de planten zuurstof af, vernieuwen en reinigen daardoor de atmosfeer, en maken haar geschikt voor de ademhaling van mensch en dier. In het donker staat dit assimilatieproces stil en blijft alleen de ademhaling der planten over, waarbij dan  $CO_2$  afgescheiden wordt, evenals bij de menschen en de dieren. Het licht, de door de groene plantendeelen uit de zonnestraling geabsorbeerde energie, is dus de bron, waarvan het leven (voeding en groei) der planten geheel afhankelijk is, en indirect dus ook het leven van alle dieren. De planten immers zijn in staat, dank zij hun assimilatievermogen (benevens het vermogen om uit den grond enkele, v. r. n. stikstofhoudende verbindingen tot zich te nemen), met behulp van de toegestraalde zonne-energie, uit eenvoudige producten der anorganische natuur (water, koolzuur en eenige zouten) alle voor het leven der dieren noodige voedingstoffen (koolhydraten, eiwitstoffen en vetten) op te bouwen. Daarmede bewijzen zij hunne onafhankelijkheid van andere organismen, en men noemt ze autotrope organismen, in tegenstelling met de heterotrope organismen (dieren en niet-groene planten). Terwijl de planten langs endo-energetischen weg zich voeden en aldus opgebouwd worden, en zij dus zonne-energie in zich opzamelen, verloopt de voeding der dieren geheel exothermisch, waarbij dan gecompliceerde organische verbindingen, zooals vetten, koolhydraten en eiwitten geoxydeerd worden, waardoor de opgestapelde zonne-energie langs dezen weg weer vrijkomt, ten behoeve van het leven dezer organismen. „Alle Betriebs-energie der Natur führt sich zurück auf die photosynthetische Assimila-

tionstätigkeit der grünen Pflanzenwelt, auf die intimen Beziehungen des Chlorophylls zum Lichte. Pflanzensubstanz und tierische Substanz, alles Lebendige entspricht der lichtbewirkten Bildung organischer Substanz in der Pflanze."

Van het eigenlijk chemisme der koolzuur-assimilatie weet men nog vrijwel niets af. Men weet dat onder den invloed van de werking van het licht  $CO_2$  en  $H_2O$  verdwijnen, terwijl daaruit (quantitatief) zuurstof en koolhydraten (zetmeel, druivensuiker, etc.) gevormd worden, men weet dat deze photosynthese verloopt dank zij het aanwezige chlorophyl, de groene kleurstof der bladeren (Pfeffer), zoo ook dat de reactie slechts plaats heeft wanneer in het licht aanwezig zijn de stralen welke door het chlorophyl geabsorbeerd worden (Timirjaseff, Engelmann), waaruit blijkt dat het chlorophyl de rol van een photochemische katalysator speelt. Verder blijkt het dat de reacties verlopen tegen de werking van de chemische affiniteitskrachten in, en dat het rendement van de omzetting der geabsorbeerde stralende energie in chemische energie zeer groot, ja bijna quantitatief is (Brown—1905, Weigert—1911). Maar hoe nu het chlorophyl in staat is deze omzetting te bewerken, daar zijn we nog lang niet achter, daar het ons jammer genoeg nog steeds niet gelukt is, de verschijnselen welke zich in de levende groene planten afspelen, in het laboratorium te herhalen. Men vermoedt, dat het koolzuur en het water, welke de werkzame stralen niet absorbeeren, niet direct photochemische veranderingen ondergaan, maar eerst een chemische aanlegging met het chlorophyl aangaan, en eerst daarna een splitsing ondergaan, waarbij dan vermoedelijk eerst formaldehyde  $H.COH$  gevormd wordt, welke stof vervolgens onder medewerking van water tot zetmeel polymeriseert (Baeyer—1870). Dit zijn echter slechts vage vermoedens, en alleen de onderzoekingen over de chemische natuur (en structuur) van het chlorophyl (Schunck, Marchlewsky, R. Willstätter) zullen daarover opheldering kunnen brengen. Deze interessante onderzoekingen bevinden zich echter nog in een aanvangsstadium, en reeds nu al is het gebleken, dat men met bijzondere moeilijkheden zal te kampen hebben, dank zij de groote gevoeligheid van deze hoogst samengestelde koolstofverbindingen tegen iedere ook maar geringe wijziging der proefneming, benevens door de lastige isolatie der zuivere stoffen. Gebleken is wel dat men te doen heeft met een organische

magnesiumverbinding van zeer bijzondere samenstelling (waarschijnlijk  $C_{38-39} H_{42-44} O_7 N_4 Mg$ ) welke in een kristallijne en in een amorphe modificatie in het plantenlichaam schijnt voor te komen, terwijl ook aangetoond is, dat er in de chloroplasten naast het chlorophyl nog eenige andere kleurstoffen kunnen voorkomen, en wel het geelroode karotine (waarschijnlijk van de samenstelling  $C_{40} H_{56}$ ), en het gele  $\alpha$ - en  $\beta$ -Xanthophyl (een oxydatieproduct van het karotine, waarschijnlijk van de samenstelling  $C_{40} H_{56} O_2$ ).

(Wordt vervolgd).

### De machine en de arbeiders.

VERSLAG van de lezing, gehouden voor het Studenten-gezelschap voor Sociale Studie op Maandag 23 April 1917.

Dr. Van der Waerden begint met er op te wijzen, dat dit voor de Delftsche studenten een zeer belangrijk onderwerp is, daar zij als ingenieurs komen te staan tegenover de problemen van het arbeidersvraagstuk, in verband met de mechaniseering van de productie.

De oude liberale school koesterde hoopvolle verwachtingen van de machine, daar zij in staat zou stellen ongekeerde hoeveelheden te produceeren en daarmee de maatschappelijke welvaart zou verhoogen. Om aan te toonen met welk gejubel de mechanisatie van het bedrijf in die dagen ontvangen werd, citeert dr. v. d. Waerden. Bains, die in opgetogen bewoordingen de ontwikkeling van het spin- en weefwerktuig beschrijft vanaf 1767—1840.

Er volgde echter een ontzuivering. De nadeelige gevolgen waren van dien aard, dat de regeering handelend moest optreden, om algeheel verval der arbeiders tegen te gaan.

Met een citaat uit de Economist toont dr. van der W. aan, dat ook in ons land, die ideologische beschouwingen ingang vonden. De uitvinding der naaimachine, waarover in dit artikel sprake was, had echter dezelfde nadeelige gevolgen. Een enquête onder de Parijsche naaisters bracht aan het licht, dat de gemiddelde loonen 55 à 90 cent per dag bedroegen. De ontwikkeling der electrotechniek doet bij velen, die hoopvolle verwachtingen weer opleven.

Is het kapitalisme mogelijk zonder machine? Gaan we terug tot de manufactuur en het handwerk, dan blijkt, dat het kapitalisme vóór het stoomwerktuig niet bestond, uitgezonderd in de lakennijverheid in de oude Hollandsche steden; daarbij is een vroeg-kapitalisme te constateeren met dezelfde afhankelijkheid en opeenhooping van arbeiders, als in de moderne industrie.

In deze tak van bedrijf heerschte groote overeenkomst met de tegenwoordige confectie-industrie, waarin de arbeidssplitsing tot het uiterste is doorgevoerd.

De gesplitste arbeid en het produceeren voor de wereldmarkt zijn de typische verschillen, waardoor de Leidsche lakenindustrie zich van het overige gildenwezen onderscheidde.

Beide kenmerken, de grondslagen voor de moderne industrie, zijn door de stoommachine in verhoogde mate op den voorgrond gebracht. Door Adam Smith is de arbeidssplitsing en de beteekenis daarvan voor de productie uitvoerig beschreven.

Dr. v. d. W. toont met voorbeelden aan hoe het vermeerderen van het aantal deelbewerkingen een vermindering van kosten meebrengt. Wij zien in de industrie een voortdurende centralisatie; het ruw product wordt direct ter plaatse tot alle mogelijke heelfabrikaten verwerkt, b.v. de Amerikaansche vleeschfabrieken en de Fordfabrieken.

Dit is mogelijk geworden door de „zerlegung” van den arbeid in haar kleinste onderdeelen, zoodat het werktuig den menschelijken arbeider kon vervangen. Het ontstaan van de meest volmaakte werktuigen is een logisch gevolg van de groote vraag naar goedkoope producten. Als typisch voorbeeld noemt spreker het bleeken.

De vermeerderde productie van geweven goederen, was een zweepslag voor het technisch denkvermogen, waaraan de kunstmatige bleekmiddelen hun ontstaan danken als een surrogaat van de zon.

De eerste verbeteringen aan de werktuigen zijn dikwijls door arbeiders tot stand gebracht, maar gedurende den laatsten tijd is het uitvinden uitsluitend beperkt tot het geconcentreerd technisch denken in de ingenieurswereld. De werktuigkundige technologie streeft doel bewust naar de middelen ter vermeerdering van de productie. Als eerste taak ziet de industrie zich gesteld, het fabricceeren van goedkoope levensmiddelen; het gevolg zal zijn lage loonen en daardoor kan zij nog meerdere markten veroveren. Het doel is meerdere productie,

het middel daartoe is een product van het intelligent denken. Onder meedere voorbeelden noemt spreker de betonbouw een typisch geval van de technologische doelstelling.

Het krachtwerktuig bracht voor de arbeiders nadeelen mee. De machine kon stakingen breken, zooals uit de geschiedenis blijkt en zij heeft dikwijls werkeloosheid ten gevolge gehad. Men moet dit niet misverstaan. De uitbreiding van het bedrijf maakte dit naar buiten dikwijls niet merkbaar, maar het elevatorbedrijf in de Rotterdamsche haven is een voorbeeld, hoe een groot gedeelte van de arbeiders met tijdelijke werkeloosheid had te kampen.

Een niet minder ernstig gevolg is de vrouwen- en kinderarbeid, die echter tevens hebben medegewerkt tot het ontwakken der arbeidersklasse.

Tevens heeft de moderne industrie de geschooldheid overbodig gemaakt, de vreugde, die de arbeid voor een ieder moest zijn is door de intensieve massa-productie, totaal te niet gedaan, mede in verband met het stukloon, dat in het Taylorstelsel in zijn uiterste consequenties wordt toegepast.

Uitvoerig staat Dr. v. d. W. stil bij het bespreken van de eentonige arbeid, zelfs bij het vervaardigen van het kunstigste product. Het moderne bedrijf vereenzijdigd zoo zeer, dat de kern van geschoolde arbeiders moet komen van buiten de fabriek; vandaar het ontstaan der vakscholen.

De spreker concludeert nu, dat het bewezen is, dat de techniek in staat is de productie zoodanig op te voeren, dat de maatschappij meer algemeen in de welvaart deelt. De productie moet echter gericht zijn op de behoefte, niet op de winst.

Het eentonige werk, hoe afschuwelijk ook, is niet te vermijden. De geestelijke bevrediging moet buiten de fabriek gelegen zijn, daarom is de verkorting van den arbeid noodzakelijk. De uitschakeling van alle overbodige uitgaven, door de concurrentie in stand gehouden, zal dit mogelijk maken en dan, als de arbeider weet, dat hij zijn krachten besteedt aan de maatschappelijke behoefte, zal de arbeid weer een bron van vreugde voor hem zijn. De machine voor het welzijn van de maatschappij.

Na een korte gedachtenwisseling over het Taylorstelsel, waarbij dr. v. d. Waerden de aanwezigen aanraadt, voor meer nauwkeurig onder-

zoek, het werk van prof. Volmer, en zijn eigen werk daaromtrent te bestudeeren, wordt de vergadering onder dankzegging voor de aangename en leerrijke voordracht gesloten.

Literatuur: dr. Th. van der Waerden, Geschooldheid en Techniek (Amsterdam, F. van Rossem 1911); waarin een uitvoerige literaturopgaaft voorkomt.

Auslese und Anpassung, Schriften des Vereins für Sozialpolitik. (Leipzig. Duncker en Humblot 1910) zeer belangrijke onderzoekingen van verschillende sociaal-technici, met name over de metaalbewerkingen, de typografie en de textielnijverheid.

### Oplossing Natuurkunde Prop. Ex. Mei 1917.\*)

Algemeene cursus (eerste jaar).

1. Een rechthoekig blok, waarvan  $AB = 50$  cm,  $AC = 20$  cm en  $AD = 30$  cm drie ribben zijn, ondervindt op het vlak  $ACD$  en het daar tegenover liggende vlak een druk van 90 kg.; op het vlak  $ADB$  en het daar tegenover liggend vlak werkt een trekkracht van 30 kg, op het vlak  $ABC$  een tangentiële kracht van 40 kg, evenwijdig aan  $AC$  en van  $A$  naar  $C$  gericht, en op het tegenover liggende vlak een gelijke, tegengesteld gerichte tangentiële kracht.

Men vraagt:

1<sup>o</sup>. welke tangentiële krachten nog op de andere zijvlakken moeten werken om het blok in evenwicht te doen zijn.

2<sup>o</sup>. a) welke spanningen optreden aan vlakken van het blok, evenwijdig aan  $ADC$ ;

b) welke spanningen optreden aan vlakken van het blok, evenwijdig aan  $ADB$  en

c) welke spanningen werken aan vlakken, evenwijdig aan de ribbe  $AB$  en een hoek van 30° makende met het vlak  $ABC$ .

De krachten zijn gelijkmatig verdeeld over de vlakken, waarop ze werken.

Oplossing. Omdat de krachten gelijkmatig over de vlakken werken, hebben wij een normale drukspanning op het vlak  $ACD$  van  $S_1 = \frac{90}{30 \cdot 20} =$

$= 0.15$  kg/cm<sup>2</sup>, een normale trekspanning op het vlak  $ADB$  van  $S_2 = \frac{30}{50 \cdot 30} = 0.02$  kg/cm<sup>2</sup> en in het vlak

$ABC$  een schuifspanning  $t = \frac{40}{50 \cdot 20} = 0.04$  kg/cm<sup>2</sup>.

$ABC$  een schuifspanning  $t = \frac{40}{50 \cdot 20} = 0.04$  kg/cm<sup>2</sup>.

\*) Deze oplossingen ontvingen wij van Dr. A. TOXOPEUS, Den Haag, met 't verzoek om plaatsing. Onder dankzegging voldoen wij hieraan gaarne.

1<sup>o</sup>. Ten gevolge van de afschuivende kracht in het vlak  $ABC$  wil het blok kantelen, zoodat de ribbe  $DA$  langer en de ribbe door  $C \parallel DA$  korter zullen worden. Door de tegenwerking van de vezels zal in het vlak  $ABD$  een schuifspanning  $t$  van  $A$  naar  $D$  gericht in de richting  $AD$  en in het daar tegenover liggende vlak een schuifspanning  $t$  in tegengestelde richting worden opgewekt.

2<sup>o</sup>. a) Aan het vlak  $A'C'E'D' \parallel ACD$  werken de trekspanningen  $S_1$  op  $A'D'$  en  $C'E'$ ; verder de schuifspanningen  $t$  langs  $A'D'$ ,  $A'C'$ ,  $E'C'$  en  $E'D'$  in de richting van de volgorde der letters. Normaal op het vlak werken de drukspanningen  $S_1$ .

b). Aan het vlak  $A'D'F'B' \parallel ABD$  werken de drukspanningen  $S_1$  op  $B'F'$  en  $A'D'$ . Normaal op het vlak werken de trekspanningen  $S_2$ ; aan de zijden  $A'B'$  en  $F'D'$  de schuifspanningen  $t$ , welke het vlak willen doen draaien.

c). Aan het vlak evenwijdig aan  $AB$  en een hoek  $\varphi = 30^\circ$  met  $ABC$  makende zal een normaalspanning  $S'$  bijv. een trekspanning en een schuifspanning  $t'$ , bijv. naar het vlak  $ABC$  gericht werken. Overzichtelijk wordt de berekening door een prismatisch blok te beschouwen, dat men verkrijgt door uit het gegeven blok met een vlak  $ABEG$  door  $AB$  en een hoek  $\varphi = 30^\circ$  met  $ABC$  makende uit te snijden; op een vlak  $A'B'E'G' \parallel ABEG$  bestaat dezelfde spanningtoestand. Zij het oppervlak van  $ABE = O$ , dan  $ABC = O \cdot \cos \varphi$  en  $DEG = O \cdot \sin \varphi$ . Nu is het prismatisch blok  $ABCEG$  in evenwicht onder de werkende krachten. Ontbinden wij deze krachten volgens  $CA$  en  $CE$ , dan vindt men

$$S' \sin \varphi \cdot O + t' \cos \varphi \cdot O - S_2 \cdot O \cdot \sin \varphi - t \cdot O \cdot \cos \varphi = 0,$$

$$S' \cos \varphi \cdot O - t' \sin \varphi \cdot O - t \cdot O \cdot \sin \varphi = 0;$$

dus na deelen door  $O$  volgen

$$S' = S_2 \cdot \sin^2 \varphi + 2 t \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0.02 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot 0.04 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 0.03964 \text{ gr/cm}^2,$$

$$t' - S_2 \cdot \sin \varphi \cos \varphi + t (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) = 0.02 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} + 0.04 (\frac{3}{4} - \frac{1}{4}) = 0.02866 \text{ gr/cm}^2.$$

Men kan ook  $S_2$  en de beide  $t$ 's ontbinden volgens het beschouwde vlak en normaal daarop. Men bedenke dat  $S_2$  op 1 cm<sup>2</sup> werkt van het vlak door  $C \parallel ABD$ ; deze  $S_2$  werkt op  $\frac{1}{\sin \varphi}$  cm<sup>2</sup> van het vlak  $ABEG$  dus per 1 cm<sup>2</sup> bedraagt de kracht  $S_2 \sin \varphi$ ; deze  $S_2 \sin \varphi$  geeft een normale

trekspanning  $S_2 \sin^2 \varphi$  en een tangentiële spanning  $S_2 \sin \varphi \cos \varphi$  in de richting  $AE$ . De schuifspanning  $t$  op het vlak  $CEG$  werkt op  $\frac{1}{\sin \varphi} \text{ cm}^2$  van het vlak  $ABEG$ ; dus per  $\text{cm}^2$  is de spanning  $t \sin \varphi$ ; ontbinden wij deze volgens het vlak  $ABEG$  en normaal er op, dan krijgen wij  $t \sin^2 \varphi$  in de richting  $EA$  en de normale trekspanning  $t \sin \varphi \cos \varphi$ . En de schuifspanning  $t$  op  $ABD$  geeft per  $\text{cm}^2$  van het vlak  $ABEG$  een spanning  $t \cos \varphi$ , welke de normale trekspanning  $t \sin \varphi \cos \varphi$  en de tangentiële spanning  $t \cos^2 \varphi$  van  $A$  naar  $E$  gericht geeft. Samenvoegende vindt men  $S'$  en  $t'$ , wat boven ietwat duidelijker gevonden werd.

2. Als  $1 \text{ m}^3$  ideaal gas  $0^\circ \text{C}$  en  $2 \text{ atm}$  druk bij constanten druk verwarmd wordt tot het volume  $2 \text{ m}^3$ , geworden is, daarna adiabatisch samengeperst wordt tot de druk verdubbeld is, vervolgens bij constant volume afgekoeld wordt, totdat de druk  $1 \text{ atm}$  geworden is. Alle veranderingen zijn omkeerbaar. Men vraagt de temperaturen in de verschillende toestanden en den arbeid door of op het gas verricht.

*Oplossing.* De vier verschillende beschouwde toestanden van het ideaal gas zijn wat het volume  $v$ , de druk  $p$  en de thermodynamische temperatuur  $T$  betreft, gebonden aan de vier vergelijkingen  $V_1 \cdot P_1 = R \cdot T_1$ ,  $V_2 \cdot P_2 = R \cdot T_2$ ,  $V_3 \cdot P_3 = R \cdot T_3$  en  $V_4 \cdot P_4 = R \cdot T_4$ , of met wat gegeven is, komt  $1 \cdot 2 = R \cdot 278$ ,  $2 \cdot 2 = R \cdot T_2$ ,  $4 \cdot V_3 = R \cdot T_3$  en  $V_3 = R \cdot T_4$ .

Wij zien dat de eerste toestandsvergelijking de waarde van  $R$  geeft, zoodat volgens de tweede vergelijking  $T_2 = 556^\circ \text{ abs}$  of  $283^\circ \text{ C}$ . wordt. Uit de derde en de vierde volgt dat  $T_4 = \frac{1}{4} T_3$ . De derde be-trekking bevat de onbekenden  $V_3$  en  $T_3$ . Het blijkt alzoo dat in het vraagstuk een grootheid te weinig gegeven is. Nemen wij de constante van Poisson  $k = 1,41$  aan, dan geeft Poisson:

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 2^{\frac{0,41}{1,41}} = 1,2233 \text{ of } T_3 = 1,2233 \cdot 556 = 666,2^\circ \text{ abs of } 393,2^\circ \text{ C. en } T_4 = \frac{1}{4} T_3 = \frac{1}{4} \cdot 666,2 = 166,55^\circ \text{ abs of } -116,45^\circ \text{ C.}$$

Voor den arbeid van het eerste proces heeft men  $A_{12} = (V_2 - V_1) \cdot p_1 = (2 - 1) \cdot 2 = 2 \text{ atm. meter}$ , voor den arbeid van het tweede adiabatische proces (Zie bladz. 90, Natuurkunde) komt

$$A_{23} = \frac{R T_2}{k-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{4}{0,41} (1 - 1,2233) = -2,179 \text{ atm. meter}$$

en als arbeid bij het derde proces  $A_{34} = \int_3^4 p \cdot dv = 0$ , daar het volume constant is, dat is  $dv = 0$ . De totale arbeid, welken het gas verricht, is alzoo  $-0,179 \text{ atm. meter}$ ; d.w.z. er wordt  $0,179 \text{ atm. meter}$  aan arbeid op het gas verricht.

#### Algemeene cursus (tweede jaar).

1. Door een oplossing van  $\text{CuCl}_2$  gaat een stroom van  $3 \text{ amp}$  gedurende  $5 \text{ min}$ . Bereken hoeveel gram  $\text{CuCl}_2$  in de omgeving van de anode uit de oplossing verdwijnt en hoeveel bij de kathode, als gegeven is dat de snelheid van het kation  $u = 0,000473 \text{ Volt-cm sec}$  en de snelheid van het anioon  $v = 0,000683 \text{ Volt-cm/sec}$  bedragen en dat door een stroom van  $1 \text{ amp}$  per seconde  $0,934 \text{ mg}$  wordt ontleed. Geef een afleiding van de gebruikte formules.

Atoomgewichten:  $H = 1,008$ ;  $O = 16,00$ ;

$$\text{Cu} = 63,6; \text{Cl} = 35,45.$$

*Oplossing.* In het vraagstuk is het electrochemisch equivalent van water  $10$  maal te groot gegeven, daar het electrochemisch equivalent van waterstof  $0,01044 \text{ mg/A. sec}$  is. Hieruit volgt dat met  $1 \text{ gram}$

waterstof  $\frac{1}{0,01044 \cdot 10^{-3}} = 95785 \text{ coulomb}$  electriciteit en met het chemisch equivalent  $1,008 \cdot 95785 = 96551 \text{ coulomb}$  wandelt. En met  $1 \text{ coulomb}$  ( $= 1 \text{ amp per sec}$ ) worden  $\frac{1}{96551} =$

$$= 1,0357 \cdot 10^{-5} = \frac{0,01044 \cdot 10^{-3}}{1,008} = n \text{ equivalenten}$$

voortbewogen. Gaat er  $E \text{ coulomb}$  door een electrolyt, dan worden  $En$  equivalenten aan de kathode en de anode afgescheiden. Ten gevolge van de beweging der ionen komen er  $\frac{u}{u+v} En$

$\text{Cu}$ -ionen bij de kathode en  $\frac{v}{u+v} \text{Cl}_2$ -ionen bij de anode aan; dus bij de kathode zijn en  $\frac{v}{u+v} En$

en bij de anode  $\frac{u}{u+v} En$  equivalenten uit de oplossing verdwenen (Zie bladz. 5, Aanv. Natuurkunde). Wij hebben

$$\Delta_k = \frac{v}{u+v} \cdot E \cdot n \text{ en } \Delta_a = \frac{u}{u+v} \cdot E \cdot n,$$

waar  $\Delta_k$  en  $\Delta_a$  het aantal gramaequivalenten beduidt, welke bij de kathode en de anode verdwenen zijn.

Hier is:  $n = \frac{0,0934 \cdot 10^{-3}}{9,008}$ ; dus als wij bedenken dat 1 aequivalenten  $CuCl_2 \frac{1}{2}(63,6 + 2 \cdot 35,45) = 67,25$  maal de grameenheid van het chemisch aequivalent is, vinden wij

$$\Delta_k = \frac{0,683 \cdot 10^{-3}}{(0,473 + 0,683) \cdot 10^{-3}} \cdot 900 \cdot \frac{0,0934 \cdot 10^{-3}}{9,008}$$

aequivalenten =

$$= \frac{683}{473 + 683} \cdot 900 \cdot \frac{0,0934 \cdot 10^{-3}}{9,008} \cdot 67,25 = 0,3708 \text{ gr.}$$

en  $\Delta_a = \frac{473}{473 + 683} \cdot 900 \cdot \frac{0,0934 \cdot 10^{-3}}{9,008} \cdot 67,25 = 0,2568 \text{ gr.}$

2. De cirkelvormige winding met een straal van 10 cm is ingeschakeld in een leiding van een galvanometer. In de as van de winding op een afstand van 4 cm van het vlak daarvan, bevindt zich een magneetpool. Bij verwijdering van deze magneetpool tot op zeer grooten afstand zal in den galvanometer een uitwijking van 18 schaaldeelen worden waargenomen. Bereken de sterkte van de magneetpool als nog bekend is, dat de galvanometer door een stroom van 1 mikroamp een uitslag van 80 schaaldeelen verkrijgt, dat zijn slingertijd (heen- en weergang) 8 sec bedraagt en dat de weerstand van de geheele leiding 1 ohm is.

*Oplossing.* Volgens Fazaday (zie bladz 2, Natuurkunde) zendt de pool  $m = q$  naar alle richtingen  $4 \pi q$  krachtlijnen uit; hiervan gaan door de winding

$$dN = 4 \pi q \cdot \frac{\text{ronde oppervlak van het bolsegment met de winding tot grondvlak}}{\text{boloppervlak}} =$$

$$= 4 \pi q \cdot \frac{2 \pi R(R-a)}{4 \pi R^2} = 2 \pi q \left(1 - \frac{a}{R}\right) =$$

$$= 2 \pi q (1 - \cos a),$$

waar  $R$  de afstand van de pool tot een punt der winding,  $a$  de afstand van de pool tot het vlak der winding en  $\alpha$  de hoek tusschen  $R$  en  $a$  zijn. Verwijdert men de pool, dan omvat de winding  $dN$  krachtlijnen minder, zoodat in de winding een electromotorische kracht van inductie werkt (zie bladz. 57, Natuurkunde)  $E_1 = \frac{dN}{t}$ , als  $t$  de duur der verwijdering aangeeft. De inductiestroom wordt  $i_1 = \frac{E}{r}$ , waar  $r$  de weerstand van de geheele leiding is. Er stroomt in den tijd  $t$

door den als ballistischen galvanometer werkenden galvanometer  $e_1 = i_1 \cdot t = \frac{E}{r} \cdot t = \frac{dN}{tr} \cdot t = \frac{dN}{r} =$

$$= \frac{2 \pi q \left(1 - \frac{a}{R}\right)}{r}$$

Volgens form. (49), bladz. 40, Natuurkunde is

$$(1) \dots \frac{2 \pi q \left(1 - \frac{a}{R}\right)}{r} = \frac{R \cdot H \frac{1}{2} T}{2 n \pi^2} \cdot \alpha_1,$$

waar de halve schommeltijd  $t$  door  $\frac{1}{2} T$  vervangen is, als  $T$  den tijd voor een heen- en weergang voorstelt

En de tweede proef geeft, als men in form. (35), bladz. 32, Natuurkunde de uitwijking klein onderstelt:

$$(2) \dots \dots \dots i = \frac{HR}{2 n \pi} \cdot \alpha.$$

Deelt men de vergelijking (1) door vergelijking (2), dan vindt men:

$$q = \frac{T}{2 \pi} \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha} \cdot i \cdot \frac{r}{2 \left(1 - \frac{a}{R}\right)} =$$

$$= \frac{8}{2 \pi} \cdot \frac{18}{80} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-1} \cdot \frac{1 \cdot 10^9}{2 \pi (1 - 0,37139)} =$$

$$= 7,253 \text{ (e.m.e.) of C.G.S.}$$

In Delft wordt als doorgestroomde electriciteit door den ballistischen galvanometer gegeven

$$e_1 = \frac{2 \pi \cdot Q}{K \cdot l \cdot T} \cdot \alpha_1 = c_1 \cdot \alpha_1$$

en voor de tangentsboussole voor een doorlopenden stroom

$$i = \frac{M \cdot H}{K \cdot l} \alpha = c \cdot \alpha,$$

waar  $Q$  het dynamisch traagheidsmoment,  $K = \frac{2 \pi m n}{R}$ ,  $M =$  het magnetisch moment en  $H =$  de horizontale component van het aardmagnetisme zijn. Deze laatsten zijn moeilijker te onthouden dan (1) en (2); bovendien bevatten (1) en (2) juist de grootheden, die bij de boussole direct bekend of te meten zijn. Beide stel formules geeft  $c_1 = \frac{T}{2 \pi} \cdot c$ , welke formule de ballistische constante  $c_1$  in de boussoleconstante  $c$  uitdrukt of uit de constante der boussole met doorlopenden stroom de constante der boussole met kortstondigen stroom vinden leert, zoodat de boussole die doorlopende stroom doet vinden, ook kortstondige

stroomen helpt meten. De ballistische constante is door  $\frac{T}{2\pi}$  maal de boussoleconstante te vervangen.

### Bijzondere onderwerpen.

1. Een *U*-vormige glazen buis, aan beide zijden open, ingericht als manometer, bevat olie met een soortelijk gewicht van 0,8. Men blaast aan het eene einde een zeepbel met een middellijn van 12,5 mm; het niveauverschil van de olie in de beide buizen bedraagt 2,6 mm.

a), Welke waarde volgt hieruit voor de oppervlaktespanning van de zeepoplossing waaruit de zeepbel bestaat?

b). Tot welke hoogte zal deze zeepoplossing opstijgen in een capillaire cilindrische buis, als de middellijn van de cirkelvormige doorsnede dezer buis 0,5 mm bedraagt en men onderstelt, dat de randhoek van de zeepoplossing in die buis  $0^\circ$  is? Soortelijk gewicht van de zeepoplossing is 1,2. De te gebruiken formules toelichten.

*Oplossing.* Om den vorm van een bolvormigen druppel van vloeistof te veranderen is arbeid noodig; deze arbeid dient om nieuwe kleine vloeistofdeeltjes in het oppervlak te brengen of wat hetzelfde is, het oppervlak te vergrooten. Verandert het oppervlak met  $dS$ , dan is de arbeid  $\alpha \cdot dS$ , waar  $\alpha$  *capillariteitsconstante* heet. Bij een oppervlak  $S$  is de potentieële energie  $E = \alpha \cdot S$ . Het oppervlak van een vloeistof gedraagt zich als een elastieken vlies. Teekent men op het oppervlak een rechthoek  $ABCD$  uit en behouden drie zijden onveranderlijk haar lengte, terwijl de vierde zijde  $CD$  met de in haar bevindende vloeistofdeeltjes over een stukje  $DE$  voortbewogen wordt, dan is het oppervlak met  $CD \cdot DE$  vergroot; en de oppervlakte-energie neemt toe met  $\alpha \cdot CD \cdot DE$ ; om de verplaatsing te verkrijgen moet een kracht  $K$  op de  $cm$  van  $CD$  werken; de verrichte arbeid is  $K \cdot CD \cdot DE$ ; dus volgt  $K = \alpha$ , of in woorden: de spanning in de lengte-eenheid van het vloeistofoppervlak (oppervlaktespanning) is numeriek gelijk aan de capillariteitsconstante  $\alpha$ .

Nu is de omtrek van den vloeistofspiegel in de buis gelijk aan  $2\pi r$ , waar  $r$  de straal der cilindrische buis is; het gewicht van de opgeheven vloeistof is gelijk aan  $\pi r^2 \cdot Hs$ , waar  $H$  de stijghoogte der vloeistof is; dus draagt de lengte-eenheid

$$\frac{\pi r^2 Hs}{2\pi r} = \frac{1}{2} Hs \cdot r, \text{ welke gelijk } \alpha \text{ is, dat is}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} Hs \cdot r. \text{ Hieruit volgt dat } Hs = p = \frac{2\alpha}{r}$$

de naar boven gerichte meniscusdruk is en gelijk is aan den negatieven hydrostatischen druk  $Hs$ . Wij verwaarloosden de verschillen in den hydrostatischen druk in de verschillende punten van den meniscus; daarom is de cohesiedruk constant, d.w.z. het oppervlak is een bol.

Bij de zeepbel is de cohesiedruk  $p = \frac{2\alpha}{r_1}$ , waar  $r_1$  de straal van de zeepbel is, naar boven gericht en gelijk aan den negatieven hydrostatischen druk.

Voor de berekening van de stijghoogte  $H_1$  bij de zeepoplossing bedenke men dat de randhoek  $= 0^\circ$  is, d.w.z. de bevochting der buis is volkomen of de aanraking tusschen vloeistof en buis geschiedt vertikaal; dus  $p = \frac{2\alpha}{r_2} = H_1 \cdot s_1$ , als  $s_1$  het soortelijk gewicht der zeepoplossing en  $r_2$  de straal der cilindrische buis zijn. Was de randhoek  $\varphi$ , dan is de stijghoogte door  $\cos \varphi$  te deelen.

Na deze toelichting volgt gemakkelijk de berekening:

$$\begin{aligned} \text{a). oppervlakte-spanning } \alpha &= \frac{1}{2} p r_1 = \\ &= \frac{1}{2} H \cdot s \cdot r_1 = \frac{1}{2} \cdot 2,6 \cdot 0,8 \cdot 6,22 = 6,5 \text{ mgr/mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b). capillaire stijghoogte } H_1 &= \frac{2\alpha}{s_1 \cdot r_2} = \frac{2 \cdot 6,5}{1,2 \cdot 0,25} = \\ &= \frac{13}{0,3} = 43,3 \dots \text{ mm.} \end{aligned}$$

2. Een evenwijdig bundel enkelvoudig licht doorloopt achtereenvolgens  $1^\circ$  een nicol  $P$ , een  $\frac{1}{4}$  — golflengteplaatje waarvan de hoofdrichtingen hoeken van  $45^\circ$  met de hoofdsnede van  $P$  maken,  $3^\circ$  een plaatje, geslepen uit kalkspath evenwijdig aan de as, van welk plaatje ieder der hoofdrichtingen samenvalt met de daarmee gelijkwaardige hoofdrichting van het  $\frac{1}{4}$  — golflengteplaatje,  $4^\circ$  een nicol  $A$ .

Welke is de kleinste dikte, die het kalkspathplaatje moet bezitten, opdat het uit  $A$  uittredende licht zal worden uitgedoofd bij evenwijdigen stand van de nicols  $P$  en  $A$ . Golflengte van het enkelvoudig licht  $\lambda = 0,680 \mu$ ; voor kalkspath zijn de brekingsindices:  $\omega = 1,654$ ;  $\varepsilon = 1,484$ . De te gebruiken formules toelichten.

*Oplossing.* Physisch is de lichttrilling die uit den nicol  $P$  treedt, bepaald door  $u = a \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$ , waar  $a$  de amplitude,  $T$  den vollen trillingstijd en  $t$  den tijd van een zeker tijdstip af gerekend beduiden.

Daar van den aard van het  $\frac{1}{4} \lambda$  — plaatje niets naders gegeven is, beschouwen wij eerst het kalkspaatplaatje. Is  $d$  de dikte van het kalkspaatplaatje,  $v_0$  de snelheid van den gewonen straal met trillingsrichting loodrecht op de optische as van het kalkspaat en  $v$  de snelheid in de lucht, dan heeft de gewone straal een tijd  $\frac{d}{v_0} = \frac{O}{v}$  noodig om door het plaatje te gaan, waar  $O$  de overeenkomende weg in lucht in denzelfden tijd is. En als  $v_e$  de snelheid van den buitengewonen straal is, die volgens de optische as van het kalkspaat trilt, heeft deze straal een tijd  $\frac{d}{v_e} = \frac{E}{v}$  noodig om door het kalkspaatplaatje te gaan, waar  $E$  de overeenkomende weg in lucht in denzelfden tijd beduidt.

Wij hebben  $O = d \cdot \frac{v}{v_0} = d \cdot \omega$  en  $E = d \cdot \frac{v}{v_e} = d \cdot \varepsilon$ , waar  $\omega$  en  $\varepsilon$  de brekingsindices van den gewonen en den buitengewonen straal zijn.

Beschouwen wij weer de bovengenoemde trilling, dan is de trillingstoestand op hetzelfde oogenblik op een afstand  $x$  in de lucht in haar richting vooruit:  $u = a \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ , waar  $\lambda$  de golflengte van het monochromatisch licht is. Is  $x = \lambda$ , dan is in dit punt van den lichtstraal de trillingsstand dezelfde. Is  $x = \frac{1}{2} \lambda$ , dan is de trillingstoestand gelijk en tegengesteld in dit laatste. In het eerste geval bezitten zij een faseverschil 0 en in het tweede geval een faseverschil  $\frac{1}{2}$ .

Het licht dat op het  $\frac{1}{4} \lambda$  — plaatje valt, wordt in twee lichtstralen gesplitst, waarvan bij inval de trillingen aan te duiden zijn door:  $u_e = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$  en  $u_w = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$ . Bij uittreden uit dit plaatje is de  $\omega$ -straal meer ten achter en wel  $\frac{1}{4}$  phase; dus bij uittreden zijn de trillingen aan te duiden door

$$u_e = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ en}$$

$$u_w = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{4} \right).$$

Zoo treden zij in het kalkspaatplaatje. Bij uittreden uit het kalkspaatplaatje heeft men volgens

$$(1): u_e = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{E}{\lambda} \right) \text{ en } u_w = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{4} - \frac{O}{\lambda} \right) = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \sin 2\pi \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{E}{\lambda} \right) - \left( \frac{O-E}{\lambda} + \frac{1}{4} \right) \right] = \frac{1}{2} a \sqrt{2} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{E}{\lambda} - \Delta \right).$$

Nu brengt de analysator  $A$  deze trillingen tot de oorspronkelijk trillingsrichting terug, zoodat de analysator  $A$  de som der projecties opneemt, m.a.w.

$$u_x = u_e \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} + u_w \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}.$$

Nu zal er uitdooving bij evenwijdige nicols plaats hebben; dus de twee trillingen, die de analysator opneemt, moeten in tegengestelde phase verkeren,

$$\text{d.w.z. } \Delta = \frac{1}{2} = \frac{O-E}{\lambda} + \frac{1}{4} = \frac{(\omega - \varepsilon) \cdot d}{\lambda} + \frac{1}{4} = \frac{(1,654 - 1,480) \cdot d}{0,680} + \frac{1}{4}, \text{ waaruit } d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

als kleinste dikte van het kalkspaatplaatje.

Als de amplitudes niet gelijk waren geweest, had men zoo zwak mogelijke helderheid in den analysator gekregen bij een faseverschil gelijk aan  $\frac{1}{2}$ .

#### Technische Warmteleer.

1. Bewijs dat de betrekking  $\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_x = \frac{1}{c_p} \left( \frac{2a}{RT} - b \right)$

bij benadering geldt voor een enkelvoudige stof, wanneer men daarop toepast de toestandsvergelijking van Van der Waals. (De benadering wordt ingevoerd door  $a$  en  $b$  klein te onderstellen ten opzichte van het volume  $v$ ).

Welke waarde volgt hieruit voor de inversietemperatuur voor het Joule-Kelvin-effect.

*Oplossing.* In bovenstaande betrekking wordt  $\chi$  constant beschouwd, d.w.z.  $d\chi = 0$ . Zoodoende geeft de vergelijking op bladz. 34, Fot., Natuurkunde voor een enkelvoudige stof

$$0 = d\chi = T = c_p \cdot dT + \left( v - T \cdot \frac{\partial v}{\partial T_p} \right) \cdot dp$$

terstond

$$\frac{\partial T}{\partial p_\chi} = \left( T \cdot \frac{\partial v}{\partial T_p} - v \right) \frac{1}{c_p}.$$



Voegen wij hierin de waarde van  $\frac{\delta v}{\delta T_p}$  op bladz. 31, regel 6, Aanv. Natuurkunde voor een reëel gas, dat aan de toestandsvergelijking van Van der Waals gehoorzaamt, dan komt

$$\begin{aligned} \frac{\delta T}{\delta p_x} &= \frac{1}{c_p} \left( \frac{RT}{p - \frac{a}{v^2} + \frac{2ab}{v^3}} - v \right) = \\ &= \left[ \frac{\left( p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b)}{p - \frac{a}{v^2} + \frac{2ab}{v^3}} - v \right] \cdot \frac{1}{c_p} = \\ &= \frac{1}{c_p} \cdot \left( \frac{p v^4 - p b v^3 + a v^2 - a b v}{p v^3 - a v + 2 a b} - v \right) = \\ &= \frac{1 - p b v^3 + 2 a v^2 - 3 a b v}{c_p (p v^3 - a v + 2 a b)} = \\ &= \frac{1}{c_p} \left( -b + \frac{2 a (v^2 - 2 b v + b^2)}{p v^3 - a v + 2 a b} \right), \end{aligned}$$

waar  $RT = \left( p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b)$  volgens Van der Waals gezet is, en daarna eenvoudige uitwerking volgde. Nu benaderen wij door in den teller van de breuk  $-2bv$  en  $b^2$  naast  $v^2$  te verwaarloozen; evenzoo laten wij in den noemer der breuk  $-av$  en  $2ab$  naast  $v^3$  weg. De wet van Van der Waals herleidt in den benaderingstoestand tot de wet van Boyle-Gaylussac  $pv = RT$ . Wij vinden derhalve

$$\frac{\delta T}{\delta p_x} = \frac{1}{c_p} \left( -b + \frac{2 a v^2}{p v^3} \right) = \frac{1}{c_p} \left( \frac{2 a}{RT} - b \right),$$

hetgeen bewezen moest worden.

Voor de inversie-temperatuur van het Joule-Kelvin-effect geldt  $\frac{\delta T}{\delta p_x} = 0$ , zoodat de inversie-temperatuur  $T = \frac{2a}{Rb}$  wordt.

Berekent men voor waterstof, zuurstof en helium deze inversie-temperatuur, waarbij dus het Joule-Kelvin-effect van teeken omkeert, dan vindt men (zie voorbericht, Aanv. Natuurkunde, bladz. XV):

$$\begin{aligned} \text{voor waterstof: } T &= \frac{2a}{R \cdot b} = \frac{7388 \cdot 10^7}{8,28 \cdot 4,13 \cdot 10^7} = \\ &= 215,8^\circ \text{ abs of } -57,2^\circ \text{ C,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{voor zuurstof: } T &= \frac{2a}{R \cdot b} = \frac{23 \cdot 10^8}{0,852 \cdot 2,598 \cdot 10^6} = \\ &= 259,7^\circ \text{ abs of } -13,3^\circ \text{ C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{en voor helium: } T &= \frac{2a}{R \cdot b} = \frac{5074 \cdot 10^6}{5,97 \cdot 2,098 \cdot 10^7} = \\ &= 122,78^\circ \text{ abs of } -150,22^\circ \text{ C.} \end{aligned}$$

2. Gegeven de verbrandingswarmte van aethylalcohol ( $C_2H_5OH$ ) gelijk aan 325700 cal, die van koolstof gelijk aan 96000 cal, die van waterstof gelijk aan 68000 cal, alle per grammolekuul en bij kamertemperatuur.

a) Bereken hieruit de vormingswarmte (uit de elementen) van 1 grammolekuul aethylalcohol.

b) Hoeveel bedraagt de verandering van deze vormingswarmte met de temperatuur?

	waterstof	zuurstof	koolstof	aethylalcohol
Soortel. warmte bij const. druk	3.410	0.220	0.119	0.574
Molekulaair gewicht	2.016	32.000	12.00	46.05

*Oplossing.* Daar de vormingswarmte van een produkt gelijk is aan de som van de verbrandingswarmte van de elementen verminderd met de verbrandingswarmte van het product, terwijl dit verminderd moet worden met den uitwendigen arbeid, aangegeven door  $1,98 T$ . (aantal gasmoleculen van het verbrandingsprodukt — aantal gasmoleculen van de elementen). [Zie bladz. 38, Aanv. Natuurkunde], volgt direct voor de vormingswarmte van den aethylalcohol

$$\begin{aligned} 192000 + 204000 - 325700 - \\ - 3 \cdot (0 - 1,5) \cdot 1,98 \cdot 288 = 72866 \text{ cal.} \end{aligned}$$

De verandering van de vormingswarmte of reactie-warmte wordt gegeven op bladz. 88, Aanv. Natuurkunde, dat is

$$\begin{aligned} \frac{Q_2 - Q_1}{T_2 - T_1} &= c_1 - c_2, \text{ waar } c_1 = 2 \cdot 12 \cdot 0,119 + \\ &\frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 0,220 + 3 \cdot 2,016 \cdot 3,410 = 28,000 \text{ en } c_2 = \\ &= 46,05 \cdot 0,574 = 26,433 \text{ zijn; dus } Q_2 - Q_1 = \\ &= 28,000 - 26,433 = +1,567 \text{ cal per graad.} \end{aligned}$$

## STUDIEBELANGEN.

Bij de verschillende afdeulingsbibliotheken is de volgende regeling getroffen (of zal binnenkort getroffen worden): De boeken uit de afdeulingsbibliotheken zullen voortaan niet meer uitgeleend worden en mogen alleen daar ter plaatse gebruikt worden. De eerste vereischte van een afdeulingsbibliotheek is immers, dat de daar aanwezige boeken ten allen tijde te raadplegen zijn. Vandaar dat men teruggekomen is van het gedurende den avond uitleenen van boeken. Het logisch gevolg hiervan is, dat de groote bibliotheek in 't vervolg als *uitleen*-bibliotheek zal moeten fungeeren. Het blijkt nu echter dat deze niet volledig is, daar wel verschillende boeken op de afd.-bibliotheek, maar niet op de groote bibliotheek aanwezig zijn.

De C.C. richt zich daarom tot alle studeerenden aan de T.H. met het verzoek, haar behulpzaam te zijn met het samenstellen van een lijst van ontbrekende boeken, opdat na overleg met den Bibliothecaris van de T.H. alsnog tot aanschaffing dezer boekwerken kan worden overgegaan.

Den leden van de vakverenigingen worden verzocht, titels van boekwerken, welke in de hoofdbibliotheek ontbreken en van boekwerken welke wel voorradig zijn in meergenoemde bibliotheek, doch welke wegens hunne belangrijkheid steeds blijken uitgeleend te zijn, den secretaris hunner vakvereniging mee te deelen vóór 1 Augustus 1917.

CL. G. DRIESSEN, *Voorzitter.*

J. B. DUMONT, *Secretaris.*

## Leeghwater.

Op de buitengewone vergadering van Donderdag 31 Mei l.l. is o. a. besloten tot het uitgeven van:

### Een Technisch Zakboekje.

Dit boekje zal gegevens en tabellen bevatten, welke van groot nut kunnen zijn voor den werktuigkundigen student, en zodoende een onontbeerlijk hulpmiddel bij het teekenen en construeeren worden.

Mochten er nog leden zijn die bijzondere wenschen koesteren omtrent gegevens, tabellen of de samenstelling van het boekje, dan worden zij verzocht deze wenschen vóór 1 Juli a.s. schriftelijk bij den ondergeteekende kenbaar te maken.

De Secretaris:

J. BOS AZN.,

Oude Delft 52.

## BOEKBESPREKING.

LEHRBUCH DER PHYSIK,

VON DR. E. GRIMSEHL.

Uitgaven: B. G. Teubner (Leipzig).

Band I: Mechanik, Akustik und Optik (1914).

Prijs: Mk. 11.—.

Band II: Magnetismus und Elektrizität (1916).

Prijs: Mk. 7.—.

Wanneer we de grootere natuurkunde-werken, zooals het handboek van Winkelmann en de bekende leerboeken van Müller-Pouillet en Chwolson, geheel buiten beschouwing laten, dan neemt het werk van Grimsehl onder het buitengewoon groot aantal kleinere leerboeken wel een allereerste plaats in. Dat we hier te doen hebben met een in alle opzichten voortreffelijk

geschreven leerboek, dat allerwege zeer veel gebruikt wordt, kan ons ten duidelijkste bewezen worden door het feit, dat terwijl in het jaar 1909 de eerste druk verschenen was, na ruim vijf jaar tijds, dus in 1914, ondanks het bestaan van zooveel dergelijke leerboeken, alreeds een derde druk noodig was.

Terwijl echter bij de eerste en tweede oplage de inhoud van het boek beperkt was gebleven tot één deel, zijn bij de bewerking van den derden druk zoodanig ingrijpende veranderingen aangebracht, werd zooveel nieuw studie-materiaal opgenomen, dat een verdeling der stof over twee flinke deelen zeer zeker noodzakelijk bleek te zijn (de inhoud van het werk nam toe met ruim 200 pagina's). De tekst van het eerste deel omvat nu 947 pagina's, en van het tweede deel 526 pagina's, terwijl ter verduidelijking ongeveer 1600 figuren, een gekleurde plaat en een 29-tal tabellen opgenomen zijn, en een uitvoerig namen- en zakenregister (in beide deelen) het naslaan der vele wetenswaardigheden zeer zeker vergemakkelijkt.

Het eerste deel (Mechanik, Akustik und Optik) vooral werd danig gewijzigd, wat moge blijken uit de volgende zinsneden, welke ik aan het voorwoord ontleend heb: „Ich habe einen Abschnitt mit dem Thema „die Kraftübertragung“ von den übrigen vollständig getrennt und diesen Stoff erst nach der Lehre von der Elastizität und Festigkeit behandelt. Dadurch ist eine auch den technischen Bedürfnissen entsprechende Berechnung der Spannungen in den Mechanismen, dem Fachwerk und dem Seilpolygon, sowie eine Berücksichtigung der Reibung möglich geworden. In der Lehre von den Flüssigkeiten ist das Ebbe- und Flutproblem neu behandelt worden; ferner ist die Wirkungsweise der Turbinen eingehender ausgearbeitet worden. Bei den luftförmigen Körpern hat die Behandlung des Flugproblems eine starke Erweiterung erfahren. Die Oberflächenspannung und Kapillarität habe ich neubearbeitet. Umfangreiche Aenderungen und Vertiefungen hat die Wärmelehre erfahren. Besonders ist alles das, was mit den beiden Hauptsätzen der mechanischen Wärmetheorie zusammenhängt, neubearbeitet worden. In der Lehre vom Licht sind die die Photometrie behandelnden Kapitel erweitert und vertieft worden. Eine starke Ergänzung hat die geometrische Optik durch die Behandlung der Abbildung durch zentrierte, sphärische Flächen erfahren. In der physikalischen Optik sind die Interferenzerscheinungen und besonders die Beugungserscheinungen sehr eingehend behandelt worden. Hiermit sind nur die groszen Aenderungen gekennzeichnet, u.s.w.“ Den schrijver is het echter niet vergund geworden het geheele boek te herzien! Nadat in Mei 1914 het eerste deel verschenen was, brak in de maand Augustus van dat jaar den grooten wereldbrand uit, waarin den schrijver, zooals het voorwoord van het tweede deel aangeeft, den dood moest vinden. „Als den Krieg ausbrach eilte der 53-jährige Mann, den längst keine militärische Verpflichtung mehr band, unter den ersten zu den Fahnen.... Er fiel am 30 Oktober 1914 bei Langemarck. (In de Physik. Zeitschr. 1915, S. 19 vinden we van de hand van Max Iklé een levensbericht). Terwijl dus in den tekst van het eerste deel tal van aanvullingen aangebracht zijn, was Grimsehl de idee toegedaan in het tweede deel (Magnetismus und Elektrizität) slechts wijzigingen van ondergeschikt belang te moeten aanbrengen, waaraan de bewerkers Prof. Dr. J. Classen, Prof. Dr. H. Geitel, Dr. W. Hillers en W. Koch zich

dan ook strikt gehouden hebben. Opgenomen is een portret van Grimsehl, benevens een overzicht van zijne verhandelingen in de wetenschappelijke vakbladen.

Prof. Geitel, een specialist op dit gebied, ondernam een bewerking van het hoofdstuk „Luftelektrizität“, terwijl het laatste hoofdstuk „Anschauungen und Hilfsvorstellungen über das Wesen der Elektrizität“, benevens het slotwoord, afkomstig is van de hand van prof. Classen.

Het boek is verder geheel bij op het gebied der Radioactiviteit (Isotope-elementen—Fajans) en Electronenleer, en wijdt eenige paragrafen aan de belangrijke onderzoekingen van Laue en de beide Bragg's in zake de reflectie, de buiging en de interferentie van Röntgenstralen bij kristallen (van Steenzout wordt het „Raumgitter“ aangegeven).

Verder kan opgemerkt worden dat, zoo noodig, overal gebruik gemaakt is van de Differentiaal- of Integraalrekening, wat natuurlijk vooral het hoofdstuk, handelende over de Thermodynamica ten goede moest komen. Zeer aardig is de opname van een hoofdstuk over meteorologie (Wetterkunde), zeer duidelijk zijn de natuurlijke opnamen der golfbewegingen in hoofdstuk 12 (figuur 623 tot en met 636), zoo ook de figuren van de stralengang in de verschillende lenzensystemen. Trouwens het geheele werk kenmerkt zich door de duidelijke uiteenzetting der verschillende moeilijkheden! Een aanbeveling van dit voortreffelijke boek is welhaast overbodig, en ik wil dan ook volstaan met een woord van lof aan de uitgevers, welke ondanks de oorlogsomstandigheden, een dergelijke keurige uitgave wisten te bezorgen. v. Z.

THEORETISCHE PHYSIK,  
von Prof. Dr. GUSTAV JÄGER (Wien).  
Band IV: Elektromagnetische Licht-  
theorie und Elektronik (1916).

Uitgaven: G. J. Göschen (Berlin). Prijs: Mk. 1.—.

De uitgevers der hier in Delft zoo welbekende „Sammlung Göschen“ streven er gedurig naar, hunne handige werkjes aan te vullen en zoo noodig te verbeteren, opdat zij in alle opzichten ten volle zullen kunnen beantwoorden aan de eischen, welke heden ten dage door de moderne wetenschap gesteld worden. Zoo ook hier, waar nu het vierde deeltje der serie „Theoretische Physik“ een nieuwen (tweeden) druk mocht beleven, opdat het zich moge blijven aanpassen aan de nieuwere inzichten op het gebied der electronentheorie. Dit werkje heeft natuurlijk overigens altijd te kampen met een beperkt afzetgebied, daar het doorworstelen der niet te gering te schatten moeilijkheden op het gebied der theoretische natuurkunde uit den aard der zaak niet voor een ieder weggelegd is, vooral ook omdat steeds gewerkt wordt met hoogere wiskunde (differentiaalvergelijkingen, etc.) Dat het boekje een tweeden druk mocht beleven (de eerste oplaag verscheen in 1908) is dus een verblijdend verschijnsel. Als geheel genomen toont deze nieuwe druk weinig verschil met de vorige; de elasticiteitstheorie, welke eertijds als aanhangsel een twintigtal bladzijden in beslag nam, is naar het eerste deeltje (Mechanik und Akustik), waar ze ook thuis behoorde, verbannen en voor de (stralings)wet van Kirchhoff (pag. 73) is een nieuw bewijs gegeven, — ziedaar de ingrijpendste veranderingen, afgezien dan van nauwkeuriger omschreven definities, betere verklaringen en kleinere aanvullingen. v. Z.

WARENKUNDE, von KARL HASSACK (Graz)  
Dritte Auflage (1916).

Band I: Unorganische Waren.

Band II: Organische Waren,

Uitgaven: G. J. Göschen (Berlin). Prijs: Mk. 2.

Dit boekje geeft den lezer in een klein en handig formaat een ontzag'lijk groot feitenmateriaal, met kennis van zaken bijeengegaard door den schrijver, die directeur der Handels-Hoogeschool te Graz is. Beide werkjes zijn voorzien van een zeer overzichtelijke inhoudsopgave en bovendien van een uitvoerig, keurig bewerkt zakenregister, terwijl een lijst van de voornaamste grootere verzamelen en studiewerken aangeeft waar meerdere bijzonderheden te vinden zullen zijn. De tekst is geïllustreerd door ongeveer tachtig, deels duidelijke — deels weinig fraaie, slecht gedrukte plaatjes, welke ons de voornaamste handelswaren doen aanschouwen. De uitgebreide stof is ondergebracht in tal van afzonderlijke hoofdstukken, welke indeelingswijze zeer zeker wel de geschiktste mag genoemd worden. Het eerste deeltje omvat 147 pagina's, en behalve een korte inleiding treffen we de volgende hoofdstukken aan: 1. Metalle und Metallwaren, 2. Schmucksteine, 3. Bildhauersteine, 4. Bausteine, 5. Schleif- und Glättemittel, Mühlsteine, 6. Tonwaren, 7. Glaswaren, 8. Schreibmittel und Mineralfarben, 9. Rohstoffe der chemischen Industrie, 10. Chemische Erzeugnisse (Mineralsäuren, Alkalien und Salze, Künstliche Düngemittel), 11. Brenn- und Leuchtstoffe (Mineralkohlen, Mineralöle). Het tweede deeltje omvat een 159-tal bladzijden, en hier is de tekst onderverdeeld in de volgende hoofdstukken: 1. Nahrungsmittel (Pflanzliche- und Tierische N.), 2. Genussmittel (Gewürze, Narkotische Genussmittel, Alkoholische Getränke), 3. Öle, Fettwaren und Wachse, 4. Aetherische Öle, Harze, Gummi, Kautschuk, 5. Drogen, 6. Organische Farb- und Gerbstoffe, 7. Holz, 8. Faserstoffe und Erzeugnisse daraus (Pflanzliche- und Tierische Faserstoffe, Garne, Gewebe, Papier), 9. Erzeugnisse aus ierischer Haut, 10. Organische Drechslerrohstoffe. Het is werkelijk bewonderenswaardig, hoe in een dergelijk kort bestek zooveel wetenswaardigs verzameld is geworden, en het werkje is dan ook zeer zeker een ieder aan te bevelen. De prijzen der verschillende handelsproducten (welke in de meeste gevallen aangegeven zijn) hebben natuurlijk in verband met den oorlog slechts betrekkelijke waarde. v. Z.

## TECHNISCHE HOOGESCHOOL.

Propaed. examens vóór de Zomervacantie  
1917.

Geslaagd voor:

Werktuigkundig Ingenieur.

A. E. Loen.

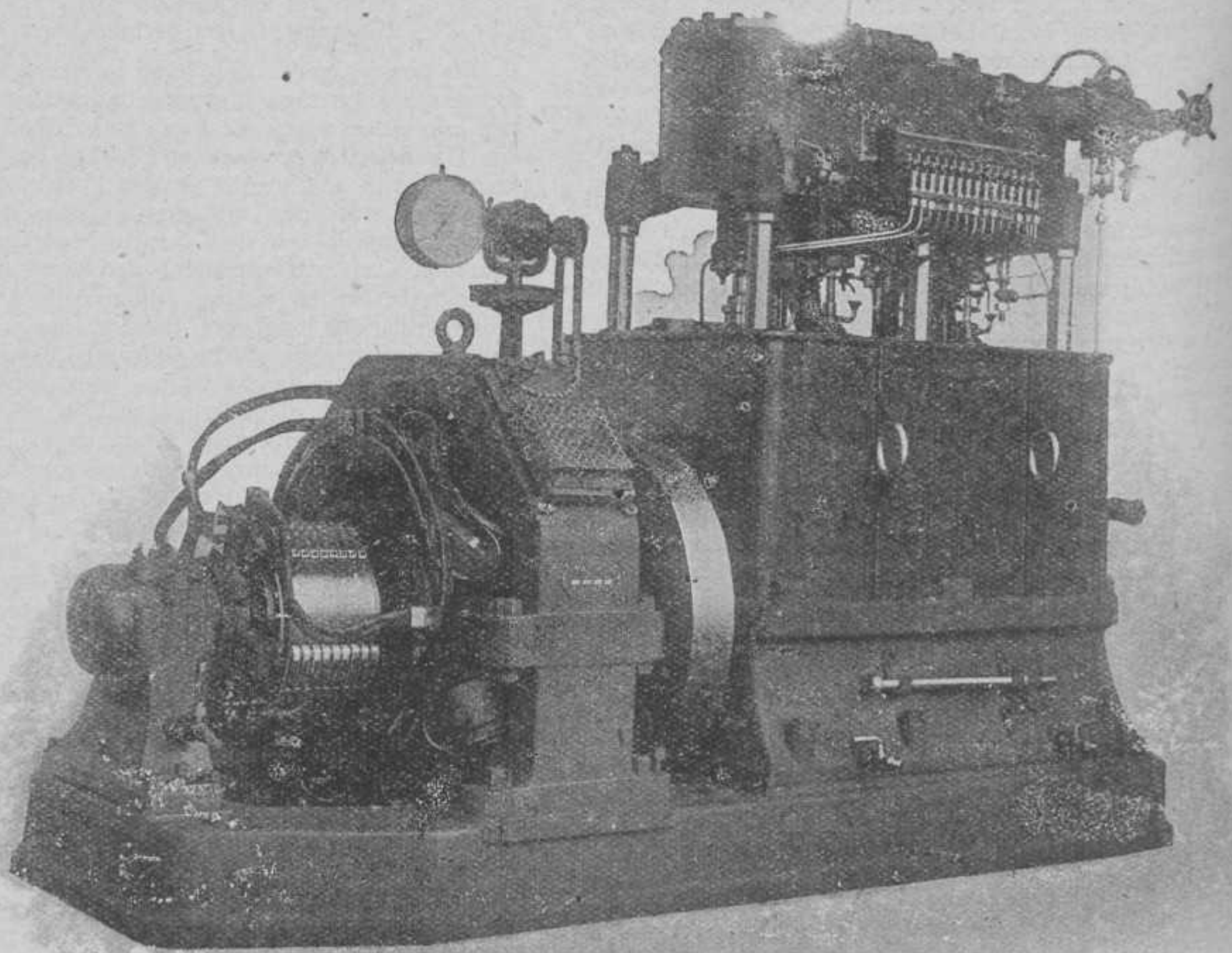
Electrotechnisch Ingenieur.

F. L. H. van der Grinten. H. J. C. de Ruiter.

G. H. J. van der Sluys.

Scheepsbouwkundig Ingenieur.

L. Asses, w.i.



30 Kw. STOOMDYNAMO 350 0mw.

**„Electrotechnische Industrie“**

voorheen **WILLEM SMIT & Co., Slikkerveen.**

---

**Dynamo's en Motoren.**

---